

พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ

Computational Fluid Dynamics

ดร. จอมภพ แวตักดี

ศูนย์วิจัยและสาธิตระบบพลังงานทดแทน

ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ

1. บทนำ

พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ (Computational Fluid Dynamics, CFD) เป็นการใช้คอมพิวเตอร์สำหรับการวิเคราะห์ปัญหาทางด้านพลศาสตร์ของไหล (Fluid Dynamics) โดยมีพื้นฐานในการพิจารณาของไหลที่มีความต่อเนื่องให้อยู่ในรูปของลักษณะเป็นช่วงโดยอาศัยคอมพิวเตอร์ วิธีการส่วนใหญ่ที่มักจะใช้กันก็คือการแบ่งช่วงของโดเมนปริภูมิ (Spatial Domain) ให้เป็นเซลล์เล็กๆ เพื่อก่อให้เกิดโครงตาข่ายเชิงปริมาตร (Volume Mesh) หรือกริด (Grid) แล้วใช้อัลกอริทึม (Algorithm) ที่เหมาะสมในการแก้สมการของการเคลื่อนที่ซึ่งเป็นสมการออยเลอร์ (Euler Equation) สำหรับการไหลแบบไม่หนืด (Inviscid Flow) และสมการนาเวียร์-สโตกส์ (Navier-Stokes Equation) สำหรับการไหลแบบหนืด (Viscid Flow) นอกจากนี้โครงตาข่ายอาจจะมีลักษณะรูปทรงแบบไม่มีโครงสร้างที่แน่นอน (Unstructured Mesh) เช่น มีลักษณะเป็นสามเหลี่ยมใน 2 มิติ หรือมีลักษณะเป็นรูปทรงปิรามิดใน 3 มิติ หรืออาจจะมีลักษณะรูปทรงแบบมีโครงสร้างแน่นอน (Structured Mesh) ก็ได้ โดยถ้าเป็นปัญหาที่มีพลวัต (Dynamic) สูงและมีสเกลขนาดใหญ่ ตัวกริดอาจจะถูกตัดแปลงให้มีการเปลี่ยนแปลงขึ้นกับเวลาดังระเบียบวิธีการปรับความละเอียดของโครงตาข่ายแบบอะแดปทีฟ (Adaptive Mesh Refinement Methods) ในกรณีที่เราดำเนินการแก้ปัญหาทางด้านพลศาสตร์ของไหลโดยไม่อาศัยฐานความรู้ของระเบียบวิธีแบบโครงตาข่าย (Mesh-Based Method) เราอาจใช้ระเบียบวิธีต่างๆ ดังนี้

- ระเบียบวิธีลากรางจ์ (Lagrangian Method)
- ระเบียบวิธีสเปกตรัม (Spectral Method)
- ระเบียบวิธีแลตติซ-โบลท์ซมานน์ (Lattice-Boltzmann Method)

โดยปกติเราสามารถแก้สมการนาเวียร์-สโตกส์สำหรับการไหลแบบราบเรียบ (Laminar Flow) และการไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent Flow) ได้โดยตรงเมื่อสเกลความยาวมีความเหมาะสม

กับปัญหาที่ทำการศึกษา ในกรณีนี้การจำลองแบบของการไหลแบบปั่นป่วนอาจจำเป็นต้องอาศัยแบบจำลองปั่นป่วน (Turbulence Model) สำหรับการจำลองแบบ สำหรับการไหลแบบหมุนวนขนาดใหญ่ (Large Eddy Simulation) จำเป็นต้องอาศัยสมการ RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equations) กับแบบจำลอง $k-\epsilon$ หรือแบบจำลองแรงเค้นเรย์โนลด์ส (Reynolds Stress Model) ในการแก้ปัญหา

