

การสร้างชุดการเรียนรู้การสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต  
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2




เสนอต่อมหาวิทยาลัยทักษิณ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์

ตุลาคม 2546

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยทักษิณ

ISBN 974 – 451 – 514 – 7



วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัย  
จากมหาวิทยาลัยทักษิณ  
ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

คณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบปากเปล่าวิทยานิพนธ์  
ได้พิจารณาวิทยานิพนธ์ฉบับนี้แล้วเห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยทักษิณได้

คณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิชัย ชำนิ)

..... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์เมธี ลิ้มอักษร)

คณะกรรมการสอบปากเปล่าวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิชัย ชำนิ)

..... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์เมธี ลิ้มอักษร)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(อาจารย์ ดร.เรวดี กระโหมวงศ์)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์เฉลิมศรี ชำนิ)

มหาวิทยาลัยทักษิณอนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม  
หลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ของมหาวิทยาลัยทักษิณ

..... ประธานอนุกรรมการบัณฑิตศึกษา

(อาจารย์ ดร.สมศักดิ์ โชคนุกูล)

วันที่ เดือน ตุลาคม พ.ศ. 2546

## ประกาศคุณูปการ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์ได้ด้วยความช่วยเหลือ แนะนำ ตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องของวิทยานิพนธ์และให้คำปรึกษาอย่างดียิ่งจากผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิชัย ชำนิ ประธานกรรมการและผู้ช่วยศาสตราจารย์เมธี ลิ้มอักษร กรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์เฉลิมศรี ชำนิ และอาจารย์เอมอร สิทธิรักษ์ ที่ได้กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจแก้เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ตลอดจนให้คำแนะนำ ซึ่งเป็นประโยชน์อย่างยิ่งในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ และขอขอบพระคุณอาจารย์ผู้สอนทุกท่านที่ได้ถ่ายทอดความรู้ แนวคิด และให้คำแนะนำต่าง ๆ เป็นอย่างดีตลอดระยะเวลาที่ผู้วิจัยได้ศึกษาที่มหาวิทยาลัยทักษิณ

ขอขอบพระคุณ ผู้อำนวยการและคณะครูโรงเรียนป่าพะยอมพิทยาคม ที่กรุณาให้ความช่วยเหลือและอำนวยความสะดวกในการทดลองใช้เครื่องมือและเก็บรวบรวมข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย

ขอขอบคุณพี่ ๆ น้องๆ นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือ แนะนำในการจัดรูปเล่มวิทยานิพนธ์ และช่วยเหลือในการพิสูจน์อักษรของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ และพี่น้องภายในครอบครัว ที่กรุณาให้กำลังใจและกำลังทรัพย์ สนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัยเสมอมา จนกระทั่งทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

คุณค่าทั้งหลายที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นกตัญญูตเวทิตาแต่บิดามารดา บุรพจารย์และญาติพี่น้องทุกท่านที่ให้ความเมตตาและสนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัยตลอดมา

จิรา ไชยศรียา

## สารบัญ

บทที่		หน้า
1	บทนำ .....	1
	ภูมิหลัง.....	1
	ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	4
	ความสำคัญของการวิจัย.....	4
	ขอบเขตของการวิจัย.....	4
	นิยามศัพท์เฉพาะ.....	5
2	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	7
	การจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรการศึกษา ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 และสาระการเปลี่ยนแปลงทางเรขาคณิต.....	7
	เนื้อหาเรื่องการเปลี่ยนแปลงทางเรขาคณิต.....	9
	ชุดการเรียนรู้การสอน.....	11
	การเรียนรู้การสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ.....	27
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนรู้การสอน.....	31
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนเรื่องการเปลี่ยนแปลงทางเรขาคณิต.....	34
3	วิธีดำเนินการวิจัย.....	37
	ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	37
	เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล.....	37
	การดำเนินการวิจัยและเก็บรวบรวมข้อมูล.....	39
	การวิเคราะห์ข้อมูล.....	40
	สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	40

บทที่	หน้า
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	43
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	43
ลำดับชั้นในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	43
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	44
5 บทย่อ สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	46
บทย่อ.....	46
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	46
การดำเนินการวิจัย.....	46
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	47
สรุปผลการวิจัย.....	47
อภิปรายผล.....	47
ข้อเสนอแนะ.....	49
บรรณานุกรม.....	50
ภาคผนวก.....	55
ภาคผนวก ก การวิเคราะห์ข้อมูล.....	56
ภาคผนวก ข ชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต.....	67
ภาคผนวก ค รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ.....	272
บทคัดย่อ.....	274
ประวัติย่อของผู้วิจัย.....	279

## บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 องค์ประกอบที่สำคัญของชุดการเรียนการสอน.....	17
2 แผนภูมิการสร้างชุดการเรียนการสอน.....	21



## บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน และผลการหาประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต โดยคิดจากร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน.....	44
2 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต และผลการหาประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (พฤติกรรมที่เปลี่ยนในตัวผู้เรียนหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนการสอน) โดยคิดจากร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต.....	45





# บทที่ 1

## บทนำ

### ภูมิหลัง

ในสภาพสังคมปัจจุบันวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีได้เข้ามามีบทบาทต่อการดำเนินชีวิตของมนุษย์มากขึ้น ไม่ว่าจะเป็นด้านการศึกษา การคิดต่อสื่อสาร การจรรยาบรรณส่ง การพัฒนาด้านเศรษฐกิจ และการจัดการศึกษา นอกจากนี้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยียังมีส่วนช่วยในการแก้ไขปัญหาต่าง ๆ ที่มีมากมายในสังคม จึงเห็นได้ว่าถ้าประเทศไทยเป็นผู้นำทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ประเทศนั้นย่อมได้เปรียบกว่าประเทศอื่น อย่างไรก็ตามการที่ประเทศไทยจะสามารถพัฒนาทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีได้นั้น ประเทศนั้นต้องมีการพัฒนาทางด้านคณิตศาสตร์แล้วเป็นอย่างดี เพราะความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นความรู้พื้นฐานที่สำคัญและเป็นเครื่องมือที่มนุษย์จะนำไปใช้ในการพัฒนาความรู้ทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีให้เจริญก้าวหน้า (ปานทองกุลนาถศิริ. 2543 : 15) ซึ่งสอดคล้องกับ ยูพิน พิพิธกุล ที่กล่าวไว้ว่า “คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับความคิด กระบวนการและเหตุผล คณิตศาสตร์ฝึกให้คนคิดอย่างมีระเบียบและเป็นรากฐานของวิทยาการหลาย ๆ สาขา” (ยูพิน พิพิธกุล. 2530 : 1) นอกจากนี้ความรู้ที่ได้รับจากการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์สามารถนำไปใช้ได้ในชีวิตประจำวันและในงานอาชีพ อีกทั้งยังปลูกฝังให้ผู้เรียน มีคุณสมบัติและความสามารถทางสมองบางประการ เช่น การเป็นคนช่างสังเกต รู้จักคิดอย่างมีเหตุมีผล มีระบบและขั้นตอน (สมชาย ชูชาติ. 2542 : 77 – 78)

ประเทศไทยกำลังอยู่ในช่วงที่มีการปรับปรุงเปลี่ยนแปลงหลักสูตรการศึกษาของชาติ กระทรวงศึกษาธิการ ได้จัดทำหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ขึ้น ซึ่งได้ตระหนักถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ จึงจัดให้มีการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้น ทั้งในระดับประถมศึกษาและระดับมัธยมศึกษา โดยเฉพาะในระดับมัธยมศึกษา ได้จัดให้คณิตศาสตร์เป็นทั้งสาระการเรียนรู้พื้นฐานและสาระการเรียนรู้เลือก และได้กำหนดคุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบการศึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิต ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษา

ในระดับที่สูงขึ้น (กระทรวงศึกษาธิการ. 2544 : 2) อีกทั้งได้จัดทำสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยกำหนดให้องค์ความรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 6 สาระ คือ

1. จำนวนและการดำเนินการ
2. การวัด
3. เรขาคณิต
4. พีชคณิต
5. การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น
6. ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2544 : 6)

เรขาคณิตเป็นสาระหนึ่งที่กำหนดไว้ในองค์ความรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งมีความสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เพราะความรู้ที่ได้จากการศึกษาวิชาเรขาคณิตถือเป็นเครื่องมือที่สำคัญที่จะนำไปช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สาขาอื่น ๆ อีกทั้งพัฒนาผู้เรียนให้เป็นคนมีเหตุผล ทำงานเป็นขั้นตอนอย่างมีระบบและช่วยพัฒนาความสามารถในด้านการค้นพบ นอกจากนี้โจทย์ปัญหาทางเรขาคณิตบางรูปแบบยังท้าทายความคิด เป็นการฝึกฝนให้ใช้สติปัญญาในการคิดแก้ไขปัญหาต่าง ๆ (โกมล ไพบูล. 2540 : 2) ซึ่งสอดคล้องกับ พิชากร แปลงประสพโชค ที่กล่าวว่า “เรขาคณิตนอกจากเป็นวิชาที่ฝึกทักษะในด้านมิติสัมพันธ์ (spatial ability) แล้วยังฝึกในด้านการให้เหตุผลแบบต่าง ๆ ทั้งสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันและเป็นพื้นฐานของหลายสาขาวิชา ตลอดจนเป็นพื้นฐานที่จะเข้าใจคณิตศาสตร์อื่น ๆ” (พิชากร แปลงประสพโชค. 254:38)

เนื้อหาเรขาคณิตมีหลายหัวข้อ หัวข้อหนึ่งก็คือว่ามีประโยชน์อย่างยิ่ง ได้แก่ การแปลงทางเรขาคณิต (geometric transformation) เพราะการเรียนรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตเป็นวิชาที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับการดำเนินชีวิต สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ เช่น งานศิลปะในด้านการออกแบบลวดลาย สถาปัตยกรรม ประติมากรรม การเรียนวิชาการแปลงทางเรขาคณิตจึงถือได้ว่าเป็นการเรียนในสิ่งที่สัมพันธ์กับชีวิต (วิทยา รุ่งอรุณพิศาล. 2517 : 8-9) นอกจากนี้ การเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตยังเป็นพื้นฐานในการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับสูง เช่น เรขาคณิตวิเคราะห์ อีกทั้งเป็นการฝึกฝนความสามารถในด้านมิติสัมพันธ์บางรูปแบบ ซึ่งความสามารถในด้านมิติสัมพันธ์มีส่วนเกี่ยวข้องกับอาชีพทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีเป็นอย่างมาก รวมทั้งด้านศิลปกรรมด้วย โดยเฉพาะอาชีพที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ ศิลปะและวิศวกรรม (ล้วน สายยศ. 2543 : 24) ดังนั้นการแปลงทางเรขาคณิตจึงเป็นเนื้อหาที่เหมาะสมที่นักเรียนควรจะได้ศึกษา

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ได้บรรจุเนื้อหาการแปลงทางเรขาคณิตเข้าไปในหลักสูตรด้วย โดยบรรจุไว้ในช่วงชั้นที่ 3 (ม. 1 – ม. 3) ซึ่งในกลุ่มมือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้จัดทำตัวอย่างการจัดการเรียนรู้รายภาคของคณิตศาสตร์พื้นฐาน โดยจัดสาระการแปลงทางเรขาคณิตไว้ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 โดยมีเนื้อหาเกี่ยวกับการเลื่อนขนาน (translation) การหมุน (rotation) และการสะท้อน (reflection) (สถาบันส่งเสริม

การสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2544 : 113 , 134) จากการศึกษาเอกสารหลักสูตรแบบเรียนของไทย พบว่า เรขาคณิตระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาในประเทศไทยมีเนื้อหาที่เกี่ยวกับเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตเพียงเรื่องการสมมาตรเท่านั้น จึงทำให้ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาส่วนใหญ่ยังไม่มีประสบการณ์ในการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต จึงอาจทำให้ครูผู้สอนเกิดความยุ่งยากในการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ทั้งในด้านเนื้อหา วิธีสอน ตลอดจนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้บรรลุตามวัตถุประสงค์ของหลักสูตร

ปัจจุบันได้มีการนำนวัตกรรม และเทคโนโลยีทางการศึกษาเข้ามาใช้ในการแก้ปัญหาและอำนวยความสะดวกในกระบวนการเรียนการสอนอย่างกว้างขวาง เช่น การผลิตบทเรียนแบบโปรแกรม ชุดการเรียนการสอน รายการวิทยุศึกษา รายการโทรทัศน์ศึกษาและการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน เป็นต้น ผู้วิจัยมีความเห็นว่าการใช้ชุดการเรียนการสอนเป็นแนวทางหนึ่งที่จะช่วยอำนวยความสะดวกให้แก่ครูผู้สอน เพราะชุดการเรียนการสอนเป็นสื่อที่มีการเตรียมกระบวนการเรียนการสอนไว้เป็นอย่างดี เป็นนวัตกรรมที่นำเอาสื่อการสอนหลายประเภทมาใช้สัมพันธ์กันอย่างเป็นระบบ โดยชุดการเรียนการสอนจะมีคู่มือการใช้ มีวัตถุประสงค์ มีกิจกรรมการเรียนการสอน มีสื่อและอุปกรณ์ รวมทั้งมีแบบทดสอบเพื่อประเมินผลผู้เรียนด้วย แม้ว่าครูผู้สอนจะไม่มีความรู้ความชำนาญในการสอนก็สามารถนำชุดการเรียนการสอนไปใช้ได้มีประสิทธิภาพ นอกจากนั้นการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนยังทำให้ผู้เรียนได้มีโอกาสปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง ช่วยส่งเสริมการศึกษารายบุคคล ผู้เรียนได้เรียนตามความสนใจ ตามเวลาและโอกาสที่อำนวย (วิชัย วงษ์ใหญ่. 2525 : 192) นักการศึกษาหลายท่านได้นำเอาการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนไปเปรียบเทียบกับการสอนด้วยวิธีอื่นๆ เช่น นันทิยา จิตภิรมย์ (2532) ได้เปรียบเทียบประสิทธิภาพทางการเรียนเรื่องพหุนาม ของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนกับการสอนปกติ ผลปรากฏว่าประสิทธิภาพทางการเรียนเรื่องพหุนามของ นักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการสอนปกติ อัจราพรธม เกิดแก้ว (2524) ได้เปรียบเทียบการสอนความคิดรวบยอดพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ด้วยชุดการเรียนการสอนและการบรรยาย ผลปรากฏว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอน มีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนความคิดรวบยอดพื้นฐานทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีบรรยาย ดังนั้นชุดการเรียนการสอนจึงจัดเป็นอุปกรณ์สำเร็จรูปที่ช่วยลดบทบาทของครูผู้สอนที่ขาดประสบการณ์และเทคนิคในการสอน ช่วยให้นักเรียนได้เรียนตามความสามารถ ทำให้ผู้เรียนมีส่วนร่วม เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้และสรุปเป็นความคิดรวบยอดของตนเอง ซึ่งสอดคล้อง

กับพระราชบัญญัติ การศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 ที่กำหนดแนวการจัดการศึกษาให้เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะสร้างชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เพื่อจะได้ชุดการเรียนการสอนที่เหมาะสมเป็นเครื่องมือสำหรับครูผู้สอนที่จะนำไปใช้ในการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้บรรลุตามวัตถุประสงค์ของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ต่อไป

### ความมุ่งหมายของการวิจัย

เพื่อสร้างชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ให้มีประสิทธิภาพ 70/70

### ความสำคัญของการวิจัย

1. ผลจากการวิจัยจะได้ชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. ผลจากการวิจัยจะเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

### ขอบเขตของการวิจัย

1. ขอบเขตของเนื้อหาที่ใช้ในการสร้างชุดการเรียนการสอนครั้งนี้ เป็นเนื้อหาเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ซึ่งใช้เวลาในการสอน 12 ชั่วโมง โดยมีเนื้อหาประกอบด้วย 4 หน่วยการเรียนรู้ ดังนี้

#### 1.1 การเลื่อนขนาน

1.1.1 การเลื่อนขนานรูปเรขาคณิตบนระนาบ ตามทิศทางและระยะทางที่กำหนด

1.1.2 การหาพิกัดของรูปเรขาคณิตที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบบนระนาบพิกัดฉาก

## 1.2 การหมุน

### 1.2.1 การสมมาตรแบบหมุน

### 1.2.2 การหมุนรูปเรขาคณิตบนระนาบตามจุดหมุนและมุมของการหมุน

ที่กำหนด

### 1.2.3 การหาพิกัดของรูปเรขาคณิตที่เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบบนระนาบ

พิกัดจาก

## 1.3 การสะท้อน

### 1.3.1 สมมาตรการสะท้อน

### 1.3.2 การหารูปเรขาคณิตที่เกิดจากการสะท้อนบนระนาบบนเส้นสะท้อน

ที่กำหนด

### 1.3.3 การหาพิกัดของรูปเรขาคณิตที่เกิดจากการสะท้อนรูปต้นแบบบน

เส้นสะท้อนที่กำหนด

## 1.4 การนำไปใช้

### 1.4.1 การหาผลที่เกิดจากการแปลงสองครั้ง

### 1.4.2 การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต

### 1.4.3 การสร้างสรรค์งานศิลปะโดยใช้ความรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต

2. ประชากร เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนป่าพะยอมพิทยาคม อำเภอป่าพะยอม จังหวัดพัทลุง

3. กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนป่าพะยอมพิทยาคม อำเภอป่าพะยอม จังหวัดพัทลุง ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 โดยการสุ่มอย่างง่าย (simple random sampling) ได้กลุ่มตัวอย่าง 1 ห้องเรียน จำนวน 40 คน

## นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ชุดการเรียนรู้การสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต หมายถึง ชุดการเรียนรู้การสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสำหรับครู เพื่อใช้ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในชั้นเรียนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ประกอบด้วยเอกสารคำบรรยายเนื้อหาเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ คู่มือการใช้ชุดการเรียนรู้การสอน สื่อการเรียนการสอน เช่น ใบงาน บัตรกิจกรรม แผ่นใสแบบซ้อนทับ เพื่อให้ นักเรียนสามารถค้นพบความรู้ได้ด้วย

ตนเอง สามารถให้เหตุผลได้ในลักษณะที่ไม่เป็นทางการ และมีแบบฝึกที่เน้นการนำไปใช้ตลอดจนฝึกการแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการแปลงทางเรขาคณิต

2. ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้การสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต หมายถึงผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนที่ใช้ชุดการเรียนรู้การสอน ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ คือ 70/70 โดย 70 แรกเป็นร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน 70 ที่สองเป็นร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต





## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการสร้างชุดการเรียนรู้การสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังนี้ กรอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 และสาระการแปลงทางเรขาคณิต เนื้อหาการแปลงทางเรขาคณิต ชุดการเรียนรู้การสอน การเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนรู้การสอน และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต

**การจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 และสาระการเรียนรู้การแปลงทางเรขาคณิต**

กระทรวงศึกษาธิการโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ได้จัดทำคู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เป็นเป้าหมายในการพัฒนาการศึกษาคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐานของผู้เรียนให้มีคุณภาพตามมาตรฐานที่กำหนด โดยกำหนดให้สาระที่เป็นองค์ความรู้ของกลุ่มการเรียนรู้คณิตศาสตร์ประกอบด้วย 6 สาระ คือ 1. จำนวนและการดำเนินการ 2. การวัด 3. เรขาคณิต 4. พีชคณิต 5. การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น 6. ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในช่วงชั้นที่ 3 ได้บรรจุเนื้อหาการแปลงทางเรขาคณิตไว้ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน และได้จัดทำตัวอย่างการจัดสาระการเรียนรู้รายภาค โดยจัดสาระการแปลงทางเรขาคณิตไว้ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ซึ่งมีเนื้อหาเกี่ยวกับการเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อน โดยได้กำหนดมาตรฐานช่วงชั้นที่เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตไว้ดังนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2544 : 6 – 113)

1. เข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต (geometric transformation) ในเรื่อง การเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation) และนำไปใช้ได้
2. บอกภาพที่เกิดขึ้นจากการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนรูปต้นแบบ และสามารถอธิบายวิธีการที่จะได้ภาพที่ปรากฏเมื่อกำหนดรูปต้นแบบและภาพนั้นให้

3. อธิบายลักษณะของรูปที่เกิดขึ้นจากการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน บนระนาบพิกัดฉากได้

สำหรับในต่างประเทศ เช่น สหรัฐอเมริกาได้มีการกำหนดให้มีการเรียนเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตเช่นกัน โดยสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของประเทศสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics : NCTM) ได้กำหนดให้นักเรียนแต่ละระดับมีความสามารถดังต่อไปนี้ (The National Council of Teachers of Mathematics, 2000 : 96 , 164 , 232)

นักเรียนระดับก่อนอนุบาล – เกรด 2

1. รู้จักการเลื่อน การสะท้อน การหมุน และสามารถนำไปใช้ได้
2. รู้จักการสมมาตร และสามารถนำไปใช้สร้างรูปต่าง ๆ ได้

นักเรียนระดับเกรด 3 – 5

1. ทำนายและอธิบายผลของการเลื่อน การสะท้อน และการหมุนของรูป 2 มิติได้
2. อธิบายการเคลื่อนที่หรือลำดับของการเคลื่อนที่ซึ่งจะแสดงด้วยรูปสองรูปที่เท่ากัน

ทุกประการ

3. บอกและอธิบายเกี่ยวกับเส้นสมมาตร และการสมมาตรแบบหมุนของรูป 2 – 3 มิติ และสามารถออกแบบได้

นักเรียนระดับเกรด 6 – 8

1. อธิบายขนาด ตำแหน่ง และหาตำแหน่งของรูปภายใต้การแปลงทางเรขาคณิต ได้แก่ การสะท้อน การหมุน และการเลื่อน ในลักษณะไม่เป็นทางการ
2. ตรวจสอบความเท่ากันทุกประการ ความคล้าย การสมมาตรเกี่ยวกับเส้นสมมาตร หรือการสมมาตรแบบหมุนของวัตถุซึ่งใช้การแปลง

สรุปได้ว่ากระทรวงศึกษาธิการ โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จัดทำคู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 โดยในช่วงชั้นที่ 3 (ม. 1 – ม. 2) ได้บรรจุเนื้อหาการแปลงทางเรขาคณิตไว้เป็นสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ซึ่งในตัวอย่างการจัดสาระการเรียนรู้รายภาค ได้จัดสาระการแปลงทางเรขาคณิตไว้ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตในเรื่อง การเลื่อนขนาน การหมุน การสะท้อน และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ เช่นเดียวกับประเทศสหรัฐอเมริกาได้จัดให้มีการเรียนการสอนเนื้อหาเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตให้แก่ นักเรียนในระดับต่าง ๆ ด้วย



## เนื้อหาเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต (geometric transformation)

การแปลงทางเรขาคณิตของรูปบนระนาบเป็นการจับคู่กันแบบหนึ่งต่อหนึ่งแบบทั่วถึง (one-to one onto) ระหว่างจุดบนรูปต้นแบบกับจุดบนรูปที่เกิดจากการแปลง การแปลงทางเรขาคณิตมีผลทำให้รูปที่ได้จากการแปลงมีหลายแบบ ซึ่งอาจมีผลทำให้รูปที่ได้จากการแปลงยังคงลักษณะและความยาวระหว่างจุดต่าง ๆ เท่าเดิมเช่นเดียวกับรูปต้นแบบ หรืออาจมีผลทำให้ระยะระหว่างจุดต่าง ๆ บนรูปที่ได้จากการแปลงเปลี่ยนไป เรียกการแปลงที่ทำให้รูปจากการแปลงคงลักษณะและขนาดเช่นเดียวกับรูปต้นแบบว่า การแปลงแบบไอโซเมตรี (isometry) การแปลงที่มีสมบัติเช่นนี้ได้แก่การเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน และการสะท้อนแบบเลื่อน (glide reflection) การแปลงประเภทที่ไม่รักษาระยะหรือความยาวบนรูปที่ได้จากการแปลงเรียกว่า การเปลี่ยนขนาด (dilation) หรือการย่อและการขยายรูป หรือบางครั้งอาจเรียกว่า การคล้ายกัน (similarity)

การแปลงทางเรขาคณิตในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เน้นเฉพาะการเปลี่ยนตำแหน่งของรูปเรขาคณิตที่ลักษณะและขนาดของรูปยังคงเดิม ซึ่งเป็นผลจากการเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) หรือการหมุน (rotation) โดยไม่กล่าวถึงสมการหรือสูตรที่แสดงความสัมพันธ์ในการแปลงนั้น

### การเลื่อนขนาน (translation)

การเลื่อนขนานต้องมีทิศทางและระยะทางที่ต้องการเลื่อนรูป การเลื่อนขนานเป็นการแปลงที่จับคู่จุดแต่ละจุดของรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดของรูปที่ได้จากการเลื่อนรูปต้นแบบไปในทิศทางใดทิศทางหนึ่งด้วยระยะทางที่กำหนด โดยที่

1. รูปที่ได้จากการเลื่อนขนานเท่ากันทุกประการกับรูปเดิม
2. จุดแต่ละจุดบนรูปที่ได้จากการเลื่อนขนานจะห่างจากจุดที่สมนัยกันบนรูปต้นแบบเป็นระยะเท่ากัน
3. ส่วนของเส้นตรงที่สมนัยกันของรูปต้นแบบและรูปที่ได้จากการเลื่อนขนานจะขนานกัน

### การหมุน (rotation)

การหมุนจะต้องมีจุดหมุน ขนาดของมุมที่ต้องการหมุน และทิศทางที่ต้องการหมุน รูปต้นแบบรอบจุดหมุนนั้น จุดหมุนจะเป็นจุดที่อยู่นอกรูปหรือบนรูปก็ได้ การหมุนจะหมุนทวนเข็มนาฬิกาหรือตามเข็มนาฬิกาก็ได้ โดยทั่วไปเมื่อไม่ระบุไว้การหมุนรูปจะเป็นการหมุนทวนเข็มนาฬิกา

นาฬิกา การหมุนเป็นการแปลงที่จับคู่จุดแต่ละจุดของรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดของรูปที่ได้จากการหมุน โดยที่

1. รูปที่ได้จากการหมุนเท่ากันทุกประการกับรูปต้นแบบ
  2. จุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบเคลื่อนที่รอบจุดหมุนด้วยขนาดของมุมที่กำหนด
  3. จุดที่ได้จากการหมุนจุดต้นแบบเป็นจุดที่สมนัยกับจุดต้นแบบนั้น สำหรับจุดที่สมนัยกันแต่ละคู่ ระยะระหว่างจุดต้นแบบถึงจุดหมุนเท่ากับระยะจากจุดสมนัยถึงจุดหมุน
  4. เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดต้นแบบและจุดที่สมนัย จะผ่านจุดหมุน
  5. เมื่อทำการหมุน จุดหมุนไม่เปลี่ยนตำแหน่ง จุดหมุนจึงเป็นจุดคงที่
- สมมาตรการหมุน (rotation symmetry) รูปรูปหนึ่งมีสมมาตรการหมุนเมื่อสามารถหมุนรูปนั้นด้วยมุมขนาดน้อยกว่า 360 องศาแล้วปรากฏว่ารูปที่หมุนไปนั้นจะกลับมาอยู่ในตำแหน่งเดิม

#### การสะท้อน (reflection)

การสะท้อนต้องมีรูปต้นแบบที่ต้องการสะท้อน และเส้นสะท้อน (reflection line หรือ mirror line) การสะท้อนรูปข้ามเส้นสะท้อนเหมือนกับการพลิกรูปข้ามเส้นสะท้อน หรือการดูเงาสะท้อนบนกระจกเงาที่วางบนเส้นสะท้อน การสะท้อนเป็นการแปลงที่มีการจับคู่กันระหว่างจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนรูปสะท้อน โดยที่

1. รูปที่เกิดจากการสะท้อนมีขนาดและรูปร่างเช่นเดิม หรือกล่าวได้ว่ารูปที่เกิดจากการสะท้อนเท่ากันทุกประการกับรูปเดิม
  2. เส้นสะท้อนแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนรูปสะท้อนที่สมนัยกัน นั่นคือระยะระหว่างจุดต้นแบบและเส้นสะท้อนเท่ากับระยะระหว่างจุดสะท้อนและเส้นสะท้อน
  3. เมื่อทำการสะท้อน จุดบนเส้นสะท้อนไม่เปลี่ยนตำแหน่ง จุดเหล่านั้นจึงเป็นจุดคงที่
- การสมมาตรการสะท้อน (reflection symmetry) รูปรูปหนึ่งมีสมมาตรการสะท้อนเมื่อมีเส้นสะท้อนบนรูปนั้นที่สะท้อนครึ่งหนึ่งของรูปบนอีกครึ่งหนึ่งของรูปนั้น เส้นสะท้อนเส้นนั้นเรียกว่าเส้นสมมาตร

#### การสะท้อนแบบเลื่อน (glide reflection)

การสะท้อนแบบเลื่อนเป็นการผสมผสานระหว่างการเลื่อนขนานและการสะท้อน นั่นคือการสะท้อนแบบเลื่อนอาจได้จากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบ แล้วสะท้อนรูปที่ได้จากการเลื่อนขนานนั้นข้ามเส้นที่ขนานกับเส้นที่กำหนดทิศทางของการเลื่อนขนาน หรือการสะท้อนแบบ

เลื่อนได้จากการสะท้อนรูปต้นแบบแล้วเลื่อนขนานรูปที่ได้จากการสะท้อนไปในทิศทางเดียวกัน กับเส้นสะท้อน

#### ความสัมพันธ์ระหว่างการสะท้อน การเลื่อนขนาน และการหมุน

กำหนดเส้นสะท้อน 2 เส้นที่ขนานกัน เมื่อสะท้อนรูปต้นแบบข้ามเส้นสะท้อนเส้นแรก แล้วสะท้อนรูปที่ได้ข้ามเส้นสะท้อนรูปที่สอง จะพบว่ารูปที่เกิดจากการสะท้อนครั้งที่สองเหมือนกับรูปที่ได้จากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบ

กำหนดเส้นสะท้อน 2 เส้นที่ตัดกัน เมื่อสะท้อนรูปต้นแบบข้ามเส้นสะท้อนเส้นแรก แล้วสะท้อนรูปที่ได้ข้ามเส้นสะท้อนเส้นที่สอง จะพบว่ารูปที่เกิดจากการสะท้อนครั้งที่สองเหมือนกับรูปที่ได้จากการหมุนรูปต้นแบบ

สำหรับเนื้อหาเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ในการสร้างชุดการเรียนรู้การสอน เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ยึดตามหลักสูตรการศึกษา ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 โดยเน้นเฉพาะการเปลี่ยนตำแหน่งของรูปเรขาคณิตที่ลักษณะและขนาดของรูปยังคงเดิม ซึ่งเป็นผลจาก การเลื่อนขนาน การสะท้อน หรือการหมุน โดยไม่กล่าวถึง สมการหรือสูตรที่แสดงความสัมพันธ์นั้น

#### ชุดการเรียนรู้การสอน

ชุดการเรียนรู้การสอนเป็นเทคโนโลยีทางการศึกษาอย่างหนึ่ง ซึ่งนิยมใช้กันแพร่หลาย ทางการศึกษา เพราะผู้สอนสามารถนำมาใช้เป็นเครื่องมือในการสอนหรือให้ผู้เรียนใช้เรียนด้วยตนเองหรือทั้งผู้เรียนและผู้สอนใช้ร่วมกัน เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์และช่วยลดภาระการสอน ของครูด้วย

#### ความหมายของชุดการเรียนรู้การสอน

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของชุดการเรียนรู้การสอนไว้ดังนี้

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 185) ได้ให้ความหมายของชุดการเรียนรู้การสอนว่า เป็นสื่อ การเรียนที่อาศัยระบบการผลิตและการนำสื่อการเรียนหลาย ๆ อย่างมาสัมพันธ์กัน และส่งเสริมซึ่งกันและกัน สื่อการสอนเหล่านี้เรียกว่าสื่อประสม ซึ่งสามารถนำมาใช้ให้สอดคล้องกับเนื้อหาวิชา เพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมกรเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

สุมานิน รุ่งเรืองธรรม (2526 : 112) ให้ความหมายชุดการเรียนรู้การสอนว่า เป็นระบบ การผลิตและการนำสื่อการเรียนหลาย ๆ อย่างมาสัมพันธ์กันและมีคุณค่าส่งเสริมซึ่งกันและกัน

หรือการนำระบบสื่อประสมที่สอดคล้องกับเนื้อหาและประสบการณ์ของแต่ละหน่วยวิชามาช่วยในการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมกรรมการเรียนรู้เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น

อิทธิพงษ์ คุณิตพันธ์ (2538 : 34) ให้ความหมายของชุดการเรียนการสอนว่า หมายถึง เทคโนโลยีทางการศึกษาอย่างหนึ่งที่มีระบบการผลิตและการนำสื่อการเรียนหลาย ๆ อย่างมาสัมพันธ์กันในลักษณะของสื่อประสม ซึ่งครูใช้เป็นเครื่องชี้แนวทางและเครื่องมือในการสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมอย่างมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้

บุญชม ศรีสะอาด (2541 : 95) ให้ความหมายชุดการเรียนการสอนว่า หมายถึง สื่อการเรียนหลายอย่างประกอบกันจัดเข้าไว้ด้วยกันเป็นชุดเรียกว่า สื่อประสม เพื่อมุ่งให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ

สมจิตร ศรีชะเกษ (2542 : 42) ให้ความหมายของชุดการเรียนการสอนว่า เป็นการนำสื่อประสมมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนอย่างเป็นระบบให้สอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์เพื่อเป็นเครื่องมือถ่ายทอดความรู้ ประสบการณ์ให้แก่ผู้เรียนได้ดำเนินไปอย่างมีคุณภาพ พร้อมทั้งตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคล

กล่าวโดยสรุปได้ว่า ชุดการเรียนการสอนเป็นสื่อการศึกษาอย่างหนึ่งที่อาศัยระบบการผลิตและนำสื่อการเรียนการสอนหลาย ๆ อย่างมาใช้ให้สัมพันธ์กับเนื้อหาและจุดประสงค์ เพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนการสอนให้ผู้เรียนบรรลุจุดประสงค์ที่ตั้งไว้ สำหรับรูปแบบการจัดทำชุดการเรียนการสอนนี้จะจัดสื่อและอุปกรณ์ต่าง ๆ ไว้เป็นชุด ๆ ซึ่งอาจบรรจุในกล่องหรือซองและมีคำอธิบายรายละเอียดถึงวิธีการใช้ไว้อย่างชัดเจน

#### แนวคิดที่นำมาสู่การผลิตชุดการเรียนการสอน

สันทัด ภีบาลสุข และพิมพ์ใจ ภีบาลสุข (2525 : 193- 195) ได้กล่าวถึงแนวคิดที่นำมาสู่การผลิตชุดการเรียนการสอน ดังนี้

1. แนวคิดเกี่ยวกับทฤษฎีความแตกต่างระหว่างบุคคล นักการศึกษาได้นำหลักจิตวิทยา มาประยุกต์ใช้ในการเรียนการสอน โดยคำนึงถึงความต้องการ ความถนัด และความสนใจของผู้เรียนเป็นสำคัญ ความแตกต่างระหว่างบุคคลมีหลายด้านคือ ความสามารถ สติปัญญา ความต้องการ ความสนใจ ร่างกาย อารมณ์ สังคม เป็นต้น ในการจัดการเรียนการสอนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลนี้ วิธีการที่เหมาะสมที่สุดคือ การจัดการสอนรายบุคคล หรือการศึกษาตามเอกัตภาพ การศึกษาโดยเสรี และการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง ซึ่งล้วนแต่เป็นวิธีการสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีอิสระในการเรียนตามสติปัญญา ความสามารถ และความสนใจ โดยมีครูคอยแนะนำช่วยเหลือตามความเหมาะสม

2. แนวคิดที่พยายามจะเปลี่ยนการเรียนการสอนไปจากเดิมที่ยึดครูเป็นแหล่งความรู้หลัก มาเป็นการจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียน ด้วยการชี้แหล่งความรู้จากสื่อการสอนแบบต่าง ๆ ซึ่งประกอบด้วย วัสดุ อุปกรณ์ และวิธีการนำสื่อการสอนมาใช้ จะต้องจัดให้ตรงเนื้อหา และประสบการณ์ตามหน่วยการสอนของวิชาต่าง ๆ โดยนิยมจัดในรูปของชุดการเรียนการสอนการเรียนรู้ด้วยวิธีนี้ครูจะช่วยถ่ายทอดความรู้ให้แก่ผู้เรียนเพียงหนึ่งในสามของเนื้อหาทั้งหมด ส่วนอีกสองในสามผู้เรียนจะศึกษาด้วยตนเองจากที่ผู้สอนเตรียมไว้ให้ในรูปของชุดการเรียนการสอน และที่ผู้สอนชี้ทางให้

3. แนวคิดในเรื่องการใช้สื่อการสอนต่าง ๆ ในรูปของการจัดระบบการใช้สื่อการสอนหลายอย่างมาช่วยการสอนให้เหมาะสม และใช้เป็นแหล่งความรู้สำหรับผู้เรียน แทนการใช้ครูเป็นผู้ถ่ายทอดความรู้ให้แก่ผู้เรียนตลอดเวลา แนวทางใหม่จึงเป็นการผลิตสื่อการสอนแบบประสมให้เป็นชุดการเรียนการสอน

4. แนวคิดเกี่ยวกับปฏิริยาสัมพันธ์ระหว่างครูกับผู้เรียน ผู้เรียนกับผู้เรียน และผู้เรียนกับสภาพแวดล้อม เดิมผู้เรียนเป็นฝ่ายรับความรู้จากครูเท่านั้น แทนจะไม่มีโอกาสในการแสดงความคิดเห็นต่อเพื่อน ๆ และต่อครู ผู้เรียนจึงขาดทักษะการแสดงออกและการทำงานเป็นกลุ่ม จึงได้มีการนำเอากระบวนการกลุ่มสัมพันธ์มาใช้ในการเรียนการสอนเพื่อเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ประกอบกิจกรรมร่วมกัน ซึ่งนำมาสู่การผลิตสื่อออกมาในรูปของชุดการเรียนการสอน

5. แนวคิดในการนำหลักจิตวิทยาการเรียนรู้มาจัดสภาพสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้ โดยจัดสภาพการณ์ออกมาเป็นการสอนแบบโปรแกรม ซึ่งหมายถึงระบบการเรียนการสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียน (1) ได้เข้าร่วมกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยตนเอง (2) ได้ทราบว่าการตัดสินใจหรือการปฏิบัติงานของตนถูกหรือผิดอย่างไร (3) ได้รับการเสริมแรงที่ทำให้ผู้เรียนภาคภูมิใจที่ได้ทำถูกหรือคิดถูก อันจะทำให้เกิดการกระทำพฤติกรรมนั้นซ้ำอีกในอนาคต (4) ได้เรียนรู้ไปทีละขั้นตามความสามารถและความสบายใจของผู้เรียนเอง

สุนันท์ สังข์อ่อน (2526 : 134) ได้กล่าวถึงแนวความคิดที่ทำให้ให้นักการศึกษาผลิตชุดการเรียนการสอน ดังนี้

1. เนื่องจากนักเรียนแต่ละคนมีความแตกต่างกันในทุก ๆ ด้าน การที่จะสอนนักเรียนด้วยวิธีการแบบเดิมจึงไม่อาจสนองความแตกต่างของผู้เรียนได้
2. ปัจจุบันนี้การจัดการศึกษาได้เน้นที่นักเรียนเป็นสำคัญไม่ใช่เน้นที่ครูเป็นศูนย์กลาง
3. การใช้วัสดุทัศนูปกรณ์ได้เปลี่ยนแปลงมาเป็นในรูปของสื่อการสอน
4. ปฏิริยาสัมพันธ์ (interaction) ของครูและนักเรียนต่างไปจากเดิม ครูทำหน้าที่คอยอำนวยความสะดวกและช่วยเหลือเมื่อผู้เรียนต้องการ



5. ขบวนการเรียนการสอนยึดหลักจิตวิทยาการเรียนรู้มาสนับสนุน เช่น การให้แรงเสริม การเรียนตามลำดับขั้น การถ่ายโยงการเรียนรู้ ฯลฯ

สรุปได้ว่าเนื่องจากความพยายามในการเปลี่ยนวิธีการสอนที่ยึดครูเป็นศูนย์กลาง มาเป็นการเรียนการสอนที่ยึดผู้เรียนเป็นสำคัญ ทำให้ต้องผลิตสื่อ อุปกรณ์การสอน และพัฒนาวิธีสอนแบบต่าง ๆ โดยเฉพาะสื่อประสมซึ่งได้จัดรวมสื่อการสอนต่าง ๆ ไว้ในรูปของชุดการเรียนการสอน ซึ่งในการผลิตชุดการเรียนการสอนจะต้องคำนึงถึงหลักจิตวิทยาในด้านความแตกต่างระหว่างบุคคล ความต้องการ ความถนัดของผู้เรียน และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ร่วมกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยตนเอง เพื่อให้ผู้เรียนได้บรรลุจุดมุ่งหมายของการเรียนมากขึ้น

### ประเภทของชุดการเรียนการสอน

นักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของชุดการเรียนการสอนไว้ดังนี้

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 186 – 187) ได้แบ่งประเภทของชุดการเรียนการสอนไว้

3 ประเภท คือ

1. ชุดการเรียนการสอนสำหรับประกอบการบรรยาย หรือชุดการเรียนการสอนสำหรับครูใช้ เป็นชุดการเรียนการสอนที่กำหนดกิจกรรมและสื่อการเรียนให้ครูใช้ประกอบการบรรยาย เพื่อเปลี่ยนบทบาทการพูดของครูให้ลดน้อยลงและเปิดโอกาสให้นักเรียนร่วมกิจกรรมการเรียนมากยิ่งขึ้น ชุดการเรียนการสอนนี้จะมีเนื้อหาวิชาเพียงหน่วยเดียว และใช้กับนักเรียนทั้งชั้น

2. ชุดการเรียนการสอนสำหรับกิจกรรมแบบกลุ่ม ชุดการเรียนการสอนแบบนี้มุ่งเน้นที่ตัวผู้เรียนให้ประกอบกิจกรรมร่วมกัน และอาจจัดการเรียนในรูปของศูนย์การเรียน ชุดการเรียนการสอนสำหรับกิจกรรมแบบกลุ่มจะประกอบด้วยชุดการเรียนย่อยที่มีจำนวนเท่ากับจำนวนศูนย์การเรียนที่แบ่งไว้ในแต่ละหน่วย ในแต่ละศูนย์มีสื่อการเรียนหรือบทเรียนครบชุดตามจำนวนผู้เรียนในศูนย์การเรียนนั้น การเรียนอาจจะจัดในรูปแบบของรายบุคคลหรือผู้เรียนทั้งศูนย์การเรียนใช้ร่วมกันก็ได้ ผู้ที่เรียนจากชุดการเรียนการสอนสำหรับกิจกรรมแบบกลุ่มอาจจะต้องต้องการความช่วยเหลือจากครูเพียงเล็กน้อยในระยะเริ่มเท่านั้น หลังจากเคยชินต่อวิธีการใช้แล้วผู้เรียนจะสามารถช่วยเหลือซึ่งกันและกันได้เอง ในขณะที่ทำกิจกรรมการเรียนหากมีปัญหาผู้เรียนสามารถซักถามครูได้เสมอ เมื่อจบการเรียนแต่ละศูนย์การเรียนแล้วผู้เรียนอาจจะสนใจในการเรียนเสริมเพื่อเจาะลึกถึงสิ่งที่เรียนรู้ได้อีกจากศูนย์การเรียนสำรองที่ครูจัดเตรียมไว้เพื่อไม่ให้เสียเวลาที่จะต้องรอคอยบุคคลอื่น

3. ชุดการเรียนการสอนรายบุคคล เป็นชุดการเรียนการสอนที่จัดระบบขั้นตอนเพื่อให้ผู้เรียนใช้เรียนด้วยตนเองตามลำดับขั้นความสามารถของแต่ละบุคคล เมื่อศึกษาจบแล้วจะทำการ

ทดสอบประเมินผลความก้าวหน้าและศึกษาชุดอื่นต่อไปตามลำดับ เมื่อมีปัญหาผู้เรียนจะปรึกษากันระหว่างผู้เรียน และผู้สอนพร้อมที่จะให้ความช่วยเหลือทันทีในฐานะผู้ประสานงานหรือผู้ชี้แนะแนวทางการเรียน ชุดการเรียนการสอนนี้จัดขึ้นเพื่อส่งเสริมศักยภาพการเรียนรู้ของแต่ละบุคคลให้พัฒนาการเรียนรู้ของตนเองไปได้จนถึงขีดความสามารถโดยไม่ต้องเสียเวลารอคอยผู้อื่น อันเป็นการถูกต้องและยุติธรรมในการจัดการเรียนการสอนในปัจจุบัน ชุดการเรียนการสอนแบบนี้อาจเรียกว่าบทเรียนมอดูล (module)

ยูพิน พิพิธกุล และอรพรรณ ต้นบรรจง (2531 : 179 – 281) ได้แบ่งประเภทของชุดการเรียนการสอนออกเป็น 3 ประเภทคือ

1. ชุดการเรียนการสอนรายบุคคล เป็นชุดการเรียนการสอนที่ให้ผู้เรียนเรียนด้วยตนเอง ในชุดการเรียนการสอนนี้จะประกอบด้วย บัตรคำสั่ง บัตรกิจกรรมและบัตรเฉลย บัตรเนื้อหา บัตรแบบฝึกหัดหรือบัตรงานพร้อมเฉลย และบัตรทดสอบพร้อมเฉลย ในชุดการเรียนการสอนนั้นจะมีสื่อการเรียนการสอนไว้พร้อม เพื่อผู้เรียนจะใช้ประกอบในการเรียนเรื่องนั้น ๆ

2. ชุดการเรียนการสอนสำหรับครู เป็นชุดการเรียนการสอนที่ครูใช้ ประกอบด้วยรายละเอียดในการสอนแต่ละคาบ วิธีการใช้สื่อการเรียนการสอน แบบฝึกหัดเพื่อฝึกทักษะ ตลอดจนการวัดผลและการประเมินผล นอกจากนี้ยังประกอบด้วยปัญหาต่าง ๆ ที่ควรเน้นให้นักเรียนได้ฝึก

3. ชุดการเรียนการสอนแบบผสม เป็นชุดการเรียนการสอนซึ่งนักเรียนสามารถใช้เรียนด้วยตนเองหรือครูใช้สอนก็ได้ จึงเป็นชุดการเรียนการสอนที่ประกอบด้วยชุดการเรียนการสอนรายบุคคลกับชุดการเรียนการสอนสำหรับครูรวมกัน ในการสร้างชุดการเรียนการสอนลักษณะนี้จะต้องเตรียม กิจกรรมสำหรับทั้งครูและนักเรียนให้ครบทุกกิจกรรม และในขณะใช้ชุดการเรียนการสอนนี้ครูอาจสอนเองหรือให้นักเรียนเรียนด้วยตัวเองก็ได้

สำหรับชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนี้จัดอยู่ในประเภทชุดการเรียนการสอนสำหรับครู ซึ่งครูใช้สำหรับสอนโดยมีคำชี้แจงต่าง ๆ อย่างชัดเจน มีแบบฝึก ใบงาน และสื่อการเรียนการสอนต่าง ๆ แยกไว้เป็นช่อง ๆ เพื่อสะดวกในการใช้ประกอบการเรียนการสอน

### องค์ประกอบของชุดการเรียนการสอน

ชุดการเรียนการสอนมีหลายประเภทต่าง ๆ กันดังที่กล่าวไว้ข้างต้น แต่อย่างไรก็ดี ชุดการเรียนการสอนประเภทต่าง ๆ นี้มีองค์ประกอบพื้นฐานที่คล้ายคลึงกันดังต่อไปนี้

สันทัต ภีบาลสุข และพิมพ์ใจ ภีบาลสุข (2525 : 196 – 197) กล่าวถึงองค์ประกอบของชุดการเรียนการสอน ซึ่งประกอบด้วย

1. คู่มือครู เป็นคู่มือและแผนการสอนสำหรับครูและผู้เรียนตามลักษณะของชุดการเรียนการสอน ภายในคู่มือครูจะชี้แจงถึงวิธีการใช้ชุดการเรียนการสอนเอาไว้โดยละเอียด ครูและผู้เรียนจะต้องปฏิบัติตามคำชี้แจงอย่างเคร่งครัด จึงจะสามารถใช้ชุดการเรียนการสอนนั้นอย่างได้ผล

2. บัตรคำสั่ง เพื่อให้ผู้เรียนประกอบกิจกรรมแต่ละอย่าง บัตรคำสั่งนี้จะมีอยู่ในชุดการเรียนการสอนแบบกลุ่ม และชุดการเรียนการสอนรายบุคคล

3. เนื้อหาหรือประสบการณ์ จะจัดไว้ในรูปของสื่อการสอนต่าง ๆ อาจประกอบด้วยบทเรียนสำเร็จรูป สไลด์ เทปบันทึกเสียง ฟิล์มสตริป แผ่นภาพโปรงใส เป็นต้น

4. แบบประเมินผล อาจอยู่ในลักษณะของแบบฝึกหัด หรือการให้ทำกิจกรรม

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ (2533 : 269) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของชุดการเรียนการสอนซึ่งประกอบด้วย คำชี้แจง หลักการและเหตุผล วัตถุประสงค์ ความรู้เบื้องต้น การประเมินผล ก่อนเรียนความคิดรวบยอด ส่วนประกอบของชุดการเรียนการสอน เนื้อหาสาระ ระยะเวลาและการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน กิจกรรมการเรียนการสอน เอกสารประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และการประเมินผลหลังเรียน

บุญชม ศรีสะอาด (2541 : 95 – 96) ได้กล่าวถึงชุดการเรียนการสอนว่ามีองค์ประกอบที่สำคัญ 4 ด้านคือ

1. คู่มือการใช้ชุดการเรียนการสอน เป็นคู่มือที่จัดทำขึ้นเพื่อให้ผู้ใช้ชุดการเรียนการสอนศึกษาและปฏิบัติตามเพื่อให้บรรลุผลอย่างมีประสิทธิภาพ

2. บัตรงาน เป็นบัตรที่มีคำสั่งว่าจะให้ผู้เรียนปฏิบัติอะไรบ้าง โดยระบุกิจกรรมตามลำดับขั้นตอนของการเรียน

3. แบบทดสอบวัดผลความก้าวหน้าของผู้เรียน เป็นแบบทดสอบที่ใช้สำหรับตรวจสอบว่าหลังจากเรียนชุดการเรียนการสอนจบแล้ว ผู้เรียนเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้หรือไม่

4. สื่อการเรียนต่าง ๆ เป็นสื่อสำหรับให้ผู้เรียนศึกษามีหลายชนิดประกอบกัน อาจเป็นประเภทสิ่งพิมพ์ หรือประเภทโสตทัศนูปกรณ์



คู่มือการใช้ ชุดการเรียนการสอน	บัตรงาน	แบบทดสอบวัดผลความ ก้าวหน้าของผู้เรียน	สื่อการเรียน ต่าง ๆ
-----------------------------------	---------	--	------------------------

ภาพประกอบ 1 องค์ประกอบที่สำคัญของชุดการเรียนการสอน

(บุญชม ศรีสะอาด. 2541 : 95)

สำหรับชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนี้มี องค์ประกอบดังนี้ คู่มือการใช้ชุดการเรียนการสอน ความคิดรวบยอด จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เนื้อหา กิจกรรม การเรียนการสอน สื่อการเรียนการสอน และการประเมินผล

#### การสร้างและหาประสิทธิภาพชุดการเรียนการสอน

ไชยยศ เรืองสุวรรณ (2522 : 154–156) ได้กำหนดขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียน การสอนไว้ 10 ขั้นตอนดังนี้

1. กำหนดหมวดหมู่เนื้อหาและประสบการณ์ อาจกำหนดเป็นหมวดวิชาหรือบูรณาการ เป็นแบบสหวิทยาการตามที่เหมาะสม
2. กำหนดหน่วยการเรียนรู้ โดยแบ่งเนื้อหาออกเป็นหน่วยการสอน ประมาณเนื้อหาวิชา ที่จะให้ครูสามารถถ่ายทอดความรู้แก่นักเรียนได้ในหนึ่งสัปดาห์หรือสอนได้หน่วยละครั้ง
3. กำหนดหัวเรื่อง ผู้สอนจะต้องถามตัวเองว่า ในการสอนแต่ละหน่วยควรให้ ประสบการณ์อะไรแก่ผู้เรียนบ้าง แล้วกำหนดหัวข้อเรื่องออกมาเป็นหน่วยการสอนย่อย
4. กำหนดหลักการและความคิดรวบยอด หลักการและความคิดรวบยอดที่กำหนดขึ้น จะต้องสอดคล้องกับหน่วยและหัวเรื่อง โดยสรุปรวมแนวความคิด สาระ และหลักเกณฑ์ที่สำคัญ ไว้เพื่อเป็นแนวทางจัดเนื้อหาการสอนให้สอดคล้องกัน
5. กำหนดวัตถุประสงค์ให้สอดคล้องกับหัวเรื่อง โดยเขียนเป็นวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ต้องมีเกณฑ์การเปลี่ยนพฤติกรรมไว้ทุกครั้ง
6. กำหนดกิจกรรมการเรียนให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม ซึ่งจะเป็น แนวทางการเลือกและการผลิตสื่อการสอน

7. กำหนดแบบประเมินผล ต้องประเมินผลให้ตรงกับวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมโดยใช้แบบทดสอบอิงเกณฑ์เพื่อให้ผู้สอนทราบว่า หลังจากการเรียนรู้จากชุดการเรียนการสอนแบบศูนย์การเรียนรู้แล้ว ผู้เรียนได้เปลี่ยนพฤติกรรมการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่

8. เลือกและผลิตสื่อการสอน วัสดุอุปกรณ์และวิธีการที่ครูใช้ ถือเป็นสื่อการสอนทั้งสิ้น เมื่อผลิตสื่อการสอนของแต่ละหัวเรื่องแล้ว ก็จัดสื่อการสอนเหล่านั้นไว้เป็นหมวดหมู่ในกล่องที่เตรียมไว้ เพื่อนำไปทดลองหาประสิทธิภาพตามเกณฑ์มาตรฐานที่ตั้งไว้

9. หาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอน เพื่อเป็นการประกันว่า ชุดการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพในการสอน ผู้สร้างจะต้องกำหนดเกณฑ์ขึ้น โดยคำนึงถึงหลักการที่ว่า การเรียนรู้เป็นกระบวนการเพื่อช่วยให้การเปลี่ยนพฤติกรรมของผู้เรียนบรรลุผล

10. การใช้ชุดการเรียนการสอน เป็นขั้นการนำชุดการเรียนการสอนไปใช้ซึ่งจะต้องมีการตรวจสอบและปรับปรุงอยู่ตลอดเวลา