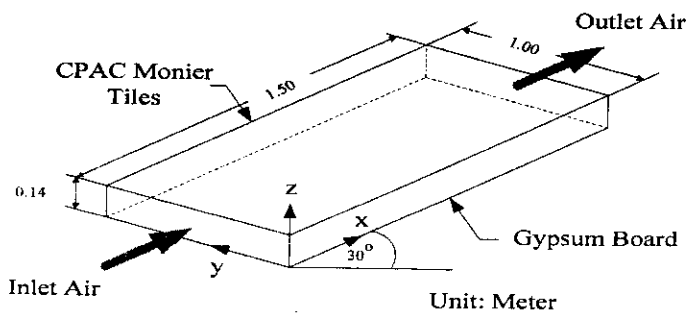
ในหลายๆ สถานการณ์อาจจำเป็นต้องอาศัยสมการอื่นๆ ในการแก้ปัญหาไปพร้อมๆ กับสมการนาเวียร์-สโตกส์ โดยสมการดังกล่าวอาจจะอธิบายเกี่ยวกับความเข้มข้น สมการเคมี การถ่ายเทความร้อน เป็นต้น โปรแกรมคอมพิวเตอร์ขั้นสูงสามารถจำลองแบบระบบที่มีความสลับซับซ้อนมากยิ่งขึ้นเช่นการไหลแบบหลายเฟส (Multi-Phase Flow) หรือของไหลที่มีพฤติกรรมไม่เป็นไปตามกฎของนิวตัน (Non-Newtonian Fluids) เช่นเลือด เป็นต้น

2. ระเบียบวิธี (Methodology)

ระเบียบวิธีสำหรับพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณมีวิธีการพื้นฐานในการคำนวณเหมือนกัน โดยมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. กำหนดรูปทรงหรือเรขาคณิต (ขอบเขตทางกายภาพ) ของปัญหาที่ทำการศึกษา

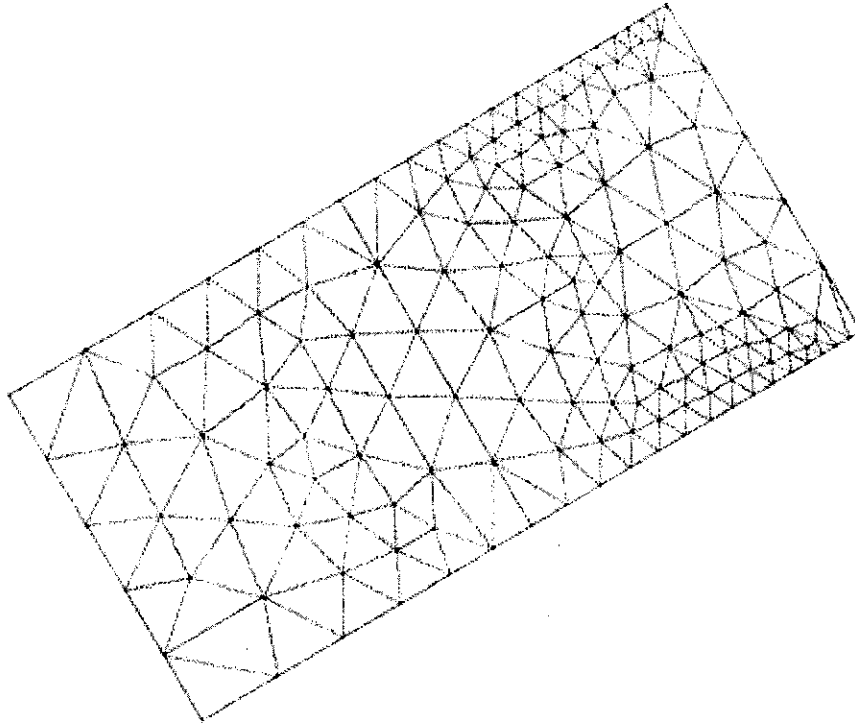
ยกตัวอย่างเช่น การศึกษาอากาศพลศาสตร์ในหลังคารับรังสีอาทิตย์ (Roof Solar Collector) เพื่อศึกษาประสิทธิภาพของการระบายอากาศแบบธรรมชาติ (Natural Ventilation) โดยทำการศึกษาระบายอุณหภูมิจากและเวกเตอร์ความเร็วในหลังคารับรังสีอาทิตย์ ดังนั้นจึงพิจารณาหลังคารับรังสีอาทิตย์ให้เป็นช่องสี่เหลี่ยมปลายเปิดที่มีมุมเอียง 30° (Inclined Open-Ended Rectangular Channel) โดยหลังคารับรังสีอาทิตย์มีมิติและลักษณะดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 การจำลองอากาศพลศาสตร์ของหลังคารับรังสีอาทิตย์