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 189 – 192) ได้เสนอขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียนการสอนไว้ 10 ขั้นตอน ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. ศึกษาเนื้อหาสาระของวิชาทั้งหมดอย่างละเอียดว่าสิ่งที่จะนำมาทำเป็นชุดการเรียนการสอนนั้นจะมุ่งเน้นให้เกิดหลักการของการเรียนรู้อะไรบ้างให้กับผู้เรียน นำเนื้อหาสาระของวิชาที่ได้ทำการศึกษาวิเคราะห์แล้วมาแบ่งเป็นหน่วยของการเรียนการสอน ในแต่ละหน่วยนั้นจะมีหัวเรื่องย่อย ๆ รวมอยู่อีก ที่เราจะต้องศึกษาพิจารณาให้ละเอียดชัดเจนเพื่อไม่ให้เกิดการซ้ำซ้อนในหน่วยอื่น ๆ อันจะสร้างความสับสนให้แก่ผู้เรียนได้ และการแบ่งหน่วยการเรียนการสอนของแต่ละเนื้อหาสาระวิชานั้นควรจะเรียงลำดับขั้นตอนของเนื้อหาสาระให้ถูกต้องว่าอะไรเป็นสิ่งจำเป็นที่ผู้เรียนจะต้องเรียนรู้ก่อน อันเป็นพื้นฐานตามขั้นตอนของความรู้และลักษณะธรรมชาติในวิชานั้น

2. เมื่อศึกษาเนื้อหาสาระและแบ่งหน่วยการเรียนการสอนได้แล้ว จะต้องพิจารณาตัดสินใจอีกครั้งว่า จะทำชุดการเรียนการสอนแบบใด โดยคำนึงถึงข้อกำหนดว่า ผู้เรียนคือใคร จะให้อะไรกับผู้เรียนจะให้ทำกิจกรรมอย่างไร และจะทำได้ได้อย่างไร สิ่งเหล่านี้จะเป็นเกณฑ์ในการกำหนดการเรียน

3. กำหนดหน่วยการเรียนการสอน โดยประมาณเนื้อหาสาระที่เราจะสามารถถ่ายทอดความรู้แก่นักเรียนได้ตามชั่วโมงที่กำหนด โดยคำนึงถึงว่าเป็นหน่วยที่น่าสนุก น่าเรียนรู้ ให้ความชื่นบานแก่ผู้เรียน หาสื่อการเรียนได้ง่าย พยายามศึกษาวิเคราะห์ให้ละเอียดอีกครั้งหนึ่งว่า หน่วยการเรียนการสอนนี้มีหลักการหรือความคิดรวบยอดอะไร มีหัวข้อเรื่องย่อย ๆ อะไรอีกบ้าง

ที่รวมกันอยู่ในหน่วยนี้ แต่ละหัวข้อเรื่องย่อมีความคิดรวบยอดหรือหลักการย่อย ๆ อะไรก็บ้างที่  
จะต้องศึกษา พยายามดึงเอาแก่นของหลักการเรียนรู้ออกมาให้ได้

4. กำหนดความคิดรวบยอด ความคิดรวบยอดที่เรากำหนดขึ้นจะต้องสอดคล้องกับ  
หน่วยและหัวข้อเรื่อง โดยสรุปแนวความคิดสาระและหลักเกณฑ์ที่สำคัญเพื่อเป็นแนวทางในการจัด  
กิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกัน เพราะความคิดรวบยอดเป็นเรื่องของความเข้าใจอันเกิดจาก  
ประสาทสัมผัสกับสิ่งแวดล้อม เพื่อตีความหมายออกมาเป็นพฤติกรรมทางสมองแล้วนำสิ่งใหม่ไป  
เชื่อมโยงกับประสบการณ์เดิม เกิดเป็นความคิดรวบยอดฝังอยู่ในความทรงจำ มนุษย์ต้องมี  
ประสบการณ์ต่าง ๆ พอสมควรจึงจะสรุปแก่นแท้ของการเรียนรู้เกิดเป็นความคิดรวบยอดได้

5. จุดประสงค์การเรียนรู้ การกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้จะต้องให้สอดคล้องกับ  
ความคิดรวบยอด โดยกำหนดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ซึ่งหมายถึงความสามารถของผู้เรียน  
ที่แสดงออกมาให้เห็นได้ภายหลังการเรียนการสอนบทเรียนแต่ละเรื่องจบไปแล้ว โดยผู้สอน  
สามารถวัดได้ จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมนี้ ถ้าผู้สอนกำหนดหรือระบุให้ชัดเจนมากเท่าใดก็ยิ่ง  
มีทางประสบความสำเร็จในการสอนมากเท่านั้น ดังนั้นจึงควรใช้เวลาตรวจสอบจุดประสงค์  
การเรียนรู้แต่ละข้อให้ ถูกต้องและครอบคลุมเนื้อหาสาระของการเรียนรู้

6. การวิเคราะห์งาน คือการนำจุดประสงค์การเรียนรู้แต่ละข้อมาทำการวิเคราะห์งานเพื่อ  
หากิจกรรมการเรียนการสอนแล้วจัดลำดับกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมถูกต้องสอดคล้องกับ  
จุดประสงค์ที่กำหนดไว้แต่ละข้อ

7. เรียงลำดับกิจกรรมการเรียนรู้ ภายหลังจากที่เรานำจุดประสงค์การเรียนรู้แต่ละข้อมา  
วิเคราะห์งานและเรียงลำดับกิจกรรมของแต่ละข้อ เพื่อให้เกิดการประสานกลมกลืนของการเรียน  
การสอนจะต้องนำกิจกรรมการเรียนรู้ของแต่ละข้อที่ทำการวิเคราะห์งาน และเรียงลำดับกิจกรรมไว้  
แล้วทั้งหมดนำมาหลอมรวมเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ขั้นที่สมบูรณ์ที่สุด เพื่อไม่ให้เกิดการซ้ำซ้อนใน  
การเรียนรู้ โดยคำนึงถึงพฤติกรรมพื้นฐานของผู้เรียน วิธีดำเนินการให้เกิดมีการเรียนการสอนขึ้น  
ตลอดจนการติดตามผล และการประเมินผลพฤติกรรมที่ผู้เรียนแสดงออกมาเมื่อมีการเรียน  
การสอนแล้ว

8. สื่อการเรียนรู้ คือวัสดุอุปกรณ์และกิจกรรมการเรียนรู้ที่ครูและนักเรียนจะต้องกระทำ  
เพื่อเป็นแนวทางในการเรียนรู้ ซึ่งครูจะต้องจัดทำขึ้นและจัดหาไว้ให้เรียบร้อย ถ้าสื่อการเรียนรู้เป็น  
ของที่ใหญ่โตหรือมีคุณค่า ก็จะต้องจัดเตรียมมาก่อนจะต้องเขียนบอกไว้ให้ชัดเจนในกลุ่มมีครู  
เกี่ยวกับการใช้ชุดการเรียนการสอนว่าจะไปจัดหาได้ ณ ที่ใด เช่น เครื่องฉายสไลด์ เครื่องบันทึก  
เสียง และพวกสิ่งทีเก็บไว้ไม่ได้ทนทานเพราะเกิดการเน่าเสีย เช่น ไข่ม้วน ฟิล์ม สัตว์ เป็นต้น

9. การประเมินผล คือการตรวจสอบว่าหลังจากการเรียนการสอนแล้วได้มีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมตามที่จุดประสงค์การเรียนกำหนดไว้หรือไม่ การประเมินผลนี้จะใช้วิธีการใดก็ตามจะต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนที่เราตั้งไว้ ถ้าการประเมินผลไม่ตรงตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้ ผู้เรียนก็จะไม่เกิดการเรียนรู้ในสิ่งนั้น ชุดการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นมาก็เป็นการเสียเวลาและไม่มีคุณภาพ

10. การทดลองใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อหาประสิทธิภาพ เมื่อพิจารณาถึงรูปแบบของชุดการเรียนการสอนว่าจะผลิออกมาในขนาดเท่าใด และรูปแบบของชุดการเรียนการสอนจะออกมาเป็นซอง แฟ้ม หรือกล่อง สุดแล้วแต่ความสะดวกในการใช้ การเก็บรักษาและความสวยงาม การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนเพื่อปรับปรุงให้เหมาะสมควรนำไปทดลองใช้กับกลุ่มเล็ก ๆ ก่อน เพื่อตรวจสอบหาข้อบกพร่องและแก้ไขปรับปรุงอย่างดีแล้ว จึงนำไปทดลองใช้กับเด็กทั้งชั้นหรือกลุ่มใหญ่ โดยกำหนดขั้นตอนไว้ดังนี้

10.1 ชุดการเรียนการสอนนี้ต้องการความรู้เดิมของผู้เรียนหรือไม่

10.2 การนำเข้าสู่บทเรียนของชุดการเรียนการสอนนี้เหมาะสมหรือไม่

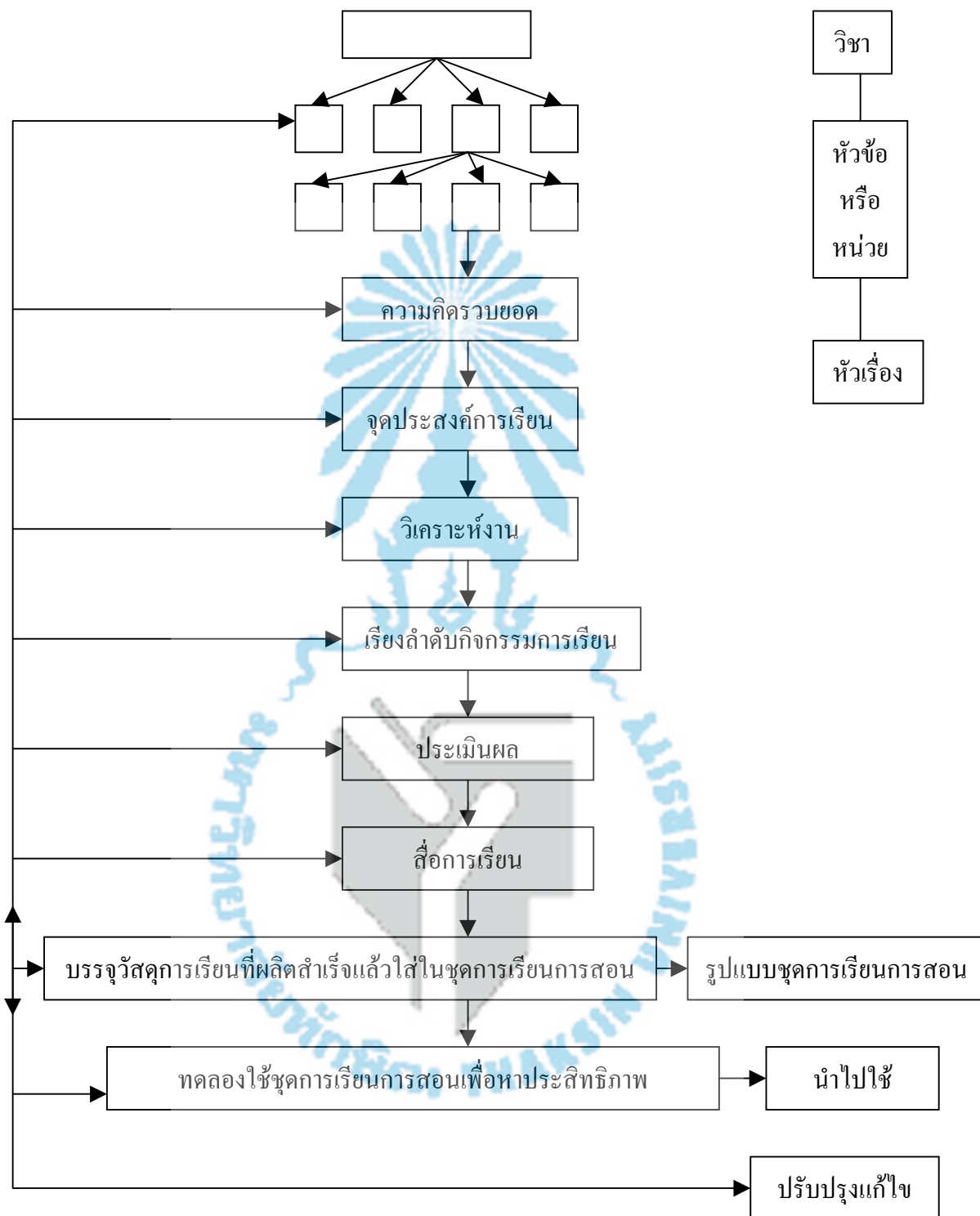
10.3 การประกอบกิจกรรมการเรียนการสอน มีความสับสนวุ่นวายกับผู้เรียนและดำเนินไปตามขั้นตอนที่กำหนดไว้หรือไม่

10.4 การสรุปผลการเรียนการสอน เพื่อเป็นแนวทางไปสู่ความคิดรวบยอดหรือหลักการสำคัญของการเรียนรู้ในหน่วยนั้น ๆ ดีหรือไม่ หรือจะต้องตรวจรับเพิ่มเติมอย่างไร

10.5 การประเมินผลหลังการเรียน เพื่อตรวจสอบว่าพฤติกรรมผลการเรียนรู้ที่เปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นนั้น ให้ความเชื่อมั่นได้มากน้อยแค่ไหนกับผู้เรียน

ซึ่งการสร้างชุดการเรียนการสอนทั้ง 10 ขั้นตอนที่กล่าวมา สามารถแสดงได้

ดังภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 2 แผนภูมิการสร้างชุดการเรียนการสอน  
(วิชัย วงษ์ใหญ่. 2525 : 194)



นอกจากนี้ วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 192) ได้เสนอแนะว่าการใช้ชุดการเรียนการสอน จะประสบผลสำเร็จก็ต่อเมื่อได้มีการจัดสภาพแวดล้อมของห้องเรียนที่เอื้ออำนวยต่อการเรียนรู้ ดังต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนอย่างแท้จริง
2. ให้นักเรียนมีโอกาสทราบผลการกระทำทันทีจากกิจกรรมการเรียนการสอน
3. มีการเสริมแรงนักเรียนจากประสบการณ์ที่เป็นความสำเร็จอย่างถูกต้องตามขั้นตอนของการเรียนรู้
4. คอยชี้แนะแนวทางตามขั้นตอนในการเรียนรู้ตามทิศทางที่ครูได้วิเคราะห์และกำหนดความสามารถพื้นฐานของนักเรียน

จากการศึกษาหลักในการสร้างชุดการเรียนการสอนสรุปได้ว่า ในการจัดสร้างชุดการเรียนการสอนนั้น อันดับแรกต้องศึกษาเนื้อหาที่ต้องการสอนโดยละเอียด แบ่งเนื้อหา และกำหนดหน่วยการเรียนการสอน ความคิดรวบยอด และจุดประสงค์ให้สอดคล้องกับเนื้อหา จากนั้นกำหนดกิจกรรมการเรียนการสอน และผลิตหรือคัดเลือกสื่อต่าง ๆ เพื่อใช้ในการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ และจัดทำแบบทดสอบสำหรับการประเมินผล นอกจากนี้ ยังต้องมีการทดสอบเพื่อหา ประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอน เพื่อให้เกิดความมั่นใจ ในการนำชุดการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นไปใช้ และมั่นใจได้ว่าเมื่อใช้ชุดการเรียนการสอนนี้แล้ว นักเรียนจะเกิดพฤติกรรมตามจุดประสงค์ที่ต้องการ

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2531 : 494- 495) ได้กล่าวถึงความจำเป็นที่ต้องทดสอบหา ประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอน และการกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพของชุดการเรียน การสอนดังนี้

1. สำหรับหน่วยงานผลิตชุดการเรียนการสอน เป็นการประกันคุณภาพของชุดการเรียน การสอนว่าอยู่ในขั้นสูงเหมาะสมที่จะผลิตออกมาจำนวนมาก หากไม่ทดสอบประสิทธิภาพเสียก่อน และผลิตออกมาใช้ประโยชน์ไม่ได้ก็จะต้องทำใหม่ เป็นการสิ้นเปลืองทั้งเวลาและเงิน
2. สำหรับผู้ใช้ชุดการเรียนการสอน ชุดการเรียนการสอนช่วยให้ผู้เรียนเปลี่ยน พฤติกรรมตามที่มุ่งหวัง ดังนั้นก่อนนำชุดการเรียนการสอนไปใช้ครูควรมั่นใจว่าชุดการเรียน การสอนนั้นมีประสิทธิภาพในการช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้จริง การทดสอบประสิทธิภาพตาม ลำดับขั้นจะช่วยให้ได้ชุดการเรียนการสอนที่มีคุณค่าตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้
3. สำหรับผู้ผลิตชุดการเรียนการสอน การทดสอบประสิทธิภาพจะทำให้ผู้ผลิตมั่นใจได้ ว่าเนื้อหาที่บรรจุในชุดการเรียนการสอนมีความเหมาะสมและง่ายต่อการเข้าใจ

การกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพ หมายถึงการกำหนดระดับประสิทธิภาพของชุดการเรียน การสอนที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ การกำหนดเกณฑ์จะประเมินจากพฤติกรรมของผู้เรียน

## 2 ประเภทคือ

1. ประเมินพฤติกรรมต่อเนื่อง เป็นการประเมินผลจากพฤติกรรมย่อย ๆ หลายพฤติกรรม เรียกว่า “กระบวนการ” (process) ของผู้เรียนที่สังเกตจากการประกอบกิจกรรมกลุ่ม กิจกรรมรายบุคคล และกิจกรรมอื่น ๆ ตามที่ผู้สอนกำหนด
2. พฤติกรรมขั้นสุดท้าย เป็นการประเมินผลลัพธ์ (products) ของผู้เรียน โดยพิจารณาจากการสอบหลังเรียน

ประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนจะกำหนดเป็นเกณฑ์ที่ผู้สอนคาดว่าผู้เรียนจะเปลี่ยนพฤติกรรมเป็นที่พึงพอใจ โดยกำหนดให้เป็นค่าร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนการทำงานและการประกอบกิจกรรมของผู้เรียนทั้งหมดต่อค่าร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนการทดสอบหลังเรียนของผู้เรียนทั้งหมด นั่นคือ  $E_1/E_2$  คือประสิทธิภาพของกระบวนการ/ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ การกำหนดเกณฑ์  $E_1/E_2$  โดยปกติเนื้อหาที่เป็นความรู้ความจำจะตั้งไว้ 80/80 , 85/85 หรือ 90/90 ส่วนเนื้อหาที่เป็นทักษะอาจตั้งไว้ต่ำกว่านี้ได้ เนื่องจากเนื้อหาเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตเป็นเนื้อหาด้านทักษะ และเป็นเนื้อหาใหม่ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้กำหนดเกณฑ์  $E_1/E_2$  เป็น 70/70

สำหรับขั้นตอนการทดสอบประสิทธิภาพ เมื่อผลิตชุดการเรียนการสอนแล้ว ต้องนำชุดการเรียนการสอนไปทดสอบหาประสิทธิภาพตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ขั้นหาประสิทธิภาพแบบเดี่ยว (1 : 1) เป็นการทดลองกับผู้เรียน 1 คน ซึ่งมีความรู้ความสามารถระดับปานกลาง คำนวณหาประสิทธิภาพของสื่อแล้วปรับปรุงให้ดีขึ้น
2. ขั้นหาประสิทธิภาพแบบกลุ่ม (1 : 10) เป็นการทดลองกับผู้เรียน 6 – 10 คน ซึ่งมีความรู้ความสามารถระดับ เก่ง ปานกลาง และอ่อน คละกัน คำนวณหาประสิทธิภาพของสื่อแล้วปรับปรุงให้ดีขึ้น
3. ขั้นหาประสิทธิภาพภาคสนาม (1 : 100) เป็นการทดลองกับผู้เรียน 40 – 100 คน ซึ่งมีความรู้ความสามารถระดับ เก่ง ปานกลาง และอ่อน คละกัน คำนวณหาประสิทธิภาพของสื่อ

การคำนวณประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอน สำหรับสถิติที่ใช้ในการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอน เสาวนีย์ สิกขาบัณฑิต (2528 : 29) กล่าวถึงสูตรที่ใช้ในการหาประสิทธิภาพชุดการเรียนการสอนไว้ดังนี้

$$\text{สูตรที่ 1} \quad E_1 = \frac{\frac{\sum X}{N}}{A} \times 100$$

เมื่อ  $E_1$  คือ ประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในชุดการเรียนการสอน คิดเป็นร้อยละจากการทำแบบฝึกหัดและ/หรือการประกอบกิจกรรมการเรียน

$\sum X$  คือ คะแนนรวมของผู้เรียนจากการทำแบบฝึกหัดและ/หรือการประกอบกิจกรรมการเรียน

A คือ คะแนนเต็มของแบบฝึกหัดและ/หรือการประกอบกิจกรรมการเรียน

N คือ จำนวนผู้เรียน

$$\text{สูตรที่ 2} \quad E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N}}{B} \times 100$$

เมื่อ  $E_2$  คือ ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (พฤติกรรมที่เปลี่ยนในตัวผู้เรียนหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนการสอน) คิดเป็นร้อยละจากการทำแบบทดสอบหลังเรียนและ/หรือการประกอบกิจกรรมหลังเรียน

$\sum F$  คือ คะแนนรวมของผู้เรียนจากการทำแบบทดสอบหลังเรียนและ/หรือการประกอบกิจกรรมหลังเรียน

B คือ คะแนนเต็มของแบบทดสอบหลังเรียนและ/หรือการประกอบกิจกรรมหลังเรียน

N คือ จำนวนผู้เรียน

ฉลองชัย สุวัฒน์บุรณ์ (2528 : 215) ได้กำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนที่ผลิตได้ไว้ 3 ระดับคือ

1. สูงกว่าเกณฑ์ เมื่อประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้มีค่าเกินกว่า 2.5 % ขึ้นไป
2. เท่ากับเกณฑ์ เมื่อประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนเท่ากับหรือสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ไม่เกินกว่า 2.5 %



3. ต่ำกว่าเกณฑ์ เมื่อประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนต่ำกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้แต่  
ไม่ต่ำกว่า 2.5 %

#### ประโยชน์ของชุดการเรียนการสอน

นักการศึกษาได้กล่าวถึงประโยชน์ของชุดการเรียนการสอนไว้ดังนี้

สันทัด ภีบาลสุข และพิมพ์ใจ ภีบาลสุข (2525 : 199) ได้สรุปประโยชน์ในการใช้  
ชุดการเรียนการสอนไว้ดังนี้คือ

1. ช่วยเร้าความสนใจของผู้เรียนต่อสิ่งที่กำลังศึกษาอยู่ เพราะชุดการเรียนการสอนจะ  
เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนของตนมากที่สุด
2. ผู้เรียนเป็นผู้ทำกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตนเองและเรียนได้ตามความสามารถ ความสนใจ  
และความต้องการของตนเอง
3. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนแสดงความคิดเห็น ฝึกการตัดสินใจ แสวงหาความรู้ด้วยตนเอง  
และมีความรับผิดชอบต่อตนเองและสังคม
4. ช่วยให้ผู้เรียนจำนวนมากได้รับความรู้แนวเดียวกัน
5. ทำให้การเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นอิสระจากอารมณ์ของครู ชุดการเรียนการสอน  
สามารถทำให้ผู้เรียนเรียนได้ตลอด ไม่ว่าผู้สอนจะมีสภาพหรือความคับข้องทางอารมณ์มากน้อย  
เพียงใด
6. ช่วยให้การเรียนเป็นอิสระจากบุคลิกภาพของครู เนื่องจากชุดการเรียนการสอนช่วย  
ถ่ายทอดเนื้อหาได้ ดังนั้นครูที่พูดไม่เก่งก็สามารถสอนให้มีประสิทธิภาพได้
7. ช่วยให้ครูวัดผลผู้เรียนได้ตรงตามความมุ่งหมาย
8. ช่วยลดภาระและช่วยสร้างความพร้อม และความมั่นใจให้แก่ครู เพราะชุดการเรียน  
การสอนผลิตไว้เป็นหมวดหมู่ สามารถนำไปใช้ได้ทันที
9. ช่วยขจัดปัญหาการขาดแคลนครูผู้ชำนาญ เพราะชุดการเรียนการสอนช่วยให้ผู้เรียน  
เรียนได้ด้วยตนเอง หรือต้องการความช่วยเหลือจากครูเพียงเล็กน้อย
10. ช่วยสร้างเสริมการเรียนแบบต่อเนื่อง หรือการศึกษานอกระบบ เพราะชุดการเรียน  
การสอนสามารถนำไปสอนผู้เรียนได้ทุกสถานที่และทุกเวลา
11. แก้ปัญหาความแตกต่างระหว่างบุคคล เพราะชุดการเรียนการสอนสามารถทำให้  
ผู้เรียนเรียนได้ตามความสามารถ ความถนัด และความสนใจ ตามเวลา และโอกาสที่เอื้ออำนวย  
แก่ผู้เรียนซึ่งแตกต่างกัน
12. เป็นประโยชน์สำหรับการเรียนการสอนแบบศูนย์การเรียน

สุมานิน รุ่งเรืองธรรม (2526 : 113–114) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของชุดการเรียนการสอนที่มีต่อผู้สอนและผู้เรียนไว้ดังนี้

1. ให้ผู้สอนรู้จักใช้เทคนิคในการสำรวจผู้เรียนจากพฤติกรรมที่เด็กแสดงออกมา
2. ให้ผู้สอนรู้จักนำผู้เรียนเข้ามามีส่วนร่วมในการเรียน
3. ให้ผู้สอนรู้จักใช้การเสริมแรง
4. ช่วยแบ่งเบาภาระของผู้สอนและจัดปัญหาการขาดแคลนครู
5. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนเรียนตามความสามารถ ความสนใจ และความถนัดของตนเอง
6. ช่วยเหลือผู้เรียนที่เรียนช้าผิดปกติ ซึ่งอาจนำชุดการเรียนการสอนนี้ไปเรียนเองที่บ้าน

โดยที่ผู้ปกครองคอยให้คำแนะนำช่วยเหลือ

7. ช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความพยายามเรียนด้วยตนเอง และลดเวลาในการเรียนลงไปได้

ชาอุชัย อินทรสุวานนท์ (ม.ป.ป. : 40–41) ได้กล่าวถึงคุณประโยชน์ของชุดการเรียนการสอนที่มีต่อการเรียนรู้ดังนี้

1. กระบวนการเรียนรู้มีประสิทธิภาพ เนื่องจากชุดการเรียนการสอนผลิตโดยกลุ่มบุคคลที่มีความรู้ความชำนาญหลายด้าน และก่อนนำมาใช้สอนจะมีการทดลองใช้โดยครูผู้เชี่ยวชาญแต่ละสาขาวิชาและนักเทคโนโลยีจนแน่ใจแล้วว่าได้ผลดีจึงนำออกมาใช้
2. ลดภาระของครูผู้สอน ผู้สอนเพียงดำเนินการสอนตามคำแนะนำชี้แจงที่บอกไว้ในชุดการเรียนการสอนตามลำดับ ซึ่งแต่ละขั้นนั้นจะมีสื่อและกิจกรรมต่าง ๆ ไว้ให้พร้อม ผู้สอนไม่ต้องผลิตหรือทำเพิ่ม แต่จะใช้ชุดการเรียนการสอนนั้นได้ทันที
3. ช่วยตัดปัญหาในเรื่องการสอนวิชาเดียวกัน แต่มีผู้สอนหลายคนและมีวิธีสอนต่างกัน ทำให้เกิดความแตกต่างในด้านประสิทธิภาพของการสอน แม้จะมีผู้เรียนมากเท่าใด ชุดการเรียนการสอนจะช่วยแก้ปัญหาได้อย่างดี
4. มีวัตถุประสงค์ในการใช้บอกไว้ชัดเจนแน่นอน
5. มีคำแนะนำในการทำกิจกรรมการเรียนการสอน พร้อมทั้งสื่อการเรียนรู้ครบถ้วนในชุดการเรียนการสอน
6. มีข้อสอบสำหรับประเมินผลการเรียนรู้ไว้ครบถ้วน
7. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ความสามารถตามความต้องการ และตามช่วงเวลาความสะดวกของแต่ละบุคคล ชุดการเรียนการสอนช่วยให้ผู้เรียนทุกคนประสบความสำเร็จในการเรียนได้ ทั้งสิ้นตามอัตราความสามารถในการเรียนของแต่ละคน

8. สร้างเสริมการเรียนรู้แบบต่อเนื่อง โดยแยกเป็นรายวิชาและชุดวิชานั้น ๆ จะมีหน่วยย่อยเรียงตามลำดับ เมื่อจบแต่ละหน่วยก็มีโอกาสติดตามหน่วยต่อไปได้ตามความต้องการโดยไม่มีสิ่งใดมาหยุดยั้งได้จะเรียนมากน้อยเท่าใดก็ได้ตามความสามารถและความต้องการของผู้เรียนนั้น ๆ

สรุปได้ว่า ชุดการเรียนการสอนมีประโยชน์ทั้งต่อผู้เรียนและผู้สอน โดยจะช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการสอนของครู และช่วยเร้าความสนใจของผู้เรียน ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนการสอนอย่างแท้จริง และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนตามความสนใจ อีกทั้งยังช่วยลดภาระของครูผู้สอนและขจัดปัญหาการขาดแคลนครูผู้ชำนาญ

### การเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

การเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ เป็นหัวใจของการปฏิรูปการศึกษาตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 โดยยึดหลักว่าผู้เรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติและเต็มตามศักยภาพ ซึ่งผู้วิจัยได้รวบรวมเอกสารเกี่ยวกับความหมายของการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ และการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญไว้ดังนี้

#### ความหมาย

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญไว้ดังนี้

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2542 : 11) ให้ความหมายของการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญว่า หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่มุ่งจัดกิจกรรมที่สอดคล้องกับการดำรงชีวิตเหมาะสมกับความสามารถและความสนใจของผู้เรียน โดยให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมและลงมือปฏิบัติจริงทุกขั้นตอน จนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง

พิมพ์พันธ์ เฉชะคุปต์ (2544 : 7) ให้ความหมายของการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญว่า หมายถึง แนวการจัดการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนสร้างความรู้ใหม่ และสิ่งประดิษฐ์ใหม่ โดยการใช้กระบวนการทางปัญญา (กระบวนการคิด) กระบวนการทางสังคม (กระบวนการกลุ่ม) และให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์และมีส่วนร่วมในการเรียน สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ได้ โดยครูมีบทบาทเป็นผู้อำนวยความสะดวกจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้ผู้เรียน

สรุปได้ว่า การเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ประสบการณ์ ความรู้ ความสนใจ และสร้างข้อความรู้ ด้วยตนเอง

ได้มีปฏิสัมพันธ์ที่ีระหว่างกัน มีส่วนร่วมกันสร้างความรู้อย่างมีกระบวนการ โดยมีครูเป็นผู้  
อำนวยความสะดวก ให้คำแนะนำช่วยเหลือเมื่อนักเรียนต้องการ

### การจัดการกระบวนการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

ราตรี อินกัน (2544 : 4 – 6) ได้กล่าวถึงหลักการพื้นฐานของการจัดการกระบวนการเรียนรู้  
ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญไว้ดังนี้

1. ผู้เรียนมีบทบาทรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของตน ผู้เรียนเป็นผู้เรียนรู้ ครูมีบทบาทเป็น  
ผู้สนับสนุนการเรียนรู้ และให้บริการด้านความรู้แก่ผู้เรียน ผู้เรียนจะรับผิดชอบตั้งแต่เลือกและ  
วางแผนสิ่งที่ตนจะเรียนหรือเข้าไปมีส่วนร่วมในการเลือก และจะเริ่มต้นการเรียนรู้ด้วยตนเอง  
ด้วยการศึกษาค้นคว้า รับผิดชอบการเรียนรู้ ตลอดจนประเมินผลการเรียนรู้ด้วยตนเอง

2. เนื้อหาวิชามีความสำคัญ และมีความหมายต่อการเรียนรู้ ในการออกแบบกิจกรรม  
การเรียนรู้ ปัจจัยสำคัญที่จะนำมาพิจารณาประกอบด้วย เนื้อหาวิชา ประสบการณ์เดิม และความ  
ต้องการของผู้เรียน การเรียนรู้ที่สำคัญและมีความหมายจึงขึ้นอยู่กับ “สิ่งที่สอน (เนื้อหา)  
และวิธีการสอน (เทคนิคการสอน)

3. การเรียนรู้จะประสบผลสำเร็จหากผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้เรียนจะ  
ได้รับความสนุกสนานจากการเรียน หากได้เข้าไปมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ ได้ทำงานร่วมกับเพื่อนๆ  
ได้ค้นพบข้อคำถามและคำตอบใหม่ ๆ สิ่งใหม่ ๆ ประเด็นที่ท้าทาย และความสามารถในเรื่องใหม่ ๆ  
ที่เกิดขึ้น รวมทั้งการบรรลุผลสำเร็จของงานที่พวกเขาเริ่มด้วยตนเอง

4. สัมพันธภาพที่ีระหว่างผู้เรียน การมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีในกลุ่ม จะช่วยส่งเสริมความ  
เจริญงอกงามการพัฒนาความเป็นผู้ใหญ่ การปรับปรุงการทำงาน และการจัดการกับชีวิตของแต่ละ  
บุคคล สัมพันธภาพที่ีเท่าเทียมกันระหว่างสมาชิกในกลุ่ม จึงเป็นสิ่งสำคัญที่ช่วยส่งเสริมการ  
แลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกันของผู้เรียน

5. ผู้เรียนได้เห็นความสามารถของตนในหลาย ๆ ด้าน การจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียน  
เป็นสำคัญ มุ่งให้ผู้เรียนมองเห็นความสามารถของตนในแง่มุมที่แตกต่างออกไป ผู้เรียนจะมีความ  
มั่นใจในตนเองและควบคุมตนเองได้มากขึ้น มีวุฒิภาวะสูงมากขึ้น ปรับเปลี่ยนพฤติกรรมตนให้  
สอดคล้องกับสิ่งแวดล้อมและมีส่วนร่วมกับเหตุการณ์ต่าง ๆ มากขึ้น

6. ผู้เรียนได้พัฒนาประสบการณ์การเรียนรู้หลาย ๆ ด้านพร้อมกันไป การเรียนรู้ที่เน้น  
ผู้เรียนเป็นสำคัญ เป็นจุดเริ่มต้นของการพัฒนาผู้เรียนหลาย ๆ ด้าน คุณลักษณะด้านความรู้ ความคิด  
ด้านการปฏิบัติ และด้านอารมณ์ความรู้สึกจะได้รับการพัฒนาไปพร้อม ๆ กัน

7. ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวก และเป็นผู้ให้บริการความรู้ ในการจัดการเรียนรู้ที่เน้น  
ผู้เรียนเป็นสำคัญ ครูจะต้องมีความสามารถที่จะค้นพบความต้องการที่แท้จริงของผู้เรียน เป็นแหล่ง

ความรู้ที่ทรงคุณค่าของผู้เรียน และสามารถค้นคว้าหาสื่อวัสดุอุปกรณ์ที่เหมาะสมกับผู้เรียน สิ่งที่สำคัญที่สุดคือ ครูจะต้องเต็มใจที่จะช่วยเหลือผู้เรียนเป็นกัลยาณมิตรของผู้เรียน

คณะอนุกรรมการการปฏิรูปการเรียนรู้ (2543 : 20) ได้กล่าวถึงการจัดการกระบวนการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญควรคำนึงถึงประเด็นที่สำคัญดังต่อไปนี้

1. สมรรถนะของมนุษย์มีศักยภาพในการเรียนรู้สูงสุด โดยธรรมชาติสมองของมนุษย์มีความพร้อมที่จะเรียนรู้ตั้งแต่แรกเกิดมีความต้องการที่จะเรียนรู้ สามารถเรียนรู้ให้บรรลุอะไรก็ได้ มนุษย์สามารถเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ได้ต้องอาศัยสมองและระบบประสาทสัมผัสซึ่งเป็นพื้นฐานของการเรียนรู้ ซึ่งรับรู้ความรู้สึกจากอวัยวะรับรู้คือ ตา หู จมูก ลิ้น กาย ใจ ดังนั้นกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ ผู้สอนจะต้องสนใจและให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสัมพันธ์ระหว่างสมอง จิตใจ มือ และสุขภาพองค์รวม

2. ความหลากหลายของสติปัญญา คนแต่ละคนมีความสามารถหรือความเก่งแตกต่างกัน และมีรูปแบบการพัฒนาเฉพาะของแต่ละคน สิ่งแวดล้อมที่แตกต่างกัน ส่งผลต่อการพัฒนาเสริมสร้างความสามารถให้แตกต่างกันอย่างเห็นได้ชัด ดังนั้นการจัดการกระบวนการเรียนรู้ควรจัดกิจกรรมที่หลากหลาย เพื่อส่งเสริมศักยภาพความสามารถของผู้เรียนเป็นรายบุคคล เพื่อให้ผู้เรียนได้พัฒนาเต็มตามศักยภาพของแต่ละบุคคล

3. การเรียนรู้เกิดจากประสบการณ์ตรง ครูผู้สอนควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับความแตกต่างระหว่างบุคคล ให้ผู้เรียนได้พัฒนาเต็มตามความสามารถทั้งด้านความรู้ จิตใจ อารมณ์และทักษะต่าง ๆ ลดการถ่ายทอดเนื้อหาวิชาลง ผู้เรียนกับผู้สอนมีบทบาทร่วมกัน ใช้กระบวนการทางวิทยาศาสตร์ในการแสวงหาความรู้ ให้ผู้เรียนได้เรียนจากสถานการณ์จริงที่เป็นประโยชน์และสัมพันธ์กับชีวิตจริง เรียนรู้ความจริงในตัวเองและความจริงในสิ่งแวดล้อมจากแหล่งเรียนรู้ที่หลากหลาย โดยกระตุ้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยการทดลองปฏิบัติด้วยตนเอง ครูทำหน้าที่เตรียมการ จัดสิ่งเร้า ให้คำปรึกษา แนวทางกิจกรรม และประเมินผล

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2542 : 10 – 13) ได้กล่าวถึงหลักการออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญไว้ดังนี้

1. เป็นกิจกรรมที่ช่วยให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมทั้งทางด้านร่างกาย สติปัญญา สังคม และอารมณ์ เพื่อให้ผู้เรียนมีโอกาสเข้าร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนอย่างทั่วถึง และมากที่สุดเท่าที่จะทำได้ การที่ผู้เรียนมีบทบาทเป็นผู้กระทำจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความพร้อมและกระตือรือร้นที่จะเรียนอย่างมีชีวิตชีวา กิจกรรมที่จัดจึงควรเป็นกิจกรรมที่เหมาะสมกับวัยและความสนใจของผู้เรียน ทำทนายให้ผู้เรียนได้คิด ช่วยให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากบุคคลหรือสิ่งแวดล้อมรอบตัว และเกี่ยวข้องกับชีวิต ประสบการณ์และความเป็นจริงของผู้เรียน



2. ยึดกลุ่มเป็นแหล่งความรู้ที่สำคัญ โดยให้ผู้เรียนมีโอกาสได้ปฏิสัมพันธ์กันในกลุ่ม ได้พูดคุยปรึกษาหารือกัน และแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ข้อมูลต่าง ๆ เหล่านี้ จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้เกี่ยวกับพฤติกรรมของตนเองและผู้อื่น และจะปรับตัวให้สามารถอยู่ในสังคมร่วมกับผู้อื่น ได้

3. ยึดการค้นพบด้วยตนเองเป็นวิธีการสำคัญ โดยครูผู้สอนพยายามจัดการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ค้นหาคำตอบด้วยตนเอง เพราะการค้นพบความจริงใด ๆ ด้วยตนเองนั้น ผู้เรียนมักจะจดจำได้ดีและมีความหมายโดยตรงต่อผู้เรียน รวมทั้งเกิดความคงทนของความรู้

4. เน้นกระบวนการ (process) ควบคู่ไปกับผลงาน (product) โดยการส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดวิเคราะห์ถึงกระบวนการต่าง ๆ ที่ทำให้เกิดผลงาน มิใช่มุ่งจะพิจารณาถึงผลงานแต่เพียงอย่างเดียว เพราะประสิทธิภาพของผลงานขึ้นอยู่กับประสิทธิผลของกระบวนการ

5. เน้นการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้หรือใช้ในชีวิตประจำวัน โดยให้ผู้เรียนได้มีโอกาสคิดหาแนวทางที่จะนำความรู้ความเข้าใจไปใช้ในชีวิตประจำวัน พยายามส่งเสริมให้เกิดการปฏิบัติจริงและพยายามติดตามผลการปฏิบัติของผู้เรียน

นอกจากนี้ยังได้กล่าวถึงรูปแบบของการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ซึ่งแต่ละรูปแบบจะมีระดับบทบาทของครูและผู้เรียนเล็กน้อยแตกต่างกันดังนี้

รูปแบบที่ 1 student – centred class ครูเป็นผู้เตรียมเนื้อหา วัสดุอุปกรณ์และสื่อทั้งหมด ขณะที่นักเรียนเป็นผู้ดำเนินกิจกรรมการเรียน โดยมีครูคอยดูแลกำกับให้คำปรึกษา กิจกรรมในรูปแบบนี้เป็นกิจกรรมกลุ่มหรือจับคู่

รูปแบบที่ 2 learner – based teaching รูปแบบนี้ครูจะเป็นผู้กระตุ้นหรือมอบหมายให้ผู้เรียนค้นคว้าเนื้อหาข้อมูลของเรื่องที่จะเรียนเอง หรือจัดทำสื่อการเรียนรู้เองโดยใช้ประสบการณ์ ความรู้ความชำนาญพิเศษของผู้เรียนเป็นฐาน

รูปแบบที่ 3 learning independence หรือ self – directed learning เป็นรูปแบบที่ผู้เรียนเป็นอิสระจากชั้นเรียน สามารถศึกษาค้นคว้าจากสื่อที่จัดไว้ในศูนย์การเรียนด้วยตนเอง แล้วเลือกทำงานหรือฝึกปฏิบัติตามต้องการ ตามความสนใจหรือศักยภาพของตน โดยอาจศึกษาตามลำพังหรือจับคู่ศึกษากับเพื่อนก็ได้

สรุปได้ว่า การจัดการกระบวนการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ จะต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ควรมีการจัดกิจกรรมที่หลากหลาย โดยเน้นกิจกรรมที่ให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์ตรง ได้ค้นพบความรู้ด้วยตัวเอง และมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีระหว่างกัน นำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ โดยครูทำหน้าที่เตรียมการ ให้คำปรึกษาและอำนวยความสะดวกแก่ผู้เรียนเท่านั้น การจัดการกระบวนการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญมีหลายรูปแบบตามระดับ

บทบาทของครูและผู้เรียนมากขึ้นแตกต่างกัน สำหรับชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นชุดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ แบบ student – centred class โดยครูเป็นผู้เตรียมเนื้อหา วัสดุอุปกรณ์และสื่อทั้งหมดขณะที่นักเรียนเป็นผู้ดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ โดยมีครูคอยดูแลกำกับให้คำปรึกษา

### งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนการสอน

จากการศึกษางานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนการสอน พบว่ามีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนการสอนทั้งในระดับประถมศึกษา มัธยมศึกษา และอุดมศึกษา ซึ่งจุดประสงค์ในการสร้างชุดการเรียนการสอนมาใช้ในการงานวิจัยมีหลายลักษณะ เช่น งานวิจัยที่สร้างชุดการเรียนการสอนเพื่อใช้ในการเปรียบเทียบการสอนระหว่างการใช้ชุดการเรียนการสอนและวิธีสอนอื่น ๆ โดยได้มีผู้ทำงานวิจัยในลักษณะนี้ คือ นันทิยา จิตภิรมย์ (2532 : 49) ได้ศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนเรื่องพหุนามในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น พบว่า ประสิทธิภาพทางการเรียนเรื่องพหุนามของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนกับนักเรียนที่เรียนจากการสอนปกติแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนมีผลสัมฤทธิ์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีปกติ ในปีเดียวกัน ชวลิต พงษ์สวัสดิ์ (2532 : 114 – 115) ได้เปรียบเทียบมโนคติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความคงทนของมโนคติในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยชุดการเรียนการสอนรายวิชาข่อยกับการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. พบว่า ผลสัมฤทธิ์ด้านมโนคติและความคงทนของมโนคติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยชุดการเรียนการสอนรายวิชาข่อยกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยชุดการเรียนการสอนรายวิชาข่อยมีผลสัมฤทธิ์ด้านมโนคติและความคงทนของมโนคติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูของ สสวท.

งานวิจัยที่สร้างชุดการเรียนการสอนเพื่อซ่อมเสริมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เช่น วิริยะ สิริชานนท์ (2532 : 47) ได้พัฒนาและประเมินผลชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมทักษะทางการคูณสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัย พบว่าค่าเฉลี่ยที่ได้จากการสอบด้วยแบบทดสอบวัดทักษะการคูณฉบับก่อนเรียน และหลังเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีค่าเฉลี่ยที่ได้จากการสอบด้วยแบบทดสอบวัดทักษะการคูณฉบับหลังเรียนสูงกว่าค่าเฉลี่ยที่ได้จากการสอบด้วยแบบทดสอบวัดทักษะการคูณฉบับ

ก่อนเรียน แสดงว่าชุดการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้ บรรจง แก้ววิเศษกุล (2533 : 48) ได้สร้างชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมทักษะการหาร สำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 พบว่าคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากแบบทดสอบหลังการใช้ชุดการเรียนการสอนแต่ละชุดสูงกว่าคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยความบกพร่องด้านทักษะการหารอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แสดงว่าชุดการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพ ในปีเดียวกัน สุณีย์ เหมะประสิทธิ์ (2533 : 181) ได้พัฒนาชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนใช้เกณฑ์ 3 ประการ คือ เกณฑ์ความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์ โดยเฉลี่ย ( $E_1/E_2$ ) เกณฑ์พัฒนาการของผู้เรียน และเกณฑ์ความคงทนในการเรียนรู้ ผลการทดลอง พบว่าชุดการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด นอกจากนี้ อุไร สิ้นธุรงสานนท์ (2534 : 117) ได้ศึกษาผลการใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อซ่อมเสริมนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ เรื่องเศษส่วนในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 พบว่านักเรียนที่ใช้ชุดการเรียนการสอนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 80 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 และทัศนคติของนักเรียนที่มีต่อการใช้ชุดการเรียนการสอนส่วนใหญ่เห็นด้วยว่าการใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อซ่อมเสริมทำให้สนุกสนานและเข้าใจบทเรียนยิ่งขึ้น ในปีเดียวกันนี้ วาทีนิ ชีระตระกูล (2534 : 79 – 80) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในการซ่อมเสริมจุดบกพร่องเรื่องเวลาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมกับการสอนซ่อมเสริมตามปกติ พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมและความคงทนในการเรียนรู้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องเวลา ด้วยชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมกับกลุ่มทดลองและวิธีการซ่อมเสริมตามปกติกับกลุ่มควบคุม แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และต่อมา ฉวีวรรณ ศรีสังข์ทอง (2541 : 92) ได้สร้างและหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทศนิยม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 พบว่า ชุดการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพโดยรวมเท่ากับ 94.01/88.67 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่องทศนิยมภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .01

งานวิจัยที่สร้างชุดการเรียนการสอนเพื่อใช้ในการพัฒนาความสามารถและฝึกทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น เขาวมาลัย ไสวรรณ (2537 : 51) ได้พัฒนาชุดการเรียนการสอนเพื่อฝึกทักษะทางคณิตศาสตร์ ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 พบว่าคะแนนที่ได้จาก การทำแบบฝึกหัดกับคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนภายหลังการฝึกของกลุ่มทดลองมีความสัมพันธ์กันในระดับ .92 และมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .001 ส่วนผลต่างของคะแนนหลังฝึกและก่อนฝึกของ



กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกับคะแนนความคงทนในการเรียนรู้แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ต่อมา อิทธิพงษ์ ดุสิตพันธ์ (2538 : 75) ได้สร้างชุดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นสูงกว่าก่อนได้รับการสอน และชุดการเรียนการสอน ที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ

นอกจากนี้ โกมล ไพศาล (2540 : 78-79) ได้พัฒนาชุดการเรียนการสอนรายบุคคลด้านเรขาคณิตสำหรับครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พบว่าชุดการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด 75/75 ในปีต่อมา สมจิตร ศรีษะเกษ (2542 : 95-96) ได้พัฒนาชุดการเรียนการสอนเรื่องรูปเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่าชุดการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ 88.57/88 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์มาตรฐานที่ตั้งไว้ ต่อมา พาวา พงษ์พันธุ์ (2544 : 43-44) ได้พัฒนาชุดการเรียนการสอนประกอบภาพการ์ตูนวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง เศษส่วน พบว่าชุดการเรียนการสอนประกอบภาพการ์ตูนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนการสอนประกอบภาพการ์ตูนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ในปีเดียวกัน สุวรรณมาลี นาคเสน (2544 : 90) ได้พัฒนาชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอน group investigation เรื่องวงกลมชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า ชุดการเรียนการสอนนี้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบการสอน group investigation สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความคิดเห็นของครูหลังการใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอน group investigation อยู่ในระดับความคิดเห็นเห็นด้วยอย่างยิ่ง

สำหรับการศึกษางานวิจัยในต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนการสอนมีดังต่อไปนี้ เดล (Dale. 1974 : 6481 - A) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างการสอนปกติกับการเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนของนักศึกษาในระดับปริญญาตรี มหาวิทยาลัยวิสคอนซิน ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาที่เรียนด้วยชุดการเรียนการสอนดีกว่านักศึกษาที่เรียนด้วยการสอนปกติ ในปีต่อมา บราวน์เลย์ (Brawley. 1975 : 4280 - A) ได้ศึกษาเกี่ยวกับประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนแบบสื่อประสมเพื่อสอนเรื่องการบอกเวลาสำหรับเด็ก

เรียนซ้ำ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่ากลุ่มควบคุม และในปีเดียวกัน ฟราเซียร์ (Frazier. 1975 : 2589 – A) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการใช้ชุดการเรียนการสอนในโปรแกรมการอบรมครูประถมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้ชุดการเรียนการสอนแบบอบรมครู ให้ครูนำความรู้จากการอบรมไปใช้สร้างชุดการเรียนการสอนเพื่อสอนเด็กระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 จำนวนครู 66 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่าคะแนนของทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 คือครูที่ได้รับการอบรมด้วยชุดการเรียนการสอนสามารถนำความรู้ไปใช้สร้างชุดการเรียนการสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพ และวิลสัน (Wilson. 1989 : 416-A) ได้ศึกษาผลการใช้ชุดการเรียนการสอนของครูเพื่อแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ ในการเรียนของเด็กเรียนช้าด้านคณิตศาสตร์ พบว่าการใช้ชุดการเรียนการสอนให้ผลดีกว่าการสอนตามปกติ

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนการสอน ผู้วิจัยพบว่าในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ได้มีการสร้างชุดการเรียนการสอนขึ้นโดยมุ่งเน้นในด้านการพัฒนารูปแบบการสอน เช่น เปรียบเทียบการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนกับวิธีการสอนอื่น ๆ การใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อซ่อมเสริมข้อบกพร่องในเนื้อหาต่าง ๆ เช่น การบวก การลบ เศษส่วน และเน้นในด้านการฝึกทักษะ เช่น การแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งในการทดลองหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนมีสองแนวทางคือ ใช้กลุ่มตัวอย่างเพียงกลุ่มเดียว หรือใช้กลุ่มตัวอย่างสองกลุ่ม คือกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมเปรียบเทียบกัน สำหรับการสร้างชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตนี้เป็นการนำเนื้อหาการแปลงทางเรขาคณิตซึ่งเป็นเนื้อหาใหม่ที่บรรจุในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 มาสร้างเป็นชุดการเรียนการสอน ทั้งนี้เพื่ออำนวยความสะดวกให้แก่ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาในการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต

#### งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต

จากการศึกษางานวิจัยในประเทศเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ได้มีผู้ทำการวิจัยไว้ดังนี้ โชนชัย สักดิ์ศรี (2516 : 21) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาการแปลงทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลาย จุดมุ่งหมายของการวิจัยเพื่อศึกษาว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลายสามารถเรียนวิชาการแปลงทางเรขาคณิตได้หรือไม่และศึกษาว่าชั้นใดเรียนได้ผลดีที่สุด กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 – 7 เนื้อหาวิชาการแปลงทางเรขาคณิตประกอบด้วย ความหมายของการแปลง ชนิดของการแปลง 3 ชนิด ได้แก่ การเลื่อน การหมุน การสะท้อน และชุดของแผนภาพบางชุดซึ่งถูกปิดโดยการแปลง ผลการศึกษา

พบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ไม่สามารถเรียนวิชาการแปลงทางเรขาคณิตตามเนื้อหาที่สร้างขึ้นได้ ส่วนนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 (เทียบได้กับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1) สามารถเรียนการแปลงทางเรขาคณิตตามเนื้อหาที่สร้างขึ้นได้ และนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสูงกว่านักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 5 และ 6 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ต่อมา วิทยา รุ่งอรุณพิศาล (2517 : 39) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาการแปลงทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น จุดมุ่งหมายของการวิจัยเพื่อศึกษาว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3 สามารถเรียนวิชาการแปลงทางเรขาคณิตเบื้องต้นได้หรือไม่ และศึกษาว่าควรจะเริ่มสอนตั้งแต่ชั้นใด กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3 จำนวน 120 คน เนื้อหาวิชาการแปลงทางเรขาคณิตเบื้องต้นประกอบด้วย 5 หัวข้อคือ ระบบแกนมุมฉาก การสะท้อน การเลื่อน การหมุน และการแปลงที่สัมพันธ์กับเรื่องอื่น ผลการทดลองพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1–3 มีความสามารถเพียงพอที่จะเรียนวิชาการแปลงทางเรขาคณิตเบื้องต้นได้ โดยนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถอยู่ในระดับเดียวกัน แต่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถในการเรียนวิชาการแปลงทางเรขาคณิตเบื้องต้นสูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และปีที่ 2

สำหรับงานวิจัยในต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ได้มีผู้วิจัยไว้ดังนี้ โฮบาน (Hoban, 1970 : 5482 – B) ได้ทดลองสอนวิชาการแปลงทางเรขาคณิตแก่นักเรียนเกรด 7 หัวข้อเรื่องที่ทดลองสอนได้แก่ การสะท้อน การเลื่อน และการหมุน ตามเนื้อเรื่องในหนังสือ Unified Modern Mathematics Course I ซึ่งคณะกรรมการปรับปรุงหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาของสหรัฐอเมริกาได้สร้างขึ้น ผลการทดลองสรุปได้ว่า นักเรียนในระดับนี้สามารถเรียนรู้วิชาการแปลงทางเรขาคณิตได้เป็นอย่างดี และแบบเรียนที่ใช้ทดลองสอนใน ครั้งนั้นมีคุณภาพสูง ในปีต่อมา วิลลิฟอร์ด (Williford, 1970 : 6462 – A) ได้ทดลองสอนวิชาการแปลงทางเรขาคณิต เรื่องการเคลื่อนที่ของแผนภาพสามมิติและการเท่ากันทุกประการ กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2–3 จำนวน 63 คน ซึ่งได้ทดสอบด้วยแบบทดสอบด้านทักษะและด้านการนำไปใช้ภายหลังการสอน ผลการทดลองพบว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2–3 สามารถเรียนวิชาการแปลงทางเรขาคณิตตามเนื้อหาที่นำไปทดลองสอนได้ โดยมีผลสัมฤทธิ์ในด้านทักษะสูงกว่าด้านการนำไปใช้ ในปีเดียวกันนี้ โซลไฮม์ (Solheim, 1971 : 3165 – A) ได้ทดลองสอนวิชาเรขาคณิตโดยเปรียบเทียบระหว่างการใช้วิธีสอนแบบเก่าและการใช้วิธีการแปลง พบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีการแปลงมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่าง

จากนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีแบบเก่า แต่เจตคติของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยการใช้วิธีการแปลงต่อวิชาคณิตศาสตร์เปลี่ยนไปในทางบวก

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต พบว่างานวิจัยส่วนใหญ่จะทดลองในรูปแบบของการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เพื่อศึกษาว่านักเรียนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3 ชั้นใดสามารถเรียนตามบทเรียนที่สร้างขึ้นได้และศึกษาว่าควรนำเนื้อหาที่สร้างขึ้นไปสอนในระดับใดจึงจะเหมาะสมที่สุด และยังมีงานวิจัยเกี่ยวกับการเปรียบเทียบการสอนเรขาคณิตแบบเก่าและการใช้วิธีการแปลง



### บทที่ 3

#### วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ เป็นการสร้างชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้าเป็นลำดับขั้นตอนดังนี้ ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย การดำเนินการวิจัยและการเก็บรวบรวมข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

#### ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนป่าพะยอมพิทยาคม อำเภอป่าพะยอม จังหวัดพัทลุง

กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนป่าพะยอมพิทยาคม อำเภอป่าพะยอม จังหวัดพัทลุง ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 โดยการสุ่มอย่างง่าย (simple random sampling) ได้กลุ่มตัวอย่าง 1 ห้องเรียน จำนวน 40 คน

#### เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ประกอบด้วย ชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ซึ่งมีรายละเอียดการดำเนินการสร้างดังนี้

การสร้างและหาประสิทธิภาพของเครื่องมือได้ดำเนินการตามลำดับดังนี้

1. การสร้างชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต มีขั้นตอนในการสร้างและหาประสิทธิภาพดังนี้

1.1 ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาการแปลงทางเรขาคณิตและเอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างชุดการเรียนการสอน



1.2 กำหนดเนื้อหา ความคิดรวบยอด และจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยผู้วิจัยได้กำหนดเนื้อหาขึ้น 4 หน่วยการเรียนรู้ ใช้เวลาในการสอนทั้งหมด 12 ชั่วโมง ได้แก่

หน่วยที่ 1 การเลื่อนขนาน	3	ชั่วโมง
หน่วยที่ 2 การหมุน	3	ชั่วโมง
หน่วยที่ 3 การสะท้อน	3	ชั่วโมง
หน่วยที่ 4 การนำไปใช้	3	ชั่วโมง

1.3 สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต จำนวน 12 แผน

1.4 ผลิตสื่อการสอนโดยสร้างสื่อการสอนประเภทต่าง ๆ ตามที่ได้กำหนดไว้ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.5 นำชุดการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์ 3 ท่าน (รายละเอียดในภาคผนวก ก) เพื่อตรวจสอบคุณภาพด้านความถูกต้องและความเหมาะสมของ เนื้อหา แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และสื่อการสอนต่าง ๆ และปรับปรุงแก้ไขจนได้ชุดการเรียนการสอนตามต้องการ

1.6 ดำเนินการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนตามเกณฑ์ประสิทธิภาพของกระบวนการ/ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ ซึ่งกำหนดไว้ 70/70 ตามลำดับขั้นตอนดังนี้

1.6.1 หาประสิทธิภาพแบบเดี่ยว โดยผู้วิจัยนำชุดการเรียนการสอนไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดคลองใหญ่ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาพัทลุง ซึ่งมีความรู้ความสามารถระดับ เก่ง ปานกลาง และอ่อน อย่างละคนรวม 3 คน โดยทดลองกับนักเรียนครั้งละคน เพื่อหาข้อบกพร่องด้านการสื่อความหมาย แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขอีกครั้งหนึ่ง

1.6.2 หาประสิทธิภาพแบบกลุ่ม โดยนำชุดการเรียนการสอนที่ปรับปรุงแล้วจากข้อ 1.5.1 ไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดคลองใหญ่ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาพัทลุง จำนวน 6 คน ซึ่งมีความรู้ความสามารถระดับ เก่ง ปานกลาง และอ่อนละกัน เพื่อหาข้อบกพร่องด้านการสื่อความหมาย และความเหมาะสมของเวลา แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขอีกครั้งหนึ่ง

1.7 นำชุดการเรียนการสอนให้คณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ตรวจพิจารณาอีกครั้ง แล้วจึงนำไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง



2. การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ผู้วิจัยดำเนินการสร้างโดยมีขั้นตอนดังนี้

2.1 ศึกษาทฤษฎีและหลักการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2.2 วิเคราะห์เนื้อหา ความคิดรวบยอด และจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของเนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง เพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต

2.3 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เป็นข้อสอบแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 60 ข้อ ให้ครอบคลุมเนื้อหาและจุดประสงค์ตามที่กำหนด

2.4 นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์ 3 ท่านเพื่อตรวจสอบคุณภาพความเที่ยงตรงของเนื้อหาโดยพิจารณาว่าข้อสอบที่สร้างขึ้นสอดคล้องกับเนื้อหา และจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมหรือไม่

2.5 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ที่ได้รับจากการตรวจสอบจากคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์มาคำนวณหาค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม (IOC) แล้วคัดเลือกเอาข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป (รายละเอียดในภาคผนวก ก)

2.6 ผู้วิจัยสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดคลองใหญ่ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาพัทลุง จำนวน 30 คน โดยเนื้อหาที่ใช้สอนเหมือนกับเนื้อหาในชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2.7 นำผลทดสอบที่ได้มาวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนก คัดเลือกข้อที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.27 ถึง 0.77 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.21 ถึง 0.54 จำนวน 30 ข้อ นำมาคำนวณหาค่าความเชื่อมั่น โดยใช้ KR-20 ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.64 (รายละเอียดในภาคผนวก ก)

การดำเนินการวิจัยและการเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการวิจัยและเก็บรวบรวมข้อมูล โดยการดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้ชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาสอน 12 ชั่วโมง ในการสอนแต่ละชั่วโมงจะมีการเก็บคะแนนเพื่อใช้ในการประเมินผลตามเกณฑ์ประสิทธิภาพของกระบวนการ

2. เมื่อสอนครบตามที่กำหนดไว้ ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ซึ่งเป็นข้อสอบแบบปรนัย จำนวน 30 ข้อ ใช้เวลาทดสอบ 1 ชั่วโมง

3. ตรวจสอบผลการทดสอบ แล้วนำข้อมูลที่ได้นำมาวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทางสถิติ เพื่อหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอน

### การวิเคราะห์ข้อมูล

หาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอน โดยหาความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน กับคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตหลังการใช้ชุดการเรียนการสอน โดยคิดเป็นร้อยละ จากนั้นนำผลที่ได้มาเทียบหาประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 70/70

### สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
2. สถิติที่ใช้ตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ การหาดัชนีความสอดคล้องจากความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม การหาค่าความยากง่าย การหาค่าอำนาจจำแนก การหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ การคำนวณหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอน

การหาดัชนีความสอดคล้องจากความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม โดยใช้สูตรของโรวินลลีและแฮมเบิลตัน (Rowinelli and Hambleton)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

$\sum R$  แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

$N$  แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

$IOC$  แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

การหาค่าความยากง่าย โดยใช้สูตรดังนี้

$$p = \frac{R}{N}$$

- p แทน ดัชนีค่าความยากง่าย  
 R แทน จำนวนนักเรียนที่ทำข้อสอบถูก  
 N แทน จำนวนนักเรียนที่ทำข้อสอบทั้งหมด

การหาค่าอำนาจจำแนก โดยใช้สูตร

$$B = \frac{U}{n_1} - \frac{L}{n_2}$$

- B แทน ดัชนีค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบอิงเกณฑ์  
 U แทน จำนวนนักเรียนที่ทำข้อสอบถูกของกลุ่มที่สอบผ่านเกณฑ์  
 L แทน จำนวนนักเรียนที่ทำข้อสอบถูกของกลุ่มที่สอบไม่ผ่านเกณฑ์  
 n<sub>1</sub> แทน จำนวนนักเรียนที่สอบผ่านเกณฑ์  
 n<sub>2</sub> แทน จำนวนนักเรียนที่สอบไม่ผ่านเกณฑ์

การหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้สูตรของ คูเดอร์ ริชาร์ดสัน 20

(Kuder Richardson – 20)

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left[ 1 - \frac{\sum pq}{s^2} \right]$$

- r<sub>tt</sub> แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ  
 n แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบทั้งฉบับ  
 p แทน อัตราส่วนของผู้ตอบถูกในข้อนั้น  
 q แทน อัตราส่วนของผู้ตอบผิดในข้อนั้น  
 s<sup>2</sup> แทน ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งฉบับ

การคำนวณหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอน ใช้สูตร  $E_1/E_2$

$$E_1 = \frac{\sum X}{N} \times 100$$

เมื่อ  $E_1$  คือ ประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในชุดการเรียนการสอน คิดเป็นร้อยละจากการทำแบบฝึกหัดและ/หรือการประกอบกิจกรรมการเรียน

$\sum X$  คือ คะแนนรวมของผู้เรียนจากการทำแบบฝึกหัดและ/หรือการประกอบกิจกรรมการเรียน

A คือ คะแนนเต็มของแบบฝึกหัดและ/หรือการประกอบกิจกรรมการเรียน

N คือ จำนวนผู้เรียน

$$E_2 = \frac{\sum F}{N} \times 100$$

เมื่อ  $E_2$  คือ ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (พฤติกรรมที่เปลี่ยนในตัวผู้เรียน หลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนการสอน) คิดเป็นร้อยละจากการทำแบบทดสอบหลังเรียนและ/หรือการประกอบกิจกรรมหลังเรียน

$\sum F$  คือ คะแนนรวมของผู้เรียนจากการทำแบบทดสอบหลังเรียนและ/หรือการประกอบกิจกรรมหลังเรียน

B คือ คะแนนเต็มของแบบทดสอบหลังเรียนและ/หรือการประกอบกิจกรรมหลังเรียน

N คือ จำนวนผู้เรียน

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลได้เสนอขั้นตอนตามลำดับคือ สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ลำดับขั้นในการวิเคราะห์ข้อมูล และผลการวิเคราะห์ข้อมูล

#### สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลมีดังนี้

- N แทน จำนวนนักเรียน
- A แทน คะแนนเต็มของแบบฝึกหัด
- B แทน คะแนนเต็มของแบบทดสอบหลังเรียน
- $\bar{X}$  แทน ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนน
- $E_1$  แทน ประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในชุดการเรียนการสอน
- $E_2$  แทน ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (พฤติกรรมที่เปลี่ยนในตัวผู้เรียนหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนการสอน)

#### ลำดับขั้นในการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลได้ดำเนินการตามลำดับดังนี้

1. หาค่าสถิติพื้นฐาน โดยหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน
2. หาประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในชุดการเรียนการสอน โดยคิดจากร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน
3. หาค่าสถิติพื้นฐาน โดยหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต
4. หาประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (พฤติกรรมที่เปลี่ยนในตัวผู้เรียนหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนการสอน) โดยคิดจากร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติพื้นฐาน ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน และผลการหาประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต โดยคิดจากร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน ปรากฏดังตาราง 1

ตาราง 1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน และผลการหาประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต โดยคิดจากร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน

กลุ่มตัวอย่าง	N	A	$\bar{X}$	$E_1$
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	40	120	105.79	88.16

จากตาราง 1 แสดงให้เห็นว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 40 คน จากคะแนนเต็ม 120 คะแนน เท่ากับ 105.79 คิดเป็น 88.16 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 70 แรกที่กำหนดไว้



2. สถิติพื้นฐาน ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต และผลการหาประสิทธิภาพของผลสัมฤทธิ์ (พฤติกรรมที่เปลี่ยนในตัวผู้เรียนหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนการสอน) โดยคิดจากร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ปรากฏดังตาราง 2

ตาราง 2 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต และผลการหาประสิทธิภาพของผลสัมฤทธิ์ (พฤติกรรมที่เปลี่ยนในตัวผู้เรียนหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนการสอน) โดยคิดจากร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต

กลุ่มตัวอย่าง	N	B	$\bar{X}$	$E_2$
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	40	30	22.20	74.00

จากตาราง 2 แสดงให้เห็นว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 40 คน จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน เท่ากับ 22.20 คิดเป็น 74.00 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 70 ที่สองที่กำหนดไว้

จากตาราง 1 และ 2 พบว่าร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต เท่ากับ 88.16 และร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต เท่ากับ 74.00 ดังนั้น ประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต  $E_1/E_2$  เป็น  $88.16 / 74.00$  ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้

## บทที่ 5

### บทย่อ สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้ เป็นการสร้างชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

#### บทย่อ

##### ความมุ่งหมายของการวิจัย

เพื่อสร้างชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีประสิทธิภาพ 70/70

##### การดำเนินการวิจัย

การศึกษาค้นคว้าการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการเป็นขั้นตอนดังนี้

1. ประชากร เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนป่าพะยอมพิทยาคม อำเภอป่าพะยอม จังหวัดพัทลุง
2. กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนป่าพะยอมพิทยาคม อำเภอป่าพะยอม จังหวัดพัทลุง ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 ซึ่งได้จากการสุ่มอย่างง่าย (simple random sampling) ได้กลุ่มตัวอย่าง 1 ห้องเรียน จำนวน 40 คน

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างด้วยตนเอง โดยใช้ชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาสอนทั้งหมด 12 ชั่วโมงในการสอนแต่ละชั่วโมงจะมีการเก็บคะแนนเพื่อใช้ในการประเมินผลตามเกณฑ์ประสิทธิภาพของกระบวนการ เมื่อสอนครบตามที่กำหนดไว้ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ซึ่งเป็นข้อสอบแบบปรนัย จำนวน 30 ข้อ ใช้เวลาทดสอบ 1 ชั่วโมง

3. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ประกอบด้วยชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตจำนวน 30 ข้อ ซึ่งมีความเชื่อมั่นทั้งฉบับ โดยใช้สูตร

ของคูเดอร์ ริชาร์ดสัน (KR-20) เท่ากับ 0.64 ความยากง่ายมีค่าตั้งแต่ 0.27 ถึง 0.77 และอำนาจจำแนกมีค่าตั้งแต่ 0.21 ถึง 0.54

### การวิเคราะห์ข้อมูล

1. หาค่าสถิติพื้นฐาน โดยหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน
2. หาประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในชุดการเรียนการสอน โดยคิดจากร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน
3. หาค่าสถิติพื้นฐาน โดยหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต
4. หาประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (พฤติกรรมที่เปลี่ยนในตัวผู้เรียนหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนการสอน) โดยคิดจากร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต

### สรุปผล

ชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ  $E_1/E_2$  เป็น 88.16/74.00 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์มาตรฐาน 70/70 ที่ตั้งไว้

### อภิปรายผล

จากการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่าชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากประเด็นที่น่าสนใจดังต่อไปนี้

1. ชุดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ได้สร้างขึ้นอย่างมีระบบ ขั้นตอน ตั้งแต่การศึกษากระบวนการในการสร้างชุดการเรียนการสอน การวิเคราะห์จุดประสงค์และรายละเอียดของเนื้อหา เพื่อนำมาวางแผน แบ่งเนื้อหาและเวลาของชุดการเรียนการสอนไว้อย่างเหมาะสม นอกจากนี้ได้มีการจัดลำดับรายละเอียดของเนื้อหาให้เป็นลำดับขั้นตอน โดยให้นักเรียนได้ศึกษาและเรียนรู้จากเนื้อหาที่ง่ายไปสู่เนื้อหาที่ยากขึ้น และหลังจากที่สร้างชุดการเรียนการสอนเสร็จแล้วผู้วิจัยได้นำไปให้ผู้เชี่ยวชาญ ตรวจสอบความสมบูรณ์ ความถูกต้อง ความเหมาะสมของเนื้อหา และกิจกรรม แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ หลังจากนั้นจึงนำไป

ทดสอบกับนักเรียนกลุ่มย่อยอีก 2 ครั้ง เพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไขให้มีประสิทธิภาพก่อนนำไปทดลองสอนจริง

2. กิจกรรมการเรียนการสอนในชุดการเรียนการสอน ได้เน้นกิจกรรมที่มุ่งให้ผู้เรียนเป็นสำคัญ โดยนักเรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนมากที่สุด ครูเป็นเพียงผู้คอยช่วยเหลือให้คำแนะนำ เมื่อผู้เรียนเกิดปัญหา ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน นักเรียนจะได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง โดยศึกษาจากบัตรกิจกรรมที่กำหนดให้ โดยให้ทำกิจกรรมเป็นกลุ่ม ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน และยังเป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักแสดงความคิดเห็น และยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ รัตริ อินกัน (2544 : 5) ที่กล่าวว่า การมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีในกลุ่ม จะช่วยส่งเสริมความจริง อกงามการพัฒนาความเป็นผู้ใหญ่ การปรับปรุงการทำงาน และการจัดการกับชีวิตของแต่ละบุคคล สัมพันธภาพที่เท่าเทียมกันระหว่างสมาชิกในกลุ่มจึงเป็นสิ่งสำคัญที่ช่วยส่งเสริมการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกันของผู้เรียน

3. สื่ออุปกรณ์ในชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตมีลักษณะเป็นรูปธรรม เช่น แผ่นใสแบบซ้อนทับ ตารางระนาบพิกัดฉาก รูปเรขาคณิต ทำให้ผู้เรียนสามารถฝึกปฏิบัติและค้นพบความรู้ได้ด้วยตนเอง และเข้าใจบทเรียนได้ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2542 : 10) ที่กล่าวว่า ครูผู้สอนควรจัดการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้ค้นหาคำตอบด้วยตัวเอง เพราะการค้นพบความจริงใด ๆ ด้วยตนเองนั้นผู้เรียนมักจะจดจำได้ดีและมีความหมายโดยตรงต่อผู้เรียน รวมทั้งเกิดความคงทนของความรู้ด้วย นอกจากนี้ผู้วิจัยได้จัดลำดับความยากง่ายของเนื้อหา โดยเริ่มจากเนื้อหาที่ง่ายก่อนแล้วจึงนำเสนอเนื้อหาที่ยากขึ้นตามลำดับ โดยนำเสนอในรูปแบบที่ทำให้นักเรียนเข้าใจได้ง่ายมีตัวอย่างประกอบอย่างชัดเจน

4. ชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสร้างความสนใจของนักเรียน ทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นที่จะเรียน โดยแต่ละคาบจะมีกิจกรรมหลากหลายรูปแบบ โดยให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนทุกคนได้ลงมือปฏิบัติเอง จึงทำให้ไม่เกิดความเบื่อหน่าย และมีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรมเป็นอย่างดี นอกจากนี้เนื้อหาเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตเป็นเนื้อหาใหม่ ทำทลายความสามารถของนักเรียน และความรู้ที่ได้รับก็สามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการแก้ปัญหาบางรูปแบบ และใช้ในการสร้างสรรค์งานศิลปะได้ จึงทำให้นักเรียนให้ความสนใจและตั้งใจเรียนดี

5. การวัดผลประเมินผล ประกอบด้วย การสังเกต การตอบคำถาม และการทำแบบฝึกหัด เพื่อให้ผู้สอนทราบจุดเด่นและข้อบกพร่องของนักเรียน และสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ ซึ่งจะทำให้การเรียนของนักเรียนเป็นไปอย่างมีความหมายและมีประสิทธิภาพ

## ข้อเสนอแนะ

### ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. การสร้างชุดการเรียนการสอนจะต้องศึกษาขั้นตอนวิธีการสร้างชุดการสอนอย่างชัดเจน และต้องมีการวางแผนการดำเนินงานเป็นขั้นตอน การเลือกเนื้อหาและวิธีการสอนจะต้องสอดคล้องกันและต้องคำนึงถึงความเหมาะสมของเวลา รวมทั้งการเลือกใช้สื่อการเรียนการสอนต่าง ๆ ควรให้ผู้เรียนได้พัฒนาทุก ๆ ด้าน ทั้งด้านร่างกาย อารมณ์ สังคม และสติปัญญา และที่สำคัญสื่อการเรียนการสอนต้องมีลักษณะเป็นรูปธรรมและ ได้รับความสนใจของผู้เรียนด้วย
2. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรจัดให้มีหลากหลายรูปแบบ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ ไม่เบื่อหน่ายซึ่งส่งผลให้เกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ด้วย
3. ชุดการเรียนการสอนควรมีการปรับปรุงอยู่เสมอ เพื่อให้สอดคล้องกับความเปลี่ยนแปลง เวลา และสภาพแวดล้อมที่เปลี่ยนไป และเมื่อเกิดปัญหาขึ้นในการสอน ผู้สอนควรจดบันทึกไว้ เพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไขให้ชุดการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น
4. ในการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอน ครูผู้สอนจะต้องเตรียมตัวให้พร้อม โดยศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับการใช้ชุดการเรียนการสอนให้เข้าใจอย่างชัดเจน และตรวจสอบสื่อการเรียนการสอนต่าง ๆ ไว้ให้พร้อมก่อนที่จะดำเนินการสอนทุกครั้ง เพื่อให้การปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียนเป็นไปตามลำดับขั้นตอน และบรรลุจุดประสงค์ตามที่กำหนดไว้
5. ก่อนที่จะให้นักเรียนทำกิจกรรมทุกครั้ง ครูจะต้องอธิบายหรือชี้แจงวิธีการปฏิบัติอย่างชัดเจน เพื่อให้นักเรียนเข้าใจวิธีการเรียนให้ตรงกัน และเน้นให้นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนดไว้อย่างเคร่งครัด การจัดกิจกรรมจึงจะบรรลุจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้

### ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัยต่อไป

1. ควรนำชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ไปปรับปรุงแก้ไขและนำไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่างอื่น ๆ ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. ควรศึกษาเปรียบเทียบทัศนคติของผู้เรียนที่มีต่อการเรียนการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตกับการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตด้วยวิธีการสอนอื่น ๆ
3. ควรมีการศึกษาองค์ประกอบอื่น ๆ จากการใช้ชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต นอกเหนือจากการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เช่น ความคงทนในการเรียนรู้ เป็นต้น



## บรรณานุกรม

- โกมล ไพศาล. การพัฒนาชุดการสอนรายบุคคลด้านเรขาคณิตสำหรับครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ด. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2540.
- คณะอนุกรรมการปฏิรูปการเรียนรู้. ปฏิรูปการเรียนรู้ ผู้เรียนสำคัญที่สุด. กรุงเทพฯ : พิมพ์ครั้งที่ 5 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2543.
- ฉลองชัย สุรวัดตนบุรณ์. การเลือกและการใช้สื่อการสอน. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2528.
- ฉวีวรรณ เสวตมาลัย. กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 (ม.1 – 3). กรุงเทพฯ : ประสานมิตร. 2545.
- ฉวีวรรณ ศรีสังข์ทอง. การสร้างและหาประสิทธิภาพของชุดการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทศนิยม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2541.
- ชัยยงค์ พรหมวงศ์. “ชุดการสอนระดับประถมศึกษา.” ใน เอกสารประกอบการสอนชุดวิชาสื่อการสอนระดับประถมศึกษา หน่วยที่ 8-15 หน้า 453 – 500. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2531.
- ชวลิต พงษ์สวัสดิ์. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ด้านมโนคติและความคงทนของมโนคติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยชุดการสอนรายวิชา ย่อยกับการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2532.
- ชาญชัย อินทรสุนานนท์. ศูนย์การเรียนรู้และชุดการสอน. กรุงเทพฯ : ภาควิชาเทคโนโลยีทางการศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, ม.ป.ป.
- โชคชัย ศักดิ์ศรี. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพของนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลาย. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2516.
- ไชยยศ เรื่องสุวรรณ. เทคโนโลยีทางการศึกษา : หลักการและแนวปฏิบัติ. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช, 2522.



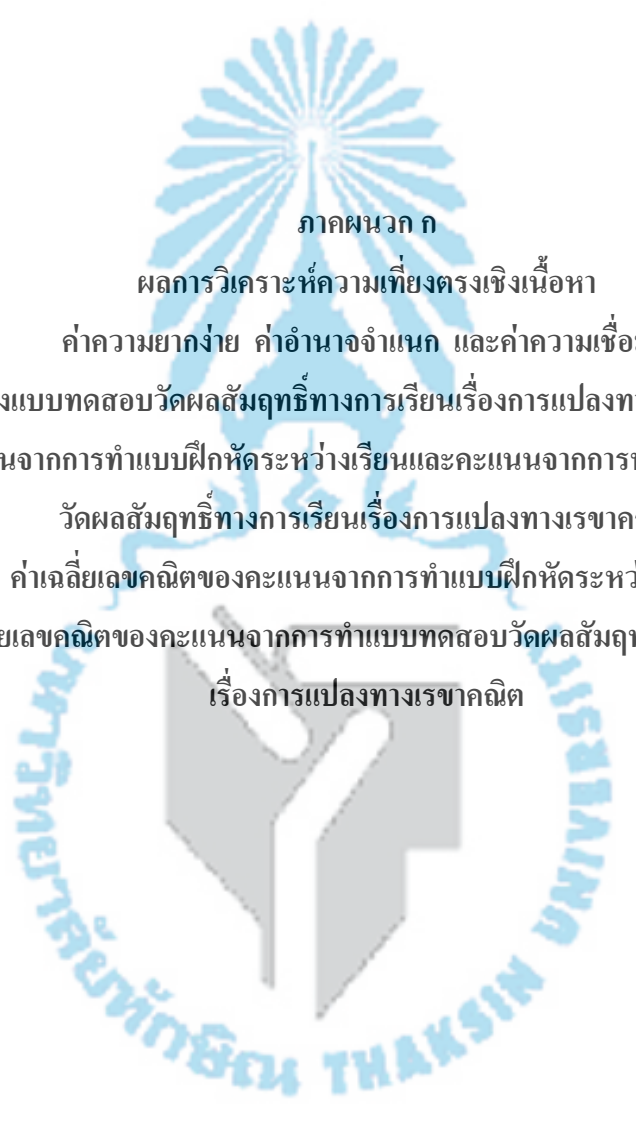
- นันทิยา จิตภิรมย์. การศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้การสอนที่ใช้สอนเรื่องพหุนามในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2532.
- บรรจง แก้ววิเศษกุล. การพัฒนาและประเมินชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมทักษะการหารสำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2533.
- บุญชม ศรีสะอาด. การพัฒนาการสอน. พิมพ์ครั้งที่ 3 กรุงเทพฯ : ชมรมเด็ก, 2543.
- ปานทอง กุลนาถศิริ. “ความเคลื่อนไหว...เกี่ยวกับ NCTM : Principles and Standards for School Mathematics ในปี ค.ศ. 2000.” สสวท. 28(108) : มกราคม – มีนาคม 2543.
- พาวา พงษ์พันธ์. การพัฒนาชุดการเรียนรู้การสอนประกอบภาพการ์ตูนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง เศษส่วน. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2544.
- พิชากร แปลงประสพโชค. การพัฒนาหลักสูตรพิเศษทางเรขาคณิตเสริมสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ด. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2540.
- พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์. การเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ : แนวคิด วิธีและเทคนิคการสอน 1. กรุงเทพฯ : บริษัท เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แมเนจเม้นท์ จำกัด, 2544.
- ยุพิน พิพิธกุล. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : ภาควิชามัธยมศึกษา. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2530.
- ยุพิน พิพิธกุล และ อรพรรณ ตันบรรจง. สื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2531.
- เยาวมาลย์ ไสววรรณ. การพัฒนาชุดการเรียนรู้ด้วยตนเองเพื่อฝึกทักษะทางคณิตศาสตร์ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2537.
- ราตรี อินกัน. ร่วมปฏิรูปการเรียนรู้กับครูต้นแบบ : การจัดกระบวนการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ การสอนแบบ “ผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง”. กรุงเทพฯ : สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2544.
- ล้วน สายยศ. “มิติสัมพันธ์สำคัญไฉน” วิชาการศึกษาศาสตร์. 1(2) : มกราคม - เมษายน 2543.