2. ปริมาตรของของไหลถูกแบ่งออกเป็นเซลล์แบบเป็นช่วงๆ (โครงตาข่าย)

จากปัญหาอากาศพลศาสตร์ในช่องว่างของหลังการรับรังสีอาทิตย์ อากาศจะถูกแบ่งออกเป็นโครงตาข่ายแบบไม่มีโครงสร้างแน่นอน (Unstructured Mesh) แสดงดังรูปที่ 2



รูปที่ 2 โครงตาข่ายแบบไม่มีโครงสร้างแน่นอน (Unstructured Mesh) แบบ 2 มิติ

3. กำหนดสมการการสำหรับการจำลองแบบทางกายภาพ เช่น สมการสำหรับการเคลื่อนที่ + เอนทาลปี + การอนุรักษ์มวล การจำลองแบบทางด้านพลศาสตร์ของไหลมักเกี่ยวข้องกับสมการควบคุมหลักๆ ดังนี้ สมการความต่อเนื่อง สมการโมเมนตัมและสมการพลังงาน

สมการความต่อเนื่อง

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (1)$$

สมการโมเมนตัม

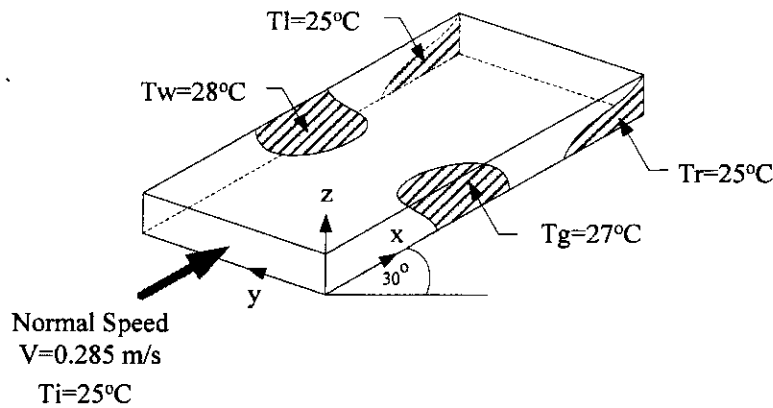
$$\rho(\vec{V} \cdot \nabla \vec{V}) = -\nabla \bar{P} + \mu(\nabla^2 \vec{V}) - \rho g_i, \quad i = x, y, z \quad (2)$$

สมการพลังงาน

$$\rho c_p (\vec{V} \cdot \nabla T) = k(\nabla^2 T) \quad (3)$$

เมื่อ	\vec{V}	คือ เวกเตอร์ความเร็ว
	\vec{P}	คือ เวกเตอร์ความดัน
	μ	คือ ความหนืดของของไหล
	k	คือ ค่าการนำความร้อน
	ρ	คือ ความหนาแน่นอากาศ
	c_p	คือ ค่าความจุความร้อนจำเพาะ
	g	คือ ค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก
	T	คือ อุณหภูมิในหน่วยเคลวิน

4. การกำหนดเงื่อนไขขอบเขต (Boundary Condition) ซึ่งมักจะเกี่ยวข้องข้องกับพฤติกรรมของของไหลและสมบัติ ณ ขอบเขตนั้นๆ ของปัญหาที่ทำการศึกษา สำหรับปัญหาแบบไม่คงที่ (Transient) จำเป็นต้องกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้น (Initial Condition) ด้วย