- วาทินี ชีระตระกูล. การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในการซ่อมเสริมจุดบกพร่อง เรื่องเวลาของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมกับการสอนซ่อมเสริมตามปกติ. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2534.
- วิชัย วงษ์ใหญ่. การพัฒนาหลักสูตรและการสอนมิติใหม่. พิมพ์ครั้งที่ 3 กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์, 2525.
- วิทยา รุ่งอรุณพิศาล. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพ (transformation geometry) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2517.
- วิริยะ ศิริชานนท์. การพัฒนาและการประเมินผลชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมทักษะการคูณ สำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2532.
- วัฒนาพร ระงับทุกข์. แผนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง. เอกสารอัดสำเนา, 2542.
- ศึกษาธิการ, กระทรวง. สาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ใน หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2544.
- ศูนย์พัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์จังหวัดพัทลุง. “การแปลงทางเรขาคณิต” ในเอกสารประกอบการอบรมครูคณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 โรงเรียนมัธยมศึกษา จังหวัดพัทลุง. 4-6 กรกฎาคม 2545.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2544
- สมจิตร ศรีษะเกษ. การพัฒนาชุดการสอนเรื่องรูปเรขาคณิต สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. ชลบุรี : มหาวิทยาลัยบูรพา, 2542.
- สมชาย ชูชาติ. “ความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์” บัณฑิตศึกษา. 3(3) : กันยายน 2542.
- สันทัต ภิบาลสุขและพิมพ์ใจ ภิบาลสุข. การใช้สื่อการสอน. กรุงเทพฯ : พีรพัฒนา, 2525.
- สุนันท์ สังข์อ่อน. สื่อการสอนและนวัตกรรมทางการศึกษา. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์, 2526.
- สุนีย์ เหมะประสิทธิ์. การพัฒนาชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหา : หน่วยงานนิเทศก์ สำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดอุบลราชธานี. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2533.
- สุมานิน รุ่งเรืองธรรม. กลวิธีสอน. กรุงเทพฯ : รุ่งเรืองธรรม, 2526.

- สุวรรณมาลี นาคเสน. การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอน Group Investigation เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2544.
- เสาวณีย์ สิกขาบัณฑิต. เทคโนโลยีทางการศึกษา. กรุงเทพฯ : สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเหนือ, 2528.
- อรรถพรณ เกิดแก้ว. การเปรียบเทียบการสอนมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ด้วยชุดสื่อการสอนและการบรรยาย สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ ก.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2524.
- อิทธิพงษ์ คุณิตพันธ์. การสร้างชุดการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2538.
- อุไร สินธุวงสานนท์. ผลของการใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องเศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่มีผลการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ. วิทยานิพนธ์ ก.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2534.
- เอมอร สิทธิรักษ์. “การแปลงทางเรขาคณิต” ใน เอกสารประกอบคำบรรยายในการประชุมเชิงปฏิบัติการการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา. 2545.
- \_\_\_\_\_. “เรขาคณิตกับศิลปะโดยใช้เทสเซลเลชัน” ใน เอกสารประกอบคำบรรยายงานสัปดาห์วิทยาศาสตร์แห่งชาติ. สถาบันราชภัฏนครศรีธรรมราช, 16 สิงหาคม 2544.
- Brawley, Oletha Daniels. “A study of Evaluate the Effects of Using Multi-Media Instructional Modules to Teacher Time-Telling to Retarded Learner,” Dissertation Abstracts International. 35(7) : 4280-A; January 1975.
- Dale M.E. “A Comparative Study of Achievement Between College Students Being Taught in the Traditional Manner and Those Taught With Learning Modules,” Dissertation Abstracts International. 34(10) : 6481-A; April 1975.
- Frazier, Jenice Gregory. “Effect of Systematic Inservice Training Model on The Teacher Performance and Skills of A Group of First Grade Teachers,” Dissertation Abstracts International. 36(5) : 2589-A; January 1975.
- Heddens, Jame W. & Speer, William R. Today’s Mathematics Part 1 : Concepts and Classroom Methods. 8<sup>th</sup> ed. New Jersey : Prentice – Hall, 1995.

- Hoban, Michael James. "Transformation Geometry in the Junior High School :  
An Evaluation of A Curricular Unit in the Seventh Grade," Dissertation  
Abstracts International. 9 : 5482-5483B; March 1970.
- Kennedy Leonard M. & Tipps, Steve. Guiding Children's Learning of Mathematics.  
7<sup>th</sup> ed. California : Wadsworth, 1994.
- Solheim, Jerome Harold. "the Effect of the Study of Transformations of the Plane on the  
Attitudes of Secondary School Geometry Students," Dissertation Abstracts  
International. 32(6) : 3165 – A; December 1971.
- The National Council of Teachers of Mathematics. Curriculum and Evaluation Standards  
for School Mathematics : Geometry from Multiple Perspectives. The National  
Council of Teachers of Mathematics, 1995.
- \_\_\_\_\_. Principles and Standards for School Mathematics. United of America.  
The National Council of Teachers of Mathematics , 2000.
- Williford, Harold Johnson. "A Study of Transformation Geometry Instruction in the  
Primary Grades," Dissertation Abstracts International. 31(12) : 6462–A; June 1970.
- Wilson, Cynthia Louise. "An Analysis of a Direct Instruction Produce in Teaching Word  
Problem Solving to Learning Disabled Student," Dissertation Abstracts  
International. 50(2) : 416-A; August 1989.





ภาคผนวก ก  
ผลการวิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา  
ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่น  
ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต  
คะแนนจากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนและคะแนนจากการทำแบบทดสอบ  
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต  
ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน  
ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน  
เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต



การประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต  
โดยผู้เชี่ยวชาญวิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา

ผู้วิจัยใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมโดยใช้สูตรของโรวินेलลีและแซมเบลดัล (ลิ้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543 : 247 – 249) ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการวิจัยดังนี้

1. นำแบบทดสอบและจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมไปให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน พิจารณาข้อสอบแต่ละข้อว่าตรงตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ต้องการหรือไม่ โดยกำหนดคะแนนความคิดเห็นดังนี้

- +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
- 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
- 1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

2. กำหนดค่า IOC เป็นรายข้อ แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC มากกว่าหรือเท่ากับ 0.5 ส่วนข้อสอบที่ต่ำกว่า 0.5 จะต้องนำมาปรับปรุงแก้ไขใหม่

สูตรการคำนวณ

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

$\sum R$  แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

$N$  แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

การประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต  
โดยผู้เชี่ยวชาญ

ข้อสอบ ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	1	1	1	3	1	ใช้ได้
2	1	1	1	3	1	ใช้ได้
3	1	1	1	3	1	ใช้ได้
4	1	1	1	3	1	ใช้ได้
5	1	1	1	3	1	ใช้ได้
6	1	1	1	3	1	ใช้ได้
7	1	1	1	3	1	ใช้ได้
8	1	1	1	3	1	ใช้ได้
9	1	1	0	2	.67	ใช้ได้
10	1	1	0	2	.67	ใช้ได้
11	1	1	1	3	1	ใช้ได้
12	1	1	1	3	1	ใช้ได้
13	1	1	1	3	1	ใช้ได้
14	1	1	1	3	1	ใช้ได้
15	1	1	1	3	1	ใช้ได้
16	1	1	1	3	1	ใช้ได้
17	1	1	1	3	1	ใช้ได้
18	1	1	1	3	1	ใช้ได้
19	0	1	1	2	.67	ใช้ได้
20	0	1	1	2	.67	ใช้ได้
21	1	1	1	3	1	ใช้ได้
22	1	1	1	3	1	ใช้ได้
23	1	1	1	3	1	ใช้ได้
24	1	1	1	3	1	ใช้ได้
25	1	1	1	3	1	ใช้ได้

ข้อสอบ ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
26	1	1	1	3	1	ใช้ได้
27	1	1	1	3	1	ใช้ได้
28	1	1	1	3	1	ใช้ได้
29	1	1	1	3	1	ใช้ได้
30	1	1	0	2	.67	ใช้ได้

สรุปการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ข้อสอบแต่ละข้อมีค่าดัชนีความสอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมอยู่ในช่วง .67 – 1 ซึ่งสามารถนำไปใช้ได้



ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต

ข้อ	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
1	.73	.33
2	.80	.25
3	.57	.33
4	.80	.25
5	.43	.50
6	.43	.29
7	.50	.21
8	.23	.54
9	.30	.21
10	.70	.38
11	.67	.21
12	.53	.38
13	.27	.50
14	.50	.21
15	.37	.38
16	.77	.29
17	.27	.29
18	.67	.21
19	.47	.25
20	.50	.21
21	.80	.25
22	.40	.33
23	.73	.33

ข้อ	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
24	.50	.21
25	.27	.50
26	.67	.21
27	.43	.29
28	.27	.29
29	.57	.33
30	.47	.25

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับเท่ากับ 0.64



คะแนนที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน และคะแนนจากการทำแบบทดสอบ  
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต

นักเรียน คนที่	คะแนนแบบฝึกหัด (คะแนนเต็ม 120 คะแนน)	คะแนนแบบทดสอบ (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)
1	105	21
2	108	20
3	113	26
4	117	27
5	118	27
6	111	24
7	109	20
8	97	17
9	116	25
10	98.5	20
11	108.5	24
12	115.5	23
13	101	19
14	116.5	22
15	100.5	22
16	105.5	20
17	110	27
18	109.5	23
19	109.5	22
20	84.5	17



นักเรียน คนที่	คะแนนแบบฝึกหัด (คะแนนเต็ม 120 คะแนน)	คะแนนแบบทดสอบ (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)
21	106	26
22	106.5	22
23	102	20
24	119	26
25	91.5	19
26	109.5	22
27	99.5	21
28	107.5	24
29	105	27
30	113	25
31	102	19
32	99.5	23
33	90	18
34	112.5	26
35	86.5	17
36	105.5	19
37	101	19
38	110.5	27
39	109	23
40	102	19

การคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน

คะแนน(x)	จำนวนคน (f)	fx
84.5	1	84.5
86.5	1	99.5
90	1	90
91.5	1	91.5
97	1	97
98.5	1	98.5
99.5	2	199
100.5	1	100.5
101	2	202
102	3	306
105	1	105
105.5	2	211
106	2	212
106.5	1	106.5
107.5	1	107.5
108.5	1	108.5
109	2	218
109.5	3	328.5
110	2	220
110.5	1	110.5
111	1	111
112.5	1	112.5
113	2	226
115.5	1	115.5

คะแนน(x)	จำนวนคน (f)	fx
116	1	116
116.5	1	116.5
117	1	117
118	1	118
119	1	119
รวม	40	4231.5

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{fx}{N} \\ &= \frac{4231.5}{40} \\ &= 105.79\end{aligned}$$

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 40 คน จากคะแนนเต็ม 120 คะแนน เท่ากับ 105.79

การคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต

คะแนน(x)	จำนวนคน (f)	fx
17	3	51
18	1	18
19	6	114
20	5	100
21	2	42
22	5	110
23	4	92
24	3	72
25	2	50
26	4	104
27	5	135
รวม	40	888

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{fx}{N} \\ &= \frac{888}{40} \\ &= 22.20\end{aligned}$$

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 40 คน จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน เท่ากับ 22.20



ภาคนว ก ข

ชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต



ชุดการเรียนการสอน เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต  
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2



## คู่มือการใช้ชุดการเรียนรู้การสอน เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

### 1. หลักการและเหตุผล

ในสภาพสังคมปัจจุบัน การฝึกนักเรียนให้เป็นผู้คิด นักแก้ปัญหา เป็นสิ่งที่มีความสำคัญ การเรียนคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ทำให้นักเรียนมีลักษณะดังกล่าว วิชาคณิตศาสตร์ นอกจากเป็นรากฐานของวิทยาการหลายสาขา ยังเป็นพื้นฐานสำคัญทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เรขาคณิตเป็นสาระหนึ่งที่มีความสำคัญในวิชาคณิตศาสตร์เพราะสามารถช่วยพัฒนาความสามารถในด้านการค้นพบ การให้เหตุผลแบบต่างๆ ตลอดจนสามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้ในชีวิตประจำวัน โดยเฉพาะสาระการแปลงทางเรขาคณิตซึ่งมีส่วนเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันตลอดเวลา ไม่ว่าจะเป็นเรื่องการเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อน

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 ได้บรรจุเนื้อหาการแปลงทางเรขาคณิตเข้าไปในหลักสูตรด้วย โดยบรรจุไว้ในช่วงชั้นที่ 3 (ม.1 – ม.3) ซึ่งมีเนื้อหาเกี่ยวกับ การเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อน แต่จากการสำรวจเนื้อหาการเรียนการสอนเรขาคณิตในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาในหลักสูตรของไทย พบว่าเนื้อหาที่เกี่ยวกับเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต มีเพียงเรื่องรูปสมมาตรเท่านั้น จึงทำให้ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ในช่วงชั้นที่ 3 ส่วนใหญ่ยังไม่มีประสบการณ์ในการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ทั้งในด้านเนื้อหา วิธีสอน ตลอดจนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อให้สอดคล้องกับพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติพุทธศักราช 2542 ที่กำหนดแนวการจัดการศึกษาที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ จึงอาจทำให้ครูผู้สอนเกิดความยุ่งยากในการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะสร้างชุดการเรียนรู้การสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เพื่อจะได้ชุดการเรียนรู้การสอนที่เหมาะสมเป็นเครื่องมือสำหรับครูผู้สอน จะนำไปใช้ในการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต เพื่อให้ นักเรียนเกิดการเรียนรู้บรรลุตามวัตถุประสงค์ของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

### 2. วัตถุประสงค์

เพื่อใช้เป็นเครื่องมือสำหรับครูในการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

### 3. เนื้อหาของชุดการเรียนรู้การสอน

ชุดการเรียนรู้การสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตที่สร้างขึ้นมีจำนวน 1 ชุด ซึ่งประกอบด้วยเนื้อหา 4 หน่วยดังนี้

หน่วยที่ 1 การเลื่อนขนาน

หน่วยที่ 2 การหมุน

หน่วยที่ 3 การสะท้อน

หน่วยที่ 4 การนำไปใช้

### 4. แนวทางการใช้ชุดการเรียนรู้การสอน

ชุดการเรียนรู้การสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ประกอบด้วย คู่มือการใช้ชุดการเรียนรู้การสอน เอกสารคำบรรยายเนื้อหาเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต แผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ สื่อการเรียนรู้การสอน และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ในการใช้ชุดการเรียนรู้การสอนให้ปฏิบัติตามคู่มือการใช้ชุดการเรียนรู้การสอน กิจกรรมต่าง ๆ ให้ปฏิบัติตามแผนการจัดการเรียนรู้ และฝึกทักษะด้วยแบบฝึกตามใบงานที่สร้างขึ้น และทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์หลังการเรียนเสร็จสิ้นลง

### 5. ลักษณะของกิจกรรมที่ใช้ในการเรียนรู้การสอน

ลักษณะของกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้ในชุดการเรียนรู้การสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ส่วนใหญ่เป็นกิจกรรมที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ โดยครูเป็นเพียงผู้เตรียมสื่ออุปกรณ์ ให้นักเรียนเป็นผู้ทำกิจกรรมเองเป็นกลุ่ม และร่วมกันอภิปรายแสดงความคิดเห็น ซึ่งมีลักษณะเป็นกิจกรรมการสำรวจ กิจกรรมการค้นหา กิจกรรมการสร้างองค์ความรู้ ตลอดจนกิจกรรมสร้างสรรค์ นอกจากนี้มีกิจกรรมการเรียนรู้รายบุคคล ซึ่งมีลักษณะเป็นแบบฝึกทักษะรายบุคคลในลักษณะของใบงานต่าง ๆ

### 6. ข้อเสนอแนะในการใช้ชุดการเรียนรู้การสอน

ในการใช้ชุดการเรียนรู้การสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตนี้ ครูควรศึกษาชุดการเรียนรู้การสอนทุกขั้นตอนก่อนดำเนินการสอน ตรวจสอบความพร้อมของสื่อการเรียนรู้การสอนในแต่ละครั้ง โดยเฉพาะเครื่องฉายแผ่นใส (Overhead) ซึ่งมีส่วนสำคัญในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เพราะทำให้นักเรียนสามารถมองเห็นภาพที่เป็นรูปธรรมที่เกิดจากการเลื่อนขนาน การหมุน หรือการสะท้อนรูปได้อย่างชัดเจน นอกจากนี้ในขณะที่ดำเนินการสอน ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมแสดงความคิดเห็นและแสดงเหตุผลต่าง ๆ ด้วย

## การใช้ชุดการเรียนรู้การสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต

**คำชี้แจง** ขอให้ท่านทำความเข้าใจเกี่ยวกับชุดการเรียนรู้การสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตดังต่อไปนี้

1. ส่วนประกอบของชุดการเรียนรู้การสอน ประกอบด้วย
  - 1.1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 – 12 แผน
  - 1.2 แบบบันทึกผลการเรียน
  - 1.3 สื่อการเรียนรู้การสอน
  - 1.4 บทเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต
  - 1.5 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต
2. วิธีการใช้ชุดการเรียนรู้การสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต
  - 2.1 ศึกษาแผนการจัดการเรียนรู้อย่างละเอียดและปฏิบัติตามแผนการจัดการเรียนรู้ทุกขั้นตอน
  - 2.2 ก่อนให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะต่าง ๆ ต้องชี้แจงวิธีการทำให้นักเรียนเข้าใจตรงกัน
  - 2.3 ในขณะที่นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ ครูเป็นเพียงผู้ให้คำปรึกษาเมื่อนักเรียนมีข้อสงสัยเท่านั้น
  - 2.4 เมื่อนักเรียนทำแบบฝึกทักษะเสร็จ ให้ครูตรวจแล้วบันทึกผลลงในแบบบันทึกผลการเรียน
  - 2.5 หลังจากสอนจบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 ให้ครูทำการประเมินด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต

**สาระการเรียนรู้รายปี/ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี/เวลาเรียน**  
**เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต**

สาระการเรียนรู้รายปี	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี	เวลา (ชั่วโมง)
1. การเลื่อนขนาน	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. เขียนรูปเรขาคณิตที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบไปตามทิศทางและระยะทางของการเลื่อนที่กำหนดให้ได้</li> <li>2. อธิบายลักษณะการเลื่อนขนานของรูปเรขาคณิตได้ เมื่อกำหนดรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานให้</li> <li>3. บอกพิกัดของรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบบนระนาบพิกัดฉากได้</li> </ol>	3
2. การหมุน	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. เขียนรูปเรขาคณิตที่เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบไปตามจุดหมุนและมุมของการหมุนที่กำหนดได้</li> <li>2. อธิบายลักษณะการหมุนของรูปเรขาคณิตได้ เมื่อกำหนดรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานให้</li> <li>3. บอกพิกัดของรูปที่เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบบนระนาบพิกัดฉากได้</li> </ol>	3
3. การสะท้อน	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. เขียนรูปเรขาคณิตที่เกิดจากการสะท้อนบนเส้นสะท้อนที่กำหนดให้ได้</li> <li>2. หาเส้นสะท้อนได้ เมื่อกำหนดรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการสะท้อนให้</li> <li>3. บอกพิกัดของรูปที่เกิดจากการสะท้อนรูปต้นแบบบนระนาบพิกัดฉากได้</li> </ol>	3

สาระการเรียนรู้รายปี	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี	เวลา (ชั่วโมง)
4. การนำไปใช้	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. หาผลที่เกิดจากการแปลงสองครั้งได้</li> <li>2. นำความรู้เรื่องการเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อน ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้</li> <li>3. นำความรู้เรื่องการเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อน ไปใช้ในการสร้างสรรค์งาน ศิลปะได้</li> </ol>	3



### โครงการสอน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	จำนวนคาบ	เรื่อง	เวลา (ชั่วโมง)
1	1	การเลื่อนขนานรูปตามทิศทางและระยะทางที่กำหนด	1
2	1	การเขียนรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนาน	1
3	1	การหาพิกัดของรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานบนระนาบพิกัดฉาก	1
4	1	การหมุนรูปต้นแบบตามจุดหมุนและมุมของการหมุนที่กำหนด	1
5	1	การเขียนรูปที่เกิดจากการหมุน	1
6	1	การหาพิกัดของรูปที่เกิดจากการหมุนบนระนาบพิกัดฉาก	1
7	1	การสะท้อนรูปต้นแบบบนเส้นสะท้อนที่กำหนด	1
8	1	การเขียนรูปที่เกิดจากการสะท้อน	1
9	1	การหาพิกัดของรูปที่เกิดจากการสะท้อนบนระนาบพิกัดฉาก	1
10	1	การหาผลที่เกิดจากการแปลงสองครั้ง	1
11	1	การแก้ปัญหาโดยใช้การแปลงทางเรขาคณิต	1
12	1	การสร้างสร้งงานศิลปะด้วยการแปลงทางเรขาคณิต	1
-	1	ทดสอบหลังเรียน	1



The logo of Thaksin University is centered on the page. It features a blue sunburst at the top, a central emblem with a crown-like top, and a circular base containing a stylized 'Y' shape. The text 'มหาวิทยาลัยทักษิณ' and 'THAKSIN UNIVERSITY' is written around the circular base.

บทเรียน

สาระ การแปลงทางเรขาคณิต

## สาระการแปลงทางเรขาคณิต

### มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนิกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหาได้

### ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี

1. วิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างรูปต้นแบบ และรูปที่ได้จากการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนได้
2. นำสมบัติเกี่ยวกับการเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อนไปใช้ได้
3. บอกพิกัดของรูปเรขาคณิตที่เกิดจากการเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อน บนระนาบพิกัดฉากได้

### สาระสำคัญ

การแปลงทางเรขาคณิต (geometric transformation) เป็นการจับคู่แบบหนึ่งต่อหนึ่งและทั่วถึง (one-to-one and onto) ระหว่างจุดบนรูปต้นแบบกับจุดบนรูปที่เกิดจากการแปลง การแปลงทางเรขาคณิตมีหลายลักษณะ ทั้งการแปลงที่ทำให้รูปจากการแปลงคงลักษณะและขนาดเช่นเดียวกับรูปต้นแบบ และการแปลงประเภทที่ทำให้รูปที่ได้จากการแปลงมีลักษณะหรือขนาดเปลี่ยนแปลงไป

**การเลื่อนขนาน** (translation) เป็นการแปลงแบบหนึ่งจุดทุกจุดของรูปต้นแบบเคลื่อนไปในทิศทางเดียวกันและระยะทางเท่ากัน

**การหมุน** (rotation) เป็นการเคลื่อนที่รอบจุดคงที่จุดหนึ่ง ตามขนาดของมุมที่กำหนด โดยเรียกจุดคงที่นั้นว่า จุดหมุน และเรียกมุมที่กำหนดว่า มุมของการหมุน

**การสะท้อน** (reflection) เป็นการเคลื่อนที่ของรูปโดยที่ขนาดและรูปร่างไม่เปลี่ยนแปลง แต่ทิศทางของรูปจะพลิกกลับเสมือนกับการพลิกรูป

**การนำไปใช้** ความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตในเรื่อง การเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อน สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเรขาคณิตได้โดยง่าย และยังสามารถนำไปใช้ในการสร้างสรรค์งานศิลปะในด้านการออกแบบลวดลายได้อีกด้วย

# หน่วยที่ 1

## การเดินขบวน



## หน่วยที่ 1 การเลื่อนขนาน

### มาตรฐานช่วงชั้นเกี่ยวกับการเลื่อนขนาน

1. เข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนานและนำไปใช้ได้
2. บอกภาพที่เกิดขึ้นจากการเลื่อนขนาน และสามารถอธิบายวิธีการที่จะได้ภาพที่ปรากฏ เมื่อกำหนดรูปต้นแบบและภาพนั้นให้
3. อธิบายลักษณะของรูปที่เกิดขึ้นจากการเลื่อนขนานบนระนาบพิกัดฉากได้

### ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี

1. เขียนรูปเรขาคณิตที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบไปตามทิศทางและระยะทางของการเลื่อนที่กำหนดให้ได้
2. อธิบายลักษณะการเลื่อนขนานของรูปเรขาคณิตได้ เมื่อกำหนดรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานให้
3. บอกพิกัดของรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบบนระนาบพิกัดฉากได้

การแปลงทางเรขาคณิตของรูปบนระนาบเป็นการจับคู่แบบหนึ่งต่อหนึ่งและทั่วถึง (one-to-one and onto) ระหว่างจุดบนรูปต้นแบบกับจุดบนรูปที่เกิดจากการแปลง การแปลงทางเรขาคณิตมีหลายลักษณะ ทั้งการแปลงที่ทำให้รูปจากการแปลงคงลักษณะและขนาดเช่นเดียวกับรูปต้นแบบ และการแปลงประเภทที่ทำให้รูปที่ได้จากการแปลงมีลักษณะหรือขนาดเปลี่ยนแปลงไป ในที่นี้จะเน้นเฉพาะการเปลี่ยนตำแหน่งของรูปเรขาคณิตที่ลักษณะและขนาดของรูปยังคงเดิม ซึ่งเป็นผลจากการเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) หรือการหมุน (rotation) โดยไม่กล่าวถึงสมการหรือสูตรที่แสดงความสัมพันธ์ในการแปลงนั้น

### 1. การเลื่อนขนาน

เมื่อทำให้รูปเกิดการเคลื่อนที่ หรือเปลี่ยนตำแหน่งซึ่งไม่ทำให้ขนาดและรูปร่างเปลี่ยนแปลงไป โดยที่จุดทุกจุดของรูปเคลื่อนไปในทิศทางเดียวกันเป็นระยะทางเท่ากัน เรียกว่า การเลื่อนขนาน

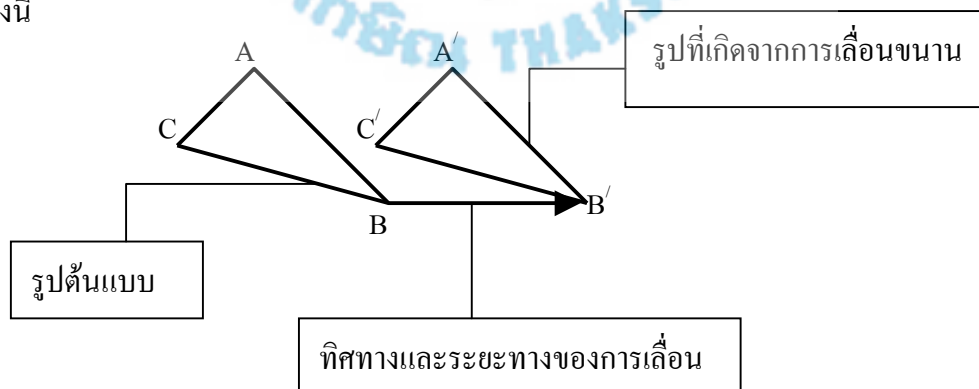
การเลื่อนขนานจะต้องมีรูปต้นแบบ ทิศทาง และระยะทางที่ต้องการเลื่อนรูป โดยจะกำหนดในรูปของลูกศร ซึ่งหัวลูกศรจะเป็นตัวกำหนดทิศทาง ส่วนความยาวของลูกศรจะเป็นตัวกำหนดระยะทางของการเลื่อนรูป

นักเรียนคิดว่ารูป  $\triangle ABC$  เมื่อเลื่อนขนานตามทิศทางและระยะทางที่กำหนดนี้ จะไปอยู่ที่ใด และจะเป็นรูปอะไร



เมื่อเลื่อนขนานรูป  $\triangle ABC$  ตามทิศทางและระยะทางที่กำหนดจะได้รูปการเลื่อนขนาน

ดังนี้



รูป 1.1

จากรูป 1.1 รูป  $\triangle A'B'C'$  เกิดจากการเลื่อนขนานรูป  $\triangle ABC$  ไปตามทิศทางและระยะทางที่กำหนด ตามรูป 1.1 จะได้ว่ารูป  $\triangle ABC$  เท่ากันทุกประการกับรูป  $\triangle A'B'C'$

จุด  $A'$  เป็นจุดที่สมนัยกับจุด  $A$  จุด  $B'$  เป็นจุดที่สมนัยกับจุด  $B$  และจุด  $C'$  เป็นจุดที่สมนัยกับจุด  $C$  ระยะ  $AA'$  เท่ากับระยะ  $BB'$  และเท่ากับระยะ  $CC'$  และส่วนของเส้นตรงที่สมนัยกันแต่ละคู่ขนานกัน ซึ่งได้แก่  $\overline{AB} \parallel \overline{A'B'}$   $\overline{BC} \parallel \overline{B'C'}$  และ  $\overline{AC} \parallel \overline{A'C'}$

ดังนั้นสรุปได้ว่า การเลื่อนขนานเป็นการแปลงที่จับคู่จุดแต่ละจุดของรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดของรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบไปในทิศทางใดทิศทางหนึ่งด้วยระยะทางที่กำหนด โดยที่

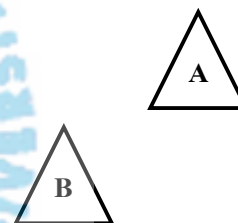
- ◆ รูปที่ได้จากการเลื่อนขนานเท่ากันทุกประการกับรูปต้นแบบ
- ◆ จุดแต่ละจุดบนรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานจะห่างจากจุดที่สมนัยกันบนรูปต้นแบบเป็นระยะเท่ากัน
- ◆ ส่วนของเส้นตรงที่สมนัยกันของรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานจะขนานกัน

ให้นักเรียนสังเกตรูปในแต่ละข้อต่อไปนี้ แล้วพิจารณาว่ารูป  $B$  เกิดจากการเลื่อนขนานรูป  $A$  หรือไม่

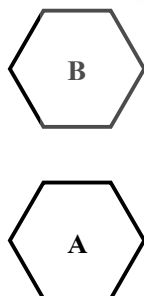
(1)



(2)



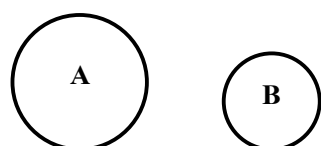
(3)



(4)



(5)





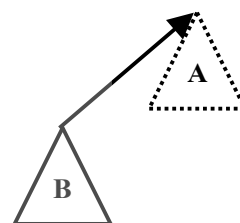
การพิจารณาว่ารูปที่กำหนดให้เกิดจากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบหรือไม่ สามารถพิจารณาได้โดยใช้กระดาษลอกกลายลอกรูปต้นแบบ แล้วเลื่อนรูปต้นแบบบนกระดาษลอกกลายไปซ้อนรูปที่กำหนดให้ ถ้ารูปทั้งสองซ้อนทับกันได้สนิท แสดงว่ารูปที่กำหนดให้ นั้นเกิดจากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบ

จากตัวอย่างการเลื่อนขนานข้างต้นพบว่า ข้อ (1), (2) และ (3) เมื่อเลื่อนรูป A ไปซ้อนรูป B แล้ว รูปทั้งสองซ้อนทับกันได้สนิท ส่วนในข้อ (4) และ (5) พบว่าเมื่อเลื่อนรูป A ไปซ้อนรูป B แล้วรูปทั้งสองไม่ซ้อนทับกัน

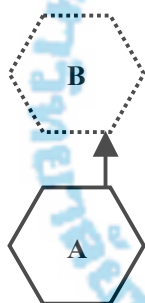
(1)



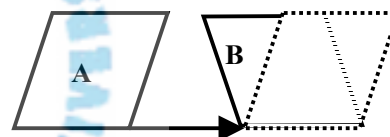
(2)



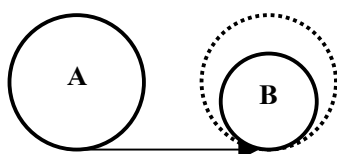
(3)



(4)



(5)

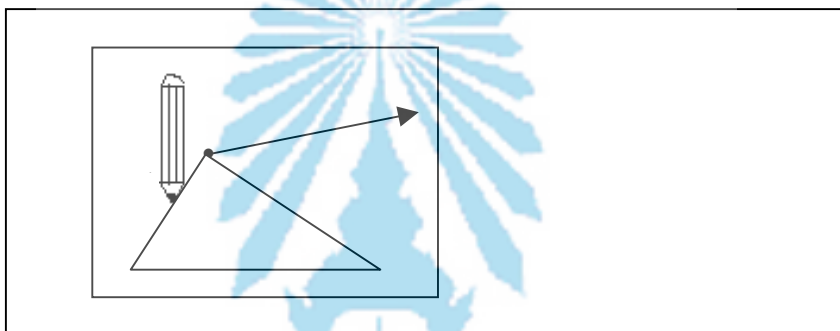


### 1.1 การเขียนรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบตามทิศทางและระยะทางของการเลื่อนที่กำหนด

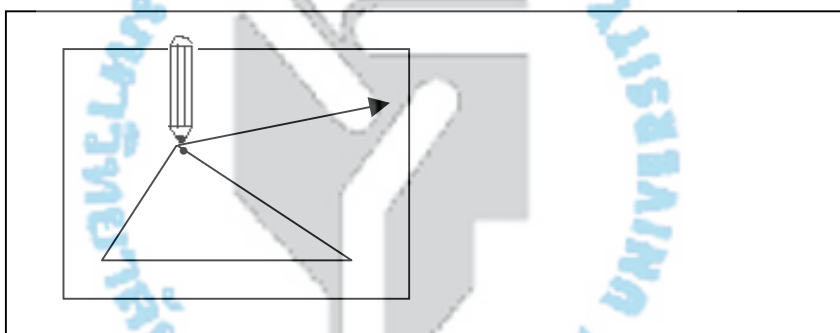
ในการเขียนรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานของรูปต้นแบบตามทิศทางและระยะทางของการเลื่อนที่กำหนด ทำได้ดังนี้

#### 1.1.1 วิธีการเลื่อนรูปโดยใช้กระดาษลอกถ่าย

- 1) นำกระดาษลอกถ่ายทาบบนรูปต้นแบบ และวาดรูปบนกระดาษลอกถ่าย

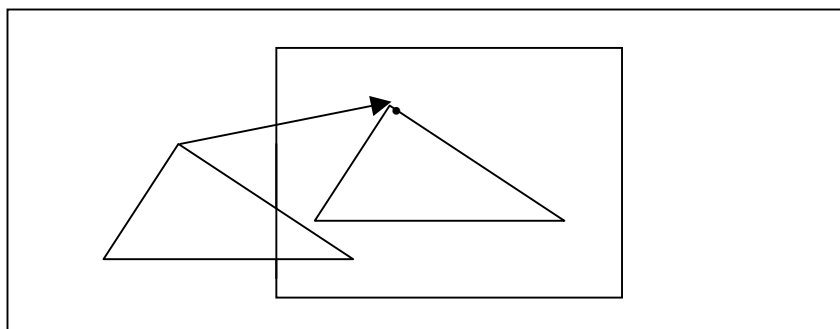


- 2) เขียนจุดบนกระดาษลอกถ่ายตรงจุดเริ่มต้นของลูกศร ดังรูป

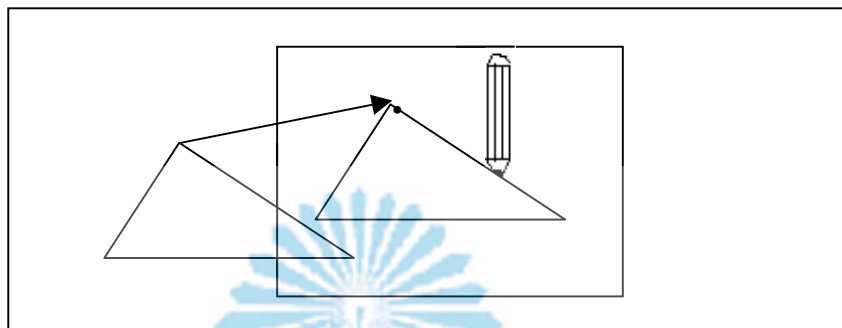


- 3) เลื่อนกระดาษลอกถ่ายให้จุดเริ่มต้นของลูกศรบนกระดาษลอกถ่ายมาอยู่ตรงปลาย

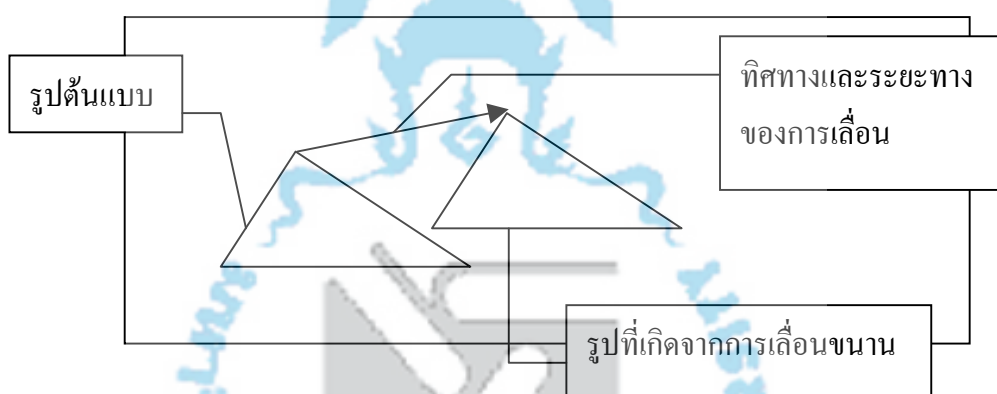
ลูกศร



#### 4) ลอกรูปที่กระดาศลอกลายลงบนกระดาศ

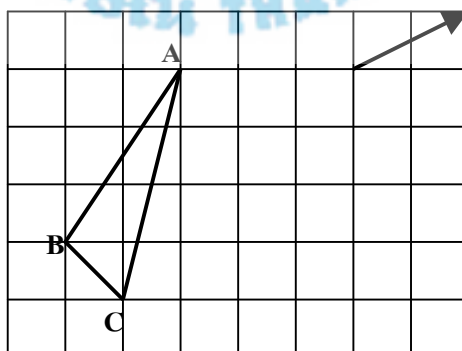


#### 5) จะได้รูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบตามทิศทางและระยะทางที่กำหนด



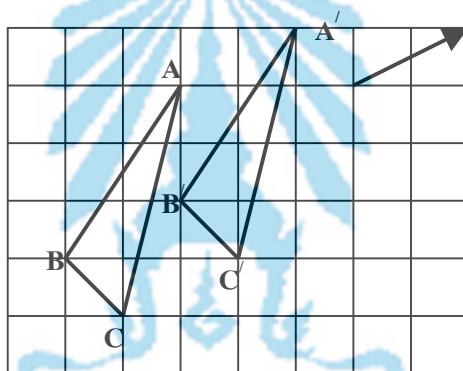
#### 1.1.2 วิธีการเลื่อนขนานรูปโดยพิจารณาทิศทางและระยะทางของการเลื่อน

นักเรียนคิดว่าจะมีวิธีการใดอีกบ้าง ที่ช่วยให้เราสามารถเขียนรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานได้โดยไม่ต้องใช้กระดาศลอกลาย เมื่อกำหนดรูปต้นแบบ ทิศทางและระยะทางของการเลื่อนดังรูป 1.2



รูป 1.2

เมื่อพิจารณาทิศทางและระยะทางของการเลื่อนพบว่า จากจุดเริ่มต้นไปยังจุดปลายทาง มีการเคลื่อนที่ไปทางขวา 2 หน่วย และขึ้นด้านบน 1 หน่วย ดังนั้นสามารถเขียนรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบได้โดยเขียนจุด  $A'$  ที่เกิดจากการเลื่อนจุด  $A$  ไปทางขวา 2 หน่วยและเลื่อนขึ้นด้านบน 1 หน่วย เขียนจุด  $B'$  ที่เกิดจากการเลื่อนจุด  $B$  ไปทางขวา 2 หน่วยและเลื่อนขึ้นด้านบน 1 หน่วย และเขียนจุด  $C'$  ที่เกิดจากการเลื่อนจุด  $C$  ไปทางขวา 2 หน่วยและเลื่อนขึ้นด้านบน 1 หน่วย แล้วลากเส้นเชื่อมระหว่างจุดทั้งสาม ก็จะได้รูป  $\triangle A'B'C'$  ที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูป  $\triangle ABC$  ดังรูป 1.3

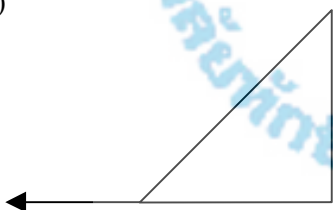


รูป 1.3

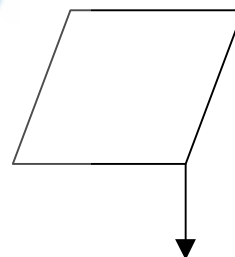
## แบบฝึกหัด 1.1

1. จงเขียนรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบต่อไปนี้โดยใช้กระดาษลอกถ่าย

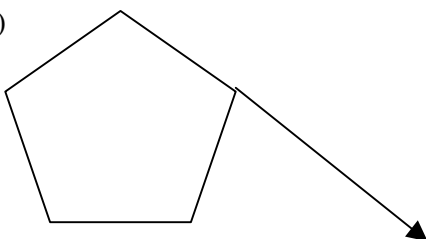
(1)



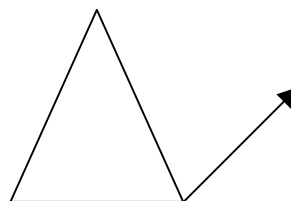
(2)



(3)

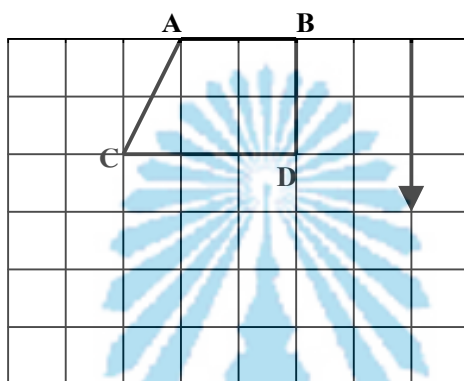


(4)

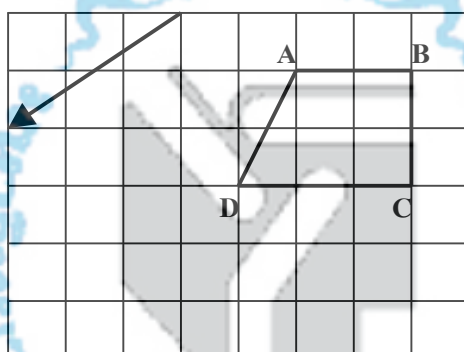


2. จงเขียนรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูป  $ABCD$  ตามทิศทางและระยะทางของการเลื่อนที่กำหนดในแต่ละข้อต่อไปนี้

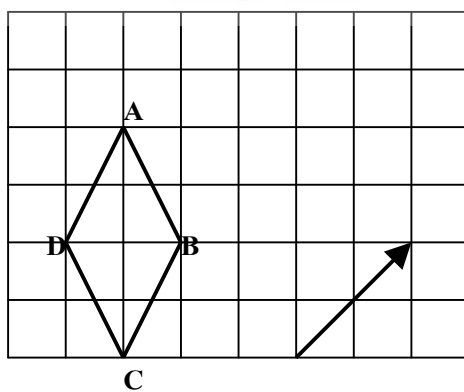
(1)



(2)



(3)

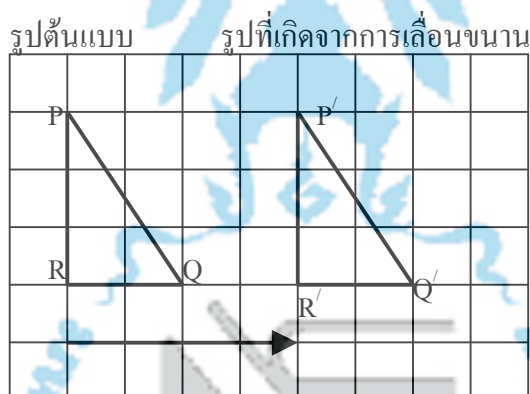


## 1.2 การบอกลักษณะของการเลื่อนขนาน

ถ้ากำหนดรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานมาให้นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะของการเลื่อนขนานได้หรือไม่

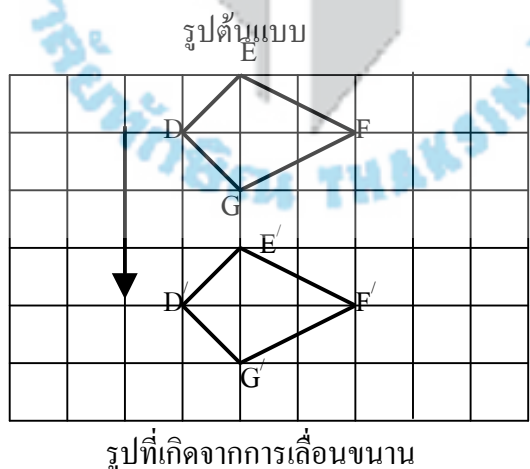
เมื่อกำหนดรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานมาให้ เราจะสามารถอธิบายลักษณะของการเลื่อนขนานได้ โดยการหาทิศทางและระยะทางของการเลื่อนขนาน ซึ่งทิศทางของการเลื่อนขนานสามารถพิจารณาได้จากทิศทางการเคลื่อนที่จากรูปต้นแบบไปยังรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนาน ในแนวนอน (ซ้าย/ขวา) และแนวตั้ง (บน/ล่าง) ส่วนระยะทางของการเลื่อนขนานพิจารณาจากระยะทางระหว่างด้านที่สมนัยกัน หรือระยะทางระหว่างจุดที่สมนัยกันของรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนาน

ตัวอย่าง 1.21



อธิบายได้ว่ารูป  $\triangle P'Q'R'$  เกิดจากการเลื่อนขนานรูป  $\triangle PQR$  ไปทางขวา 4 หน่วย

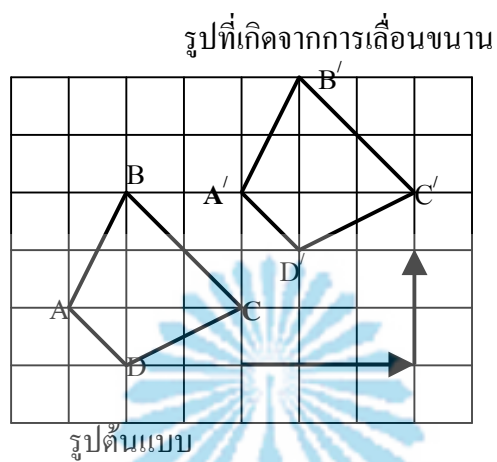
ตัวอย่าง 1.22



อธิบายได้ว่ารูป  $D'E'F'G'$  เกิดจากการเลื่อนขนานรูป  $DEFG$  ลงด้านล่าง 3 หน่วย



ตัวอย่าง 1.23

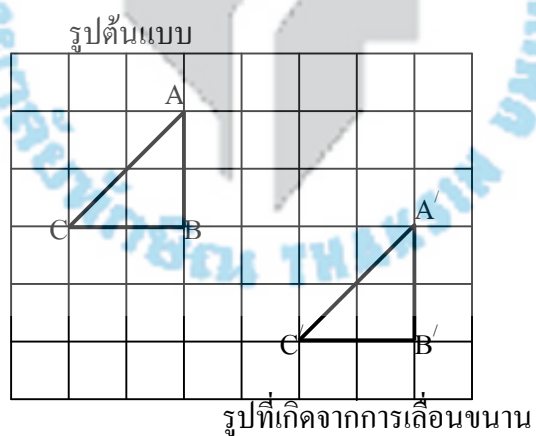


อธิบายได้ว่ารูป  $A'B'C'D'$  เกิดจากการเลื่อนขนานรูป  $ABCD$  ไปทางขวา 3 หน่วย และเลื่อนขึ้นด้านบน 2 หน่วย

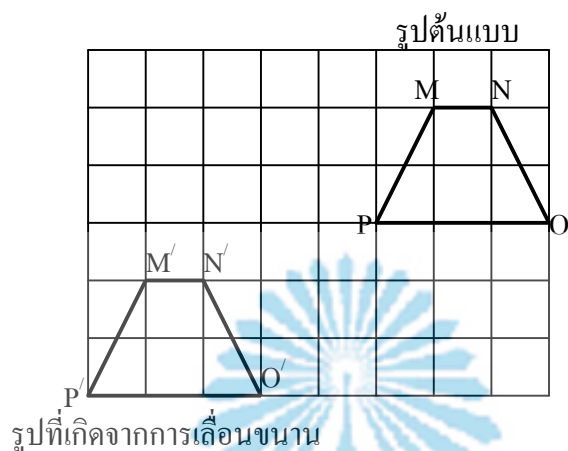
แบบฝึกหัด 1.2

จงอธิบายลักษณะการเลื่อนขนานของรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้

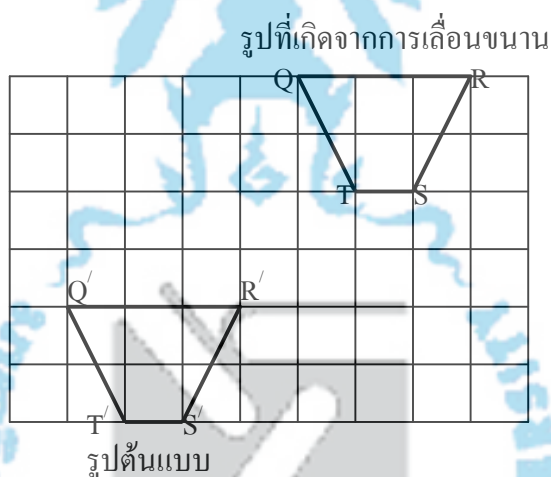
(1)



(2)



(3)



### 1.3 การหาพิกัดของรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานบนระนาบพิกัดฉาก

การหาพิกัดของรูปเรขาคณิตที่เกิดจากการเลื่อนขนานตามทิศทางและระยะทางของการเลื่อนบนระนาบพิกัดฉาก สามารถพิจารณาได้จากทิศทางและระยะทางของการเลื่อนที่กำหนดโดยพิจารณาเช่นเดียวกับการหารูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบ จากจุดตั้งต้นและจุดปลายของหัวลูกศรที่แทนทิศทางและระยะทางของการเลื่อน เกิดการเปลี่ยนแปลงในแนวนอนและแนวตั้งอย่างไร

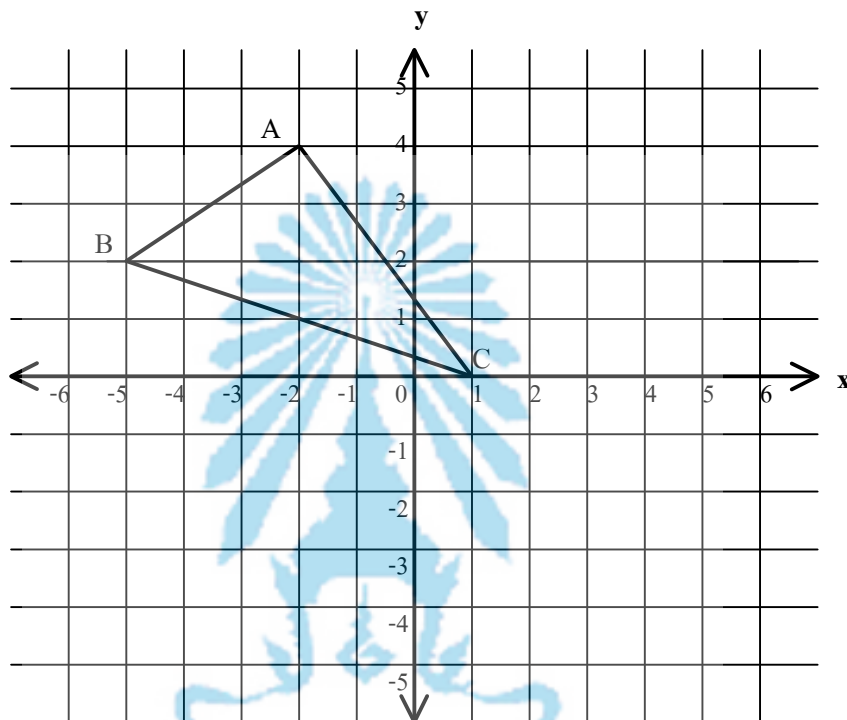
ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

**กิจกรรมเรื่อง** การเลื่อนขนานบนระนาบพิกัดฉาก

**อุปกรณ์** กระดาษกราฟ สันตรง ดินสอสี กรรไกร

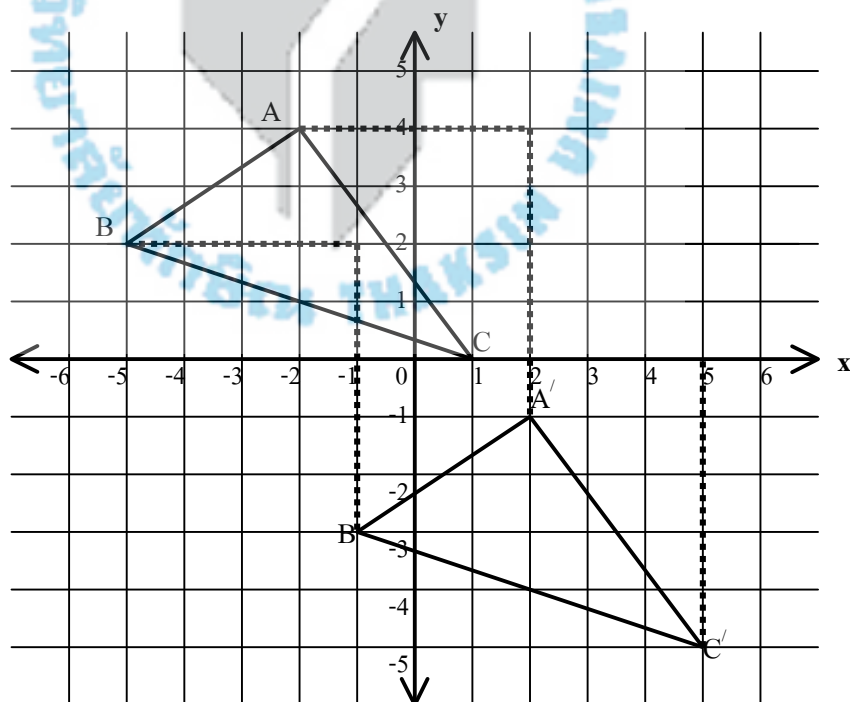
### วิธีดำเนินการ

1. วาดรูป  $\triangle ABC$  ให้มีจุดยอด  $A(-2, 4)$ ,  $B(-5, 2)$  และ  $C(1, 0)$  บนระนาบพิกัดฉาก