รูปที่ 3 เงื่อนไขขอบเขตของหลังการรับรังสีอาทิตย์

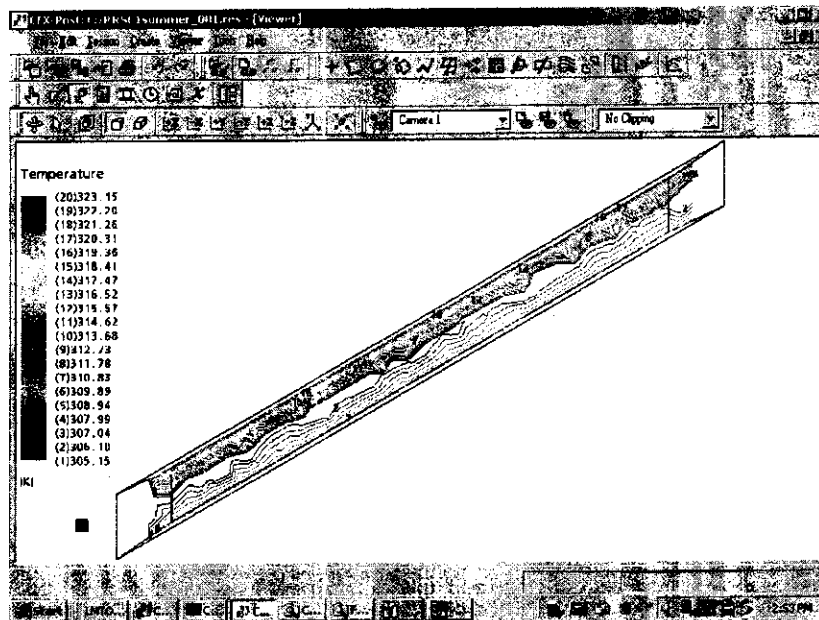
เงื่อนไขขอบเขตในการศึกษาอากาศพลศาสตร์นี้ประกอบไปด้วยอุณหภูมิผนังแบบคงที่ (Constant Wall Temperature) ซึ่งเราอาจจะทำการศึกษาปัญหาอากาศพลศาสตร์โดยอาศัยเงื่อนไขขอบเขตรูปแบบอื่นๆ ได้ เช่น ฟลักซ์ความร้อนคงที่ (Constant Heat Flux) เป็นต้น สำหรับเงื่อนไขเริ่มต้นของความเร็วอากาศบริเวณขาเข้าของช่องเปิดเบื้องต้นดังกล่าวอาจจะกำหนดให้อยู่ในรูปของ

อัตราเร็วคงที่ (Constant Air Speed) และแบบคงตัว (Uniform) หรืออาจจะกำหนดอยู่ในรูปของโปรไฟล์ความเร็ว (Velocity Profile) หรือเวกเตอร์ความเร็ว (Velocity Vector) ก็ได้

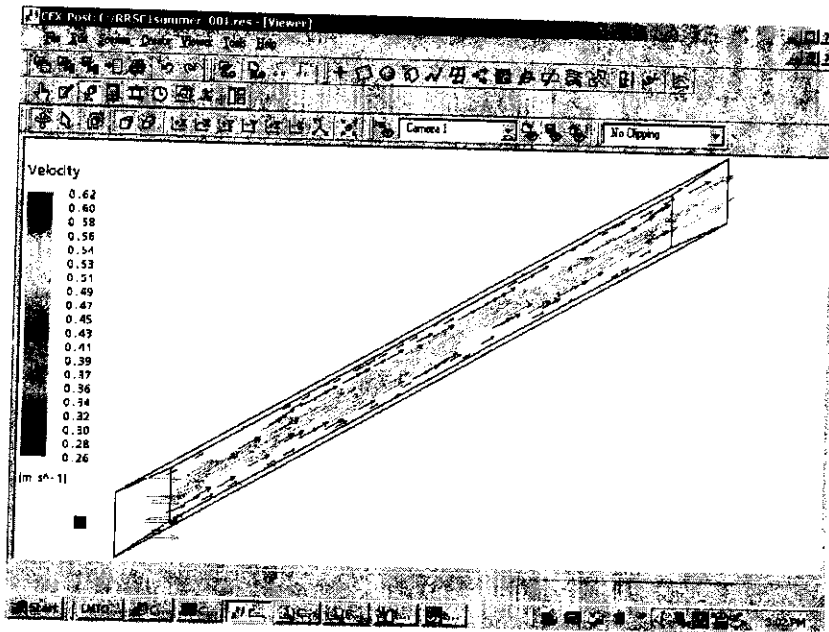
5. สมการควบคุมจะถูกแก้โดยอาศัยระเบียบวิธีทำซ้ำ (Iteration)

6. ทำการวิเคราะห์ผลและแสดงภาพสำหรับผลเฉลยที่ได้

สำหรับการศึกษาอากาศพลศาสตร์ของหลังคารับรังสีอาทิตย์ให้ผลเฉลยการกระจายอุณหภูมิและเวกเตอร์ความเร็วของอากาศแสดงดังรูปที่ 4 และรูปที่ 5 ตามลำดับ



รูปที่ 4 กราฟเส้นต่างระดับของอุณหภูมิในช่องอากาศของหลังคารับรังสีอาทิตย์



รูปที่ 5 เวกเตอร์ความเร็วในช่องว่างอากาศของหลังคารับรังสีอาทิตย์

2.1 ระเบียบวิธีการแบ่งช่วง (Discretization Methods)

เสถียรภาพของการเลือกใช้ระเบียบวิธีการแบ่งช่วงมักจะเกี่ยวข้องกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยอาศัยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (Numerical Methods) มากกว่าที่จะเกิดขึ้นกับการแก้สมการโดยอาศัยระเบียบวิธีวิเคราะห์ (Analytical Methods) ดังนั้นการเลือกใช้ระเบียบวิธีในการแบ่งช่วงสำหรับบางระเบียบวิธีจึงจำเป็นต้องระวังเรื่องเสถียรภาพเพื่อให้ได้ผลเฉลย สำหรับระเบียบวิธีที่มักจะใช้ในการแบ่งช่วงในปัญหาพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณมีดังต่อไปนี้

2.1.1 ระเบียบวิธีปริมาตรสืบเนื่อง (Finite Volume Method)

ระเบียบวิธีปริมาตรสืบเนื่องเป็นระเบียบวิธีแบบเก่าหรือเป็นระเบียบวิธีมาตรฐานสำหรับการใช้ในการพัฒนาซอฟต์แวร์เชิงพาณิชย์และโปรแกรมสำหรับงานวิจัย สมการควบคุม (Governing Equation) จะถูกแก้โดยพิจารณาให้เป็นปริมาตรควบคุมแบบเป็นช่วง (Discrete Control Volumes) และอาศัยการอินทิเกรตเพื่อให้ได้ปริมาณที่มีการอนุรักษ์ แสดงดังสมการ

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint Q dV + \iint F dA = 0$$

เมื่อ Q คือ เวกเตอร์ของตัวแปรที่มีการอนุรักษ์
 F คือ เวกเตอร์ของฟลักซ์

V คือ ปริมาตรของเซลล์

A คือ พื้นที่ผิวของเซลล์

2.1.2 ระเบียบวิธีอีลีเมนต์สี่เหลี่ยม (Finite Element Method)

ระเบียบวิธีอีลีเมนต์สี่เหลี่ยมเป็นระเบียบวิธีที่นิยมใช้ในการวิเคราะห์โครงสร้างของของแข็ง แต่ก็สามารถใช้ได้กับของไหลเช่นเดียวกัน

2.1.3 ระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม (Finite Difference Method)

ระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมมีความง่ายในการเขียนโปรแกรม โดยปัจจุบันระเบียบวิธีนี้ถูกใช้ในการเขียนโปรแกรมเฉพาะทางในบางโปรแกรมเท่านั้น แต่ระเบียบวิธีแบบนี้มีข้อด้อยคือต้องการโครงตาข่ายที่มีโครงสร้าง (Structured Mesh) และต้องการการแปลงระบบพิกัดสำหรับรูปทรงหรือเรขาคณิตที่มีความสลับซับซ้อนสูง

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = 0$$

เมื่อ Q คือ เวกเตอร์ของปริมาณที่มีการอนุรักษ์

F, G, H คือ ฟลักซ์ในทิศทาง x, y และ z ตามลำดับ

2.1.4 ระเบียบวิธีอีลีเมนต์ขอบเขต (Boundary Element Method)

ระเบียบวิธีอีลีเมนต์ขอบเขตจะพิจารณาขอบเขตของของไหล โดยแบ่งออกเป็นโครงตาข่ายพื้นผิว (Surface Mesh)

2.2 แบบจำลองปั่นป่วน (Turbulence Models)

การไหลส่วนใหญ่มักจะเป็นการไหลแบบปั่นป่วน จากความจริงดังกล่าวจำเป็นต้องพิจารณาความปั่นป่วนในแบบจำลองเชิงคำนวณของกระบวนการไหล โดยความเป็นไปได้สำหรับการเกิดความปั่นป่วนมักจะใช้ตัวเลขเรย์โนลด์ส์ในการพิจารณาดังสมการ

$$Re = \rho LU / \mu$$

เมื่อ ρ คือ ความหนาแน่นของของไหล

μ คือ ความหนืดพลวัต (Dynamic Viscosity) ของของไหล

L คือ ความยาวคุณลักษณะ (Characteristic Length)

U คือ อัตราเร็ว (Speed) ของของไหล

ตัวเลขเรย์โนลด์ส์จะเป็นตัวบ่งบอกถึงความหนืดของของไหลเมื่อเปรียบเทียบกับแรงหนืด (Viscous Force) เมื่อไม่พิจารณาแรงหนืดในพฤติกรรมการไหลของของไหลจะทำให้ตัวเลขเรย์โนลด์ส์มีค่ามากนั่นเอง การเลือกค่าความยาวคุณลักษณะและอัตราเร็วของของไหลจะไปกำหนด

ขอบเขตซึ่งแสดงถึงความเข้มแข็งของการไหลแบบเฉือน (Shear Flow) นั่นก็คือแรงหนืดจะเข้ามามีอิทธิพลต่อการไหลอย่างมาก โดยส่วนใหญ่แล้วตัวเลขเรย์โนลด์สที่มีค่ามากกว่า 1,000 การไหลของของไหลจะเป็นแบบปั่นป่วน ในขณะที่ตัวเลขเรย์โนลด์สที่มีค่าต่ำกว่า 100 จะเป็นการไหลแบบราบเรียบ (Laminar Flow) ซึ่งค่าตัวเลขเรย์โนลด์สวิกฤติที่ใช้สำหรับการจำแนกระหว่างการไหลแบบราบเรียบและการไหลแบบปั่นป่วนนั้นมักจะขึ้นอยู่กับธรรมชาติของพื้นผิวซึ่งเป็นขอบเขตของการไหลและขนาดของการรบกวนการไหล สำหรับการไหลแบบปั่นป่วนเต็มขั้น (Fully Turbulent Flow) มักจะเกิดขึ้นเมื่อของไหลมีความเร็วเปลี่ยนแปลงสูงซึ่งมักจะทำให้เกิดโครงสร้างของการหมุนวน (Eddy Structure) ด้วย

ถ้า L เป็นความยาวคุณลักษณะและ l เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของการหมุนวนแบบปั่นป่วน (Eddy Turbulent) ที่เล็กที่สุดโดยถูกกำหนดให้เป็นสเกลที่ความหนืดเริ่มมีอิทธิพลต่อการไหล ดังนั้นอัตราส่วนของสเกลนี้จึงอยู่ในระดับ $L/l = Re^{3/4}$ โดยความสัมพันธ์ดังกล่าวมาจากสมมติฐานของการไหลแบบคงตัว (Steady State) ซึ่งการหมุนวนที่เล็กที่สุดจะทำให้เกิดพลังงานเนื่องจากความปั่นป่วน (Turbulent Energy) ในรูปของความร้อนสำหรับการไหล

การจำลองแบบเชิงตัวเลขโดยตรง (Direct Numerical Simulation) มักจะสัมพันธ์กับสเกลของการเคลื่อนที่แบบปั่นป่วน แบบจำลองที่มีสเกลขนาดเล็กมากๆ จะมีราคาค่อนข้างแพง สำหรับแบบจำลองแบบปั่นป่วนจะประกอบไปด้วย สมการเรย์โนลด์สเฉลี่ย นาเวียร์-สโตกส์ การจำลองแบบหมุนวนขนาดใหญ่และการจำลองแบบหมุนวนชนิดแยกซึ่งจะได้กล่าวเพิ่มเติมในหัวข้อถัดไป

2.2.1 สมการเรย์โนลด์สเฉลี่ย นาเวียร์-สโตกส์ (Reynolds-average Navier-Stokes Equations, RANS)

สมการเรย์โนลด์สเฉลี่ย นาเวียร์-สโตกส์ (Reynolds-average Navier-Stokes Equations, RANS) เป็นวิธีการที่โบราณที่สุดสำหรับการจำลองแบบปั่นป่วน โดยการแก้สมการควบคุมและมีการเพิ่มเทอมของแรงเค้นปรากฏ (Apparent Stresses) เข้าไป หรือที่รู้จักกันในนามของแรงเค้นเรย์โนลด์ส (Reynolds Stress) นั้นเอง โดยเป็นการเพิ่มเทนเซอร์อันดับสอง (Second Order Tensor) เข้าไปสำหรับแต่ละแบบจำลองที่มีลักษณะของปริมาตรปิด (Closure) ที่แตกต่างกัน โดยทั่วไปมักจะเข้าใจผิดกันว่าสมการ RANS ใช้ไม่ได้สำหรับการไหลเทียบกับเวลาเนื่องจากสมการดังกล่าวเป็นการพิจารณา ณ เวลาเฉลี่ย แต่ในความเป็นจริงการไหลแบบไม่คงที่ (Unsteady Flow) ก็สามารถพิจารณาให้เป็นกรณีดังกล่าวได้หรือในบางครั้งอาจจะเรียกว่า URANS

2.2.2 การจำลองแบบหมุนวนขนาดใหญ่ (Large Eddy Simulation)

การจำลองแบบหมุนวนขนาดใหญ่ (Large Eddy Simulations, LES) เป็นเทคนิคหนึ่งที่ใช้ในกรณีที่การหมุนวนมีขนาดเล็กกว่าและถูกทำให้มีขนาดน้อยลงโดยการใช้แบบจำลองสเกลกริดย่อย (Sub-Grid Scale Model) ในขณะที่เดียวกันจะทำการจำลองแบบระบบพลังงานขนาดใหญ่ด้วยแบบจำลองหมุนวน โดยปกติวิธีการนี้ต้องการโครงตาข่ายที่มีความละเอียดสูงมากกว่าแบบจำลอง RANS แต่ผลผลิตที่ได้จากแบบจำลองชนิดนี้จะมีความหยากกว่าผลผลิตของแบบจำลอง DES

2.2.3 การจำลองแบบหมุนวนชนิดแยก (Detached Eddy Simulation)

การจำลองแบบหมุนวนชนิดแยก (Detached Eddy Simulations, DES) เป็นการดัดแปลงแบบจำลอง RANS โดยแบบจำลองนี้สามารถสลับปรับเปลี่ยนกริดไปเป็นสมการของสเกลกริดย่อยในพื้นที่ที่มีความละเอียดสูงของการคำนวณ โดย LES พื้นที่บริเวณใกล้เคียงขอบเขตของของแข็งและบริเวณที่สเกลความปั่นป่วนมีความยาวน้อยกว่ามิติของกริดสูงสุดซึ่งถูกกำหนดในผลผลิตของแบบจำลอง RANS ในกรณีที่สเกลของการปั่นป่วนมีความยาวเกินกว่ามิติของกริด ณ บริเวณพื้นที่นั้นจะถูกแก้สมการโดยโหมด LES ดังนั้นความละเอียดของกริด (Grid Resolution) จึงไม่ขึ้นอยู่กับแบบจำลอง LES เพียงแบบจำลองเดียว ในกรณีดังกล่าวทำให้สามารถลดค่าใช้จ่ายในการคำนวณลงไปได้อย่างมาก

2.3 อัลกอริทึมสำหรับการหาผลเฉลย (Solution Algorithms)

ผลเฉลยพื้นฐานของระบบสมการเกิดขึ้นหลังจากมีการแบ่งช่วงโดยอาศัยอัลกอริทึมสำหรับพีชคณิตเชิงเส้น ซึ่งอัลกอริทึมที่ใช้ อาจจะเป็นระเบียบวิธี Gauss-Seidel หรือระเบียบวิธี Successive Overrelaxation หรือระเบียบวิธี Krylov Subspace

3. คอมพิวเตอร์ซอฟต์แวร์ (Computer Software)

เทคนิคพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณดังกล่าวมักจะถูกใช้ในการออกแบบหรือวิเคราะห์อุปกรณ์ที่เกี่ยวข้องกับของไหล เช่น ยานพาหนะ ปิ๊ม อุปกรณ์ทางเคมีหรือระบบระบายอากาศ ในปัจจุบันได้มีการพัฒนาแพ็คเกจของซอฟต์แวร์สำเร็จรูปเชิงพาณิชย์เพื่อใช้ในการแก้สมการนาเวียร์-สโตกส์ เช่น AVL/FIRE CFD-ACE+ EFD.Lab CFD-FASTRAN CFX โดย ANSYS Inc. Coolit Fluent KIVA NUMECA Phoenix STAR-CD เป็นต้น

4. สรุป

บทความนี้เป็นการกล่าวถึงพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณซึ่งเป็นการอาศัยคอมพิวเตอร์ในการวิเคราะห์พฤติกรรมของของไหลในอุปกรณ์หรือในระบบ โดยทำการสร้างโครงตาข่ายของรูปทรงที่กำลังศึกษา และอาศัยระเบียบวิธีในการแบ่งช่วง เช่น ระเบียบวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม ระเบียบวิธีอีลิเมนต์สี่เหลี่ยม ระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมหรือระเบียบวิธีอีลิเมนต์ขอบเขต โดยอาศัยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในการแก้สมการควบคุมภายใต้เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขต หลังจากนั้นจึงทำการวิเคราะห์ผลและแสดงภาพของผลเฉลยที่ได้จากการจำลองแบบ กล่าวโดยรวมเทคนิคพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณสามารถประยุกต์ใช้เป็นเครื่องมือในการทำงานวิจัย การออกแบบและการศึกษาความเหมาะสมของระบบต่างๆ ได้เป็นอย่างดี

เอกสารอ้างอิง

- (1) Anderson, Jr., J. D. 1995. *Computational Fluid Dynamics*. McGraw-Hill International Editions. New York. U.S.A. 547 P.
- (2) Majumdar, P., 2005. *Computational Methods for Heat and Mass Transfer*. Taylor and Francis Group. New York. U.S.A. 717 p.
- (3) Waewsak, J. and Sarachitti, R. 2006. An Investigation of Natural Ventilated Roofs by means of Computational Fluid Dynamics. *Thammasat International Journal of Science and Technology*, Vol. 11. No. 1. pp. 21-32.
- (4) Chapra, S. C. 2005. *Applied Numerical Methods with MATLAB for Engineers and Scientists*. International Edition. McGraw-Hill. Singapore. 384 p.
- (5) Celia, M. A. and Gray, W. G. 1992. *Numerical Methods for Differential Equations Fundamental Concepts for Scientific and Engineering Applications*. Prentice-Hall International Editions. Singapore. 435 p.
- (6) http://en.wikipedia.org/wiki/Computational_fluid_dynamics accessed in 3 March 2006.
- (7) Khedari, J., Yimsmerjit, P. and Hirunlabh, J. 2002. Experimental Investigation of Free Convection in Open-Ended Inclined Rectangular Channel with Upper Hot Plate. *Building and Environment*, 37. pp. 455-459.

-
- (8) Puangsombat, W., Hirunlabh, J. and Khedari, J. 2003. *Experimental Investigation of Free Convection Produced by a Heated Top Plate in an Open Ended Inclined Rectangular Channel with Radiant Barrier*. The 1st International Conference on Sustainable Energy and Green Architecture. 8-10 October. Bangkok. Thailand.
 - (9) Chantasaro, E. and Chantasaro, V. 2003. *On the New Concept of Turbulence Modeling*. The 7th Annual National Symposium on Computational Science and Engineering. 24-26 March. Bangkok. Thailand.
 - (10) Launder B. E. and Spalding, D. B. 1974. *The Numerical Computation of Turbulent Flows, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering.*, Vol. 3. pp. 269-289.
 - (11) Chen, Q., Xu, W. A. 1998. A Zero-Equation Turbulence Model for Indoor Airflow Simulation. *Energy and Buildings.*, Vol. 28. pp. 137-144.
 - (12) Sukjit, E., Juntasaro, V., Utthayopas, P. and Juntasaro, E. 2003. *Numerical Simulation of Turbulent Flow in Three-Dimensional Space*. The 7th Annual National Symposium on Computational Science and Engineering. 24-26 March. Bangkok. Thailand.
 - (13) <http://www.flow3d.com/Cfd-101/turb.htm> accessed in 12 June 2006.