2. ลากรูป  $\triangle ABC$  แล้วตัดออกมา

3. นำรูปที่ตัดออกมาทาบไปบนรูป  $\triangle ABC$  แล้วเลื่อนขนานไปทางขวา 4 หน่วย และเลื่อนขนานลงข้างล่าง 5 หน่วย วาดรูปใหม่ด้วยดินสอสีที่ต่างจากรูปเดิม



### คำถามท้ายกิจกรรม

1. พิกัดของจุดยอดทั้งสามจุดของรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานมีอะไรบ้าง
2. เปรียบเทียบค่าพิกัดของจุดยอดของรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานกับค่าพิกัดของจุดยอดของรูปเดิม นักเรียนสังเกตเห็นอะไรบ้าง

ถ้านึกถึงการเคลื่อนที่ในรูปของค่าบวกและค่าลบ โดยเคลื่อนไปทางซ้ายหรือลงข้างล่าง เป็นลบ และเคลื่อนไปทางขวาหรือขึ้นด้านบนเป็นบวก ถ้าดูผลลัพธ์จากกิจกรรมข้างต้น การเลื่อนขนานอาจเขียนเป็น  $(4, -5)$  ถ้าบวก 4 กับค่าพิกัด  $x$  และ  $-5$  กับค่าพิกัด  $y$  ของจุดยอดแต่ละจุดของรูปสามเหลี่ยมเดิม ผลลัพธ์คือค่าพิกัดของจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมที่เลื่อนขนานแล้ว

**ตัวอย่าง 1.3** จุดยอดของรูป  $\triangle PQR$  คือ  $P(-2, 1)$ ,  $Q(2, 2)$  และ  $R(3, -1)$  จงสร้างรูป  $\triangle PQR$  แล้ววาดรูปสามเหลี่ยมที่เกิดจากการเลื่อนขนานไปทางขวา 2 หน่วย และขึ้นบน 3 หน่วย

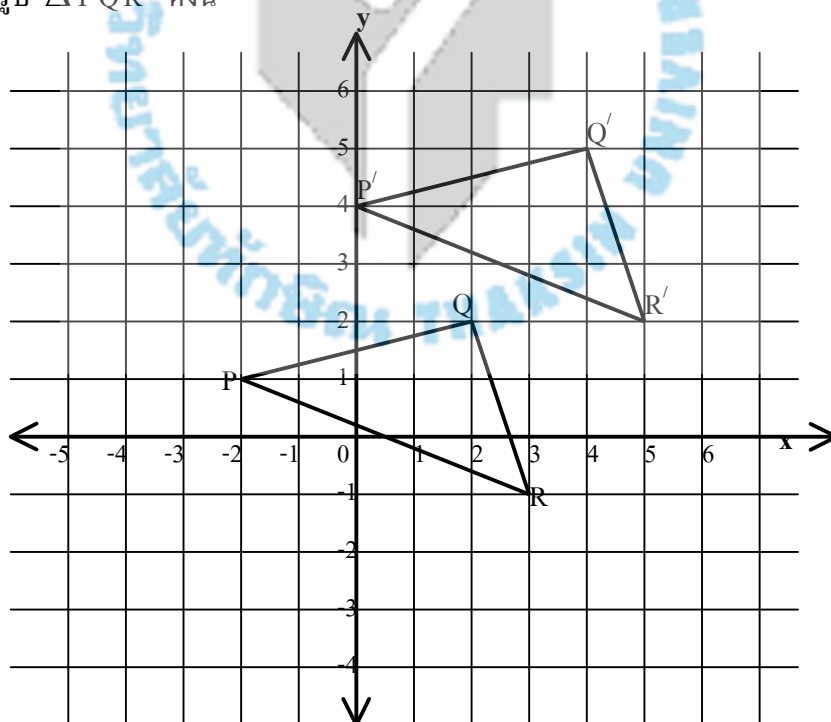
**วิธีคิด** หาค่าพิกัดจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมใหม่ ดังนี้

จุด  $P(-2, 1)$  เพิ่มพิกัดหน้า 2 หน่วยและเพิ่มพิกัดหลัง 3 หน่วยจะได้จุดยอดใหม่  $P'(0, 4)$

จุด  $Q(2, 2)$  เพิ่มพิกัดหน้า 2 หน่วยและเพิ่มพิกัดหลัง 3 หน่วยจะได้จุดยอดใหม่  $Q'(4, 5)$

จุด  $R(3, -1)$  เพิ่มพิกัดหน้า 2 หน่วยและเพิ่มพิกัดหลัง 3 หน่วยจะได้จุดยอดใหม่  $R'(5, 2)$

ค่าพิกัดของจุดยอดใหม่ คือ  $P'(0, 4)$ ,  $Q'(4, 5)$ ,  $R'(5, 2)$  เขียนกราฟของจุด  $P'$ ,  $Q'$  และ  $R'$  แล้ววาดรูป  $\triangle P'Q'R'$  ดังนี้



### แบบฝึกหัด 1.3

1. จงสร้างรูป  $ABCD$  ที่มีจุดยอด  $A(1, 3)$ ,  $B(5, 3)$ ,  $C(4, 1)$  และ  $D(2, 1)$  แล้ววาดรูป  $A'B'C'D'$  ที่เกิดจากการเลื่อนขนาน  $ABCD$  ไปทางซ้าย 6 หน่วย และเลื่อนลงด้านล่าง 2 หน่วย
2. รูปสามเหลี่ยม  $PQR$  มีจุดยอด  $P(2, 1)$ ,  $Q(4, 3)$  และ  $R(2, 5)$  จงหาค่าพิกัดของจุดยอด  $P'Q'R'$  หลังจากเลื่อนขนานไปทางขวา 2 หน่วย และเลื่อนขึ้นด้านบน 3 หน่วย



# หน่วยที่ 2

## การลงทุน





## หน่วยที่ 2 การหมุน

### มาตรฐานช่วงชั้นเกี่ยวกับการหมุน

1. เข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตในเรื่องการหมุนและนำไปใช้ได้
2. บอกภาพที่เกิดขึ้นจากการหมุนรูปต้นแบบได้ และสามารถอธิบายวิธีการที่จะได้ภาพที่ปรากฏ เมื่อกำหนดรูปต้นแบบและภาพนั้นให้
3. อธิบายลักษณะของรูปที่เกิดขึ้นจากการหมุนรูปต้นแบบบนระนาบพิกัดฉากได้

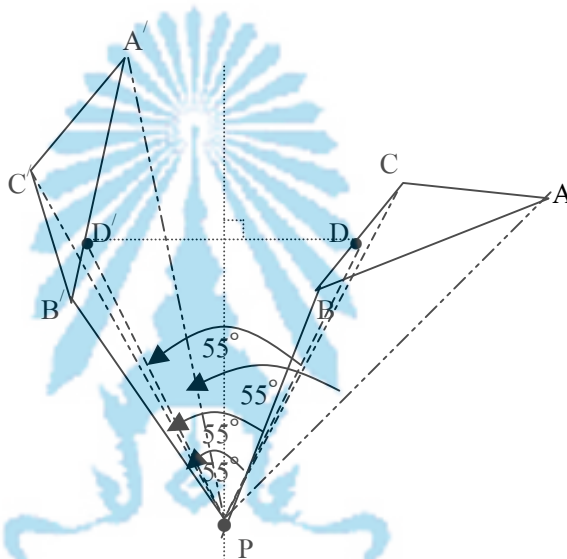
### ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี

1. เขียนรูปเรขาคณิตที่เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบไปตามจุดหมุนและมุมของการหมุนที่กำหนดได้
2. อธิบายลักษณะการหมุนของรูปเรขาคณิตได้ เมื่อกำหนดรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานให้
3. บอกพิกัดของรูปที่เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบบนระนาบพิกัดฉากได้

## 2. การหมุน

การหมุน เป็นการเคลื่อนที่ที่รอบจุดคงที่จุดหนึ่ง ตามขนาดของมุมที่กำหนด โดยเรียกจุดคงที่นั้นว่า จุดหมุน และเรียกมุมที่กำหนดว่า มุมของการหมุน

ในการหมุนรูปจะต้องมีรูปต้นแบบ จุดหมุน และมุมของการหมุน ดังรูป 2.1



รูป 2.1

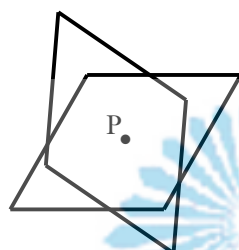
จากรูป 2.1 เมื่อหมุนรูปสามเหลี่ยม  $ABC$  ทวนเข็มนาฬิกา  $55$  องศา รอบจุด  $P$  จะได้สามเหลี่ยม  $A'B'C'$  เป็นรูปที่ได้จากการหมุน จุด  $A$  สมัยกับจุด  $A'$  จุด  $B$  สมัยกับจุด  $B'$  จุด  $C$  สมัยกับจุด  $C'$  จุด  $D$  สมัยกับจุด  $D'$

$$\angle BPB' = \angle APA' = \angle CPC' = \angle DPD' = 55 \text{ องศา}$$

$BP = B'P$   $AP = A'P$   $CP = C'P$  และ  $DP = D'P$  ถ้าสร้างเส้นตรงให้แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุด  $D$  และจุด  $D'$  จะพบว่าเส้นตรงเส้นนั้นผ่านจุดหมุน  $P$

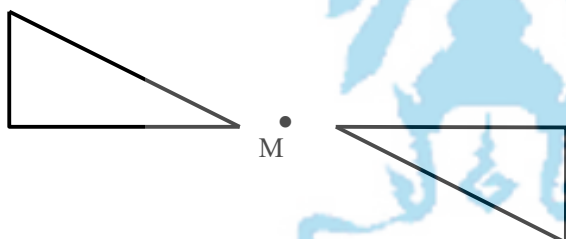
จุดหมุน  $P$  ไม่เปลี่ยนแปลงตำแหน่งเนื่องจากการหมุนรอบจุด  $P$  ดังนั้นจุดหมุน  $P$  เป็นจุดคงที่

ซึ่งในการกำหนดจุดหมุนสามารถกำหนดได้ 2 ลักษณะ คือ กำหนดจุดหมุนอยู่บนรูป หรืออยู่นอกรูปก็ได้ดังตัวอย่างการกำหนดจุดหมุนรูป 2.2 และรูป 2.3



รูป 2.2

จากรูป 2.2 จุด P เป็นจุดหมุนที่อยู่บนรูป



รูป 2.3

จากรูป 2.3 จุด M เป็นจุดหมุนที่อยู่นอกรูป

สรุปได้ว่า การหมุนเป็นการแปลงที่จับคู่จุดแต่ละจุดของรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดของรูปที่เกิดจากการหมุน โดยที่

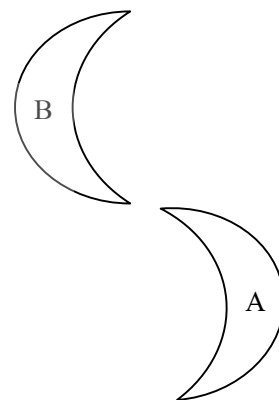
- ◆ รูปที่เกิดจากการหมุนเท่ากันทุกประการกับรูปต้นแบบ
- ◆ จุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบเคลื่อนที่รอบจุดหมุนด้วยขนาดของมุมที่กำหนด
- ◆ จุดที่เกิดจากการหมุนจุดต้นแบบเป็นจุดที่สมนัยกับจุดต้นแบบนั้น สำหรับจุดสมนัยกันแต่ละคู่ระยะทางจากจุดต้นแบบถึงจุดหมุนเท่ากับระยะทางจากจุดสมนัยถึงจุดหมุน
- ◆ เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดต้นแบบและจุดที่สมนัย จะผ่านจุดหมุน
- ◆ เมื่อทำการหมุน จุดหมุนไม่เปลี่ยนตำแหน่ง จุดหมุนจึงเป็นจุดคงที่

ให้นักเรียนสังเกตรูปในแต่ละข้อต่อไปนี้ แล้วพิจารณาว่า รูป B เกิดจากการหมุนรูป A หรือไม่

(1)



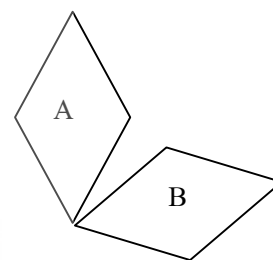
(2)



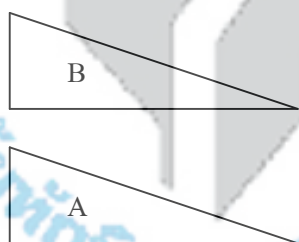
(3)



(4)



(5)



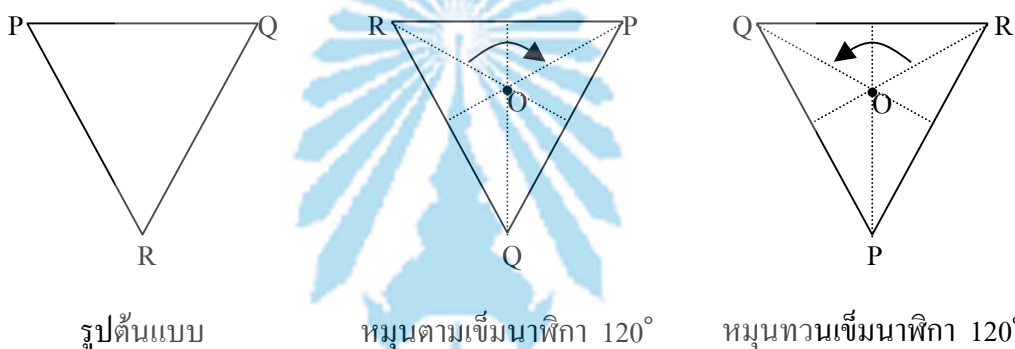
การพิจารณาว่ารูปที่กำหนดให้เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบหรือไม่ สามารถพิจารณาได้โดยใช้กระดาษลอกลายลอกรูปต้นแบบ แล้วหมุนรูปต้นแบบบนกระดาษลอกลายไปตามจุดหมุน ถ้ารูปทั้งสองซ้อนทับกันได้สนิท แสดงว่ารูปที่กำหนดให้ นั้นเกิดจากการหมุนรูปต้นแบบ

จากรูป (1)–(5) พบว่า รูปในข้อ (1), (2) และ (4) รูป B เกิดจากการหมุนรูป A ส่วนรูปในข้อ (3) และ (5) รูป B ไม่ได้เกิดจากการหมุนรูป A

2.1 การสมมาตรแบบหมุน

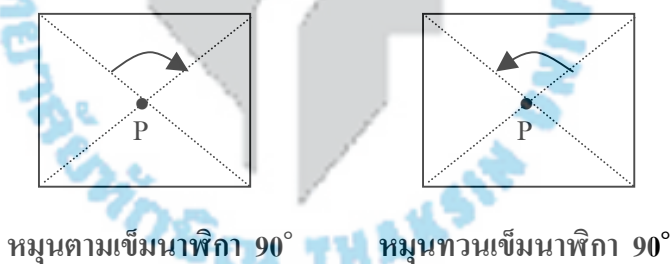
รูปที่มีจุดหมุนอยู่บนรูป ซึ่งหลังจากการหมุนรอบจุดนั้นเป็นมุมน้อยกว่า  $360^\circ$  แล้วรูปใหม่ที่เกิดจากการหมุนมีลักษณะเหมือนรูปต้นแบบ เรียกว่ารูปดังกล่าวมี สมมาตรแบบหมุน พิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 2.11



รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า PQR มีสมมาตรแบบหมุน เพราะมีจุด O เป็นจุดหมุนที่อยู่บนรูป ซึ่งเมื่อหมุนรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า PQR รอบจุด O เป็นมุม  $120^\circ$  รูปใหม่ที่ได้จากการหมุนจะมีจุดยอดอยู่ในตำแหน่งที่ต่างกับรูปต้นแบบ แต่ยังคงมีลักษณะเหมือนรูปต้นแบบ

ตัวอย่าง 2.12



รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีการสมมาตรแบบหมุน เพราะมีจุด P เป็นจุดหมุนที่อยู่บนรูป ซึ่งเมื่อหมุนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรอบจุด P เป็นมุม  $90^\circ$  แล้วรูปใหม่ที่เกิดจากการหมุนมีลักษณะเหมือนรูปต้นแบบ

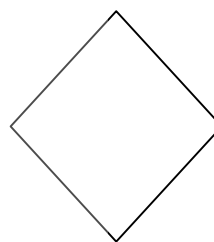
## แบบฝึกหัด 2.1

จงพิจารณาว่ารูปใดต่อไปนี้มีคุณสมบัติแบบหมุน

(1)



(2)



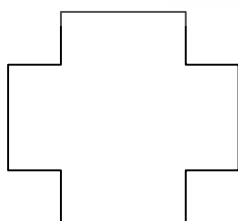
(3)



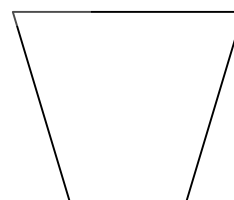
(4)



(5)



(6)





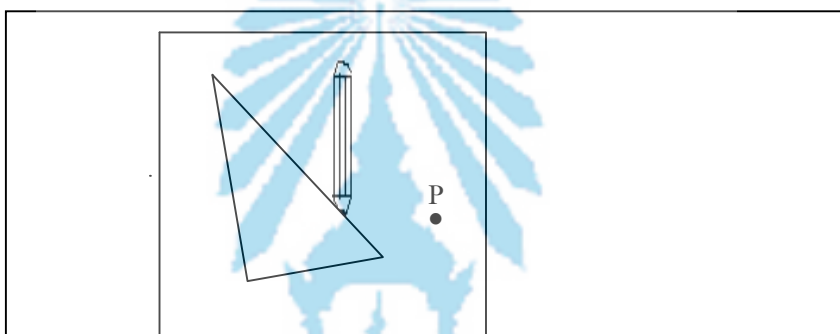
## 2.2 การเขียนรูปที่เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบตามจุดหมุนและมุมของการหมุน

ที่กำหนด

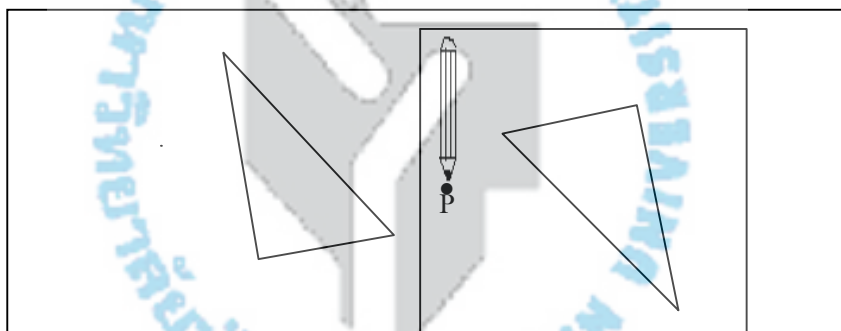
การเขียนรูปที่เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบตามจุดหมุนและมุมของการหมุนที่กำหนด  
ทำได้ดังนี้

### 2.2.1 วิธีการหมุนรูปโดยใช้กระดาษลอกถ่าย

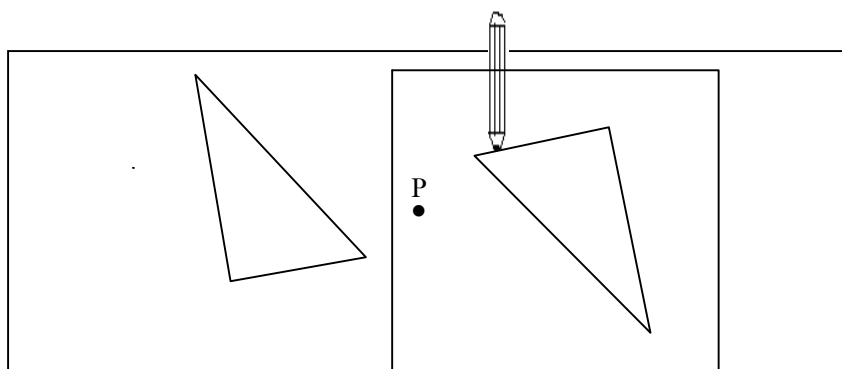
1) นำกระดาษลอกถ่ายทาบบนรูปต้นแบบ และลอกรูปต้นแบบและจุดหมุนบน  
กระดาษ ลอกถ่าย



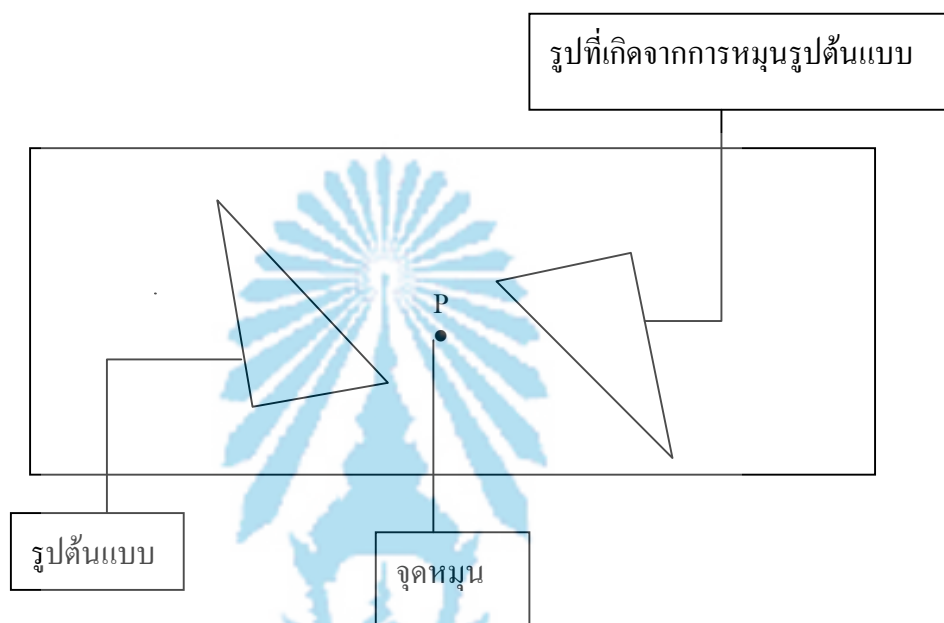
2) ใช้ปลายดินสอจรดลงที่จุด P กดลงผ่านกระดาษลอกถ่าย หมุนกระดาษลอกถ่าย  
รอบ ๆ จุดให้ได้ขนาดมุมเท่าที่ต้องการ



3) ลอกรูปที่กระดาษลอกถ่ายลงบนกระดาษ



4) จะได้รูปที่เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบตามจุดหมุนที่กำหนด

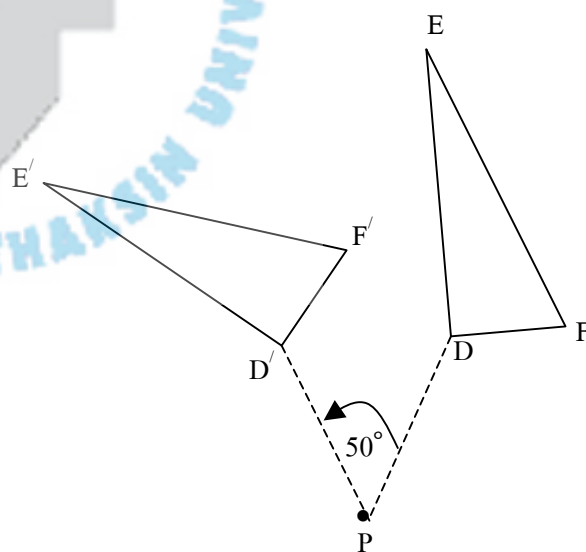


### 2.2.2 วิธีหมุนรูปโดยสร้างจุดสมนัย

ถ้าไม่ใช้กระดาษลอกถ่ายเราสามารถเขียนรูปที่เกิดจากการหมุนได้ โดยสร้างจุดสมนัยที่เกิดจากการหมุน โดยที่จุดสมนัยนั้นจะอยู่ห่างจากจุดหมุนเท่ากับระยะที่จุดต้นแบบห่างจากจุดหมุน และ



รูป 2.4

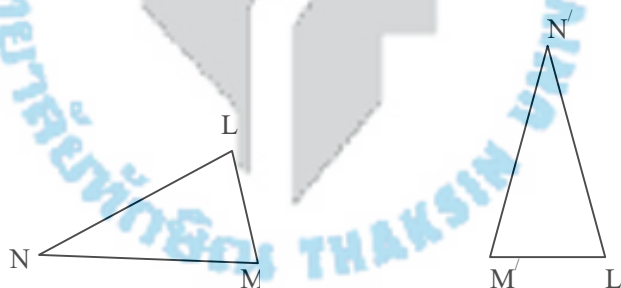


รูป 2.5

จุดสมนัยทำมุมกับจุดต้นแบบเมื่อเทียบกับจุดหมุนเท่ากับขนาดของมุมที่หมุน เมื่อได้จุดสมนัยแล้วสามารถสร้างรูปที่เกิดจากการหมุนจากการลากเส้นเชื่อมจุดที่สมนัยนั้น

จากรูป 2.4 กำหนดรูปต้นแบบ DEF และจุดหมุน P ต้องการเขียนรูปที่เกิดจากการหมุนรูป DEF รอบจุด P ทวนเข็มนาฬิกาด้วยมุมขนาด 50 องศา จึงเขียนจุดสมนัยกับจุด D ซึ่งได้แก่จุด D' ที่ห่างจากจุด P เป็นระยะเท่ากับ DP และวัดขนาดของมุม  $\angle DPD'$  ได้เท่ากับ 50 องศาทวนเข็มนาฬิกาจากส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุด D และจุด P ในทำนองเดียวกันเขียนจุดที่สมนัยกับจุด E และจุด F ได้จุด E' และ F' ตามลำดับ ลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุด D', E' และ F' จะได้รูป D'E'F' เป็นรูปที่เกิดจากการหมุนรูป DEF รอบจุด P ด้วยมุมขนาด 50 องศาทวนเข็มนาฬิกา

การอธิบายลักษณะของการหมุนเมื่อกำหนดรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการหมุนให้สามารถทำได้โดยการหาจุดหมุนและขนาดของมุมที่หมุน ซึ่งสามารถหาจุดหมุนของรูปทั้งสองได้จากที่ทราบว่าเป็นเส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดที่สมนัยกันของรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการหมุนจะผ่านจุดหมุน จึงใช้สมบัติดังกล่าวมาหาจุดหมุนของรูปคู่ที่กำหนดให้ได้ โดยลากเส้นเชื่อมจุดที่สมนัยกันอย่างน้อยสองคู่แล้วสร้างเส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงสองเส้นนั้น จุดที่เส้นตรงทั้งสองตัดกันคือจุดหมุนที่ต้องการ สำหรับขนาดของมุมที่ใช้ในการหมุนสามารถหาได้จากการวัดมุมระหว่างส่วนของเส้นตรงสองเส้นที่เชื่อมระหว่างจุดหมุนและจุดที่สมนัยกัน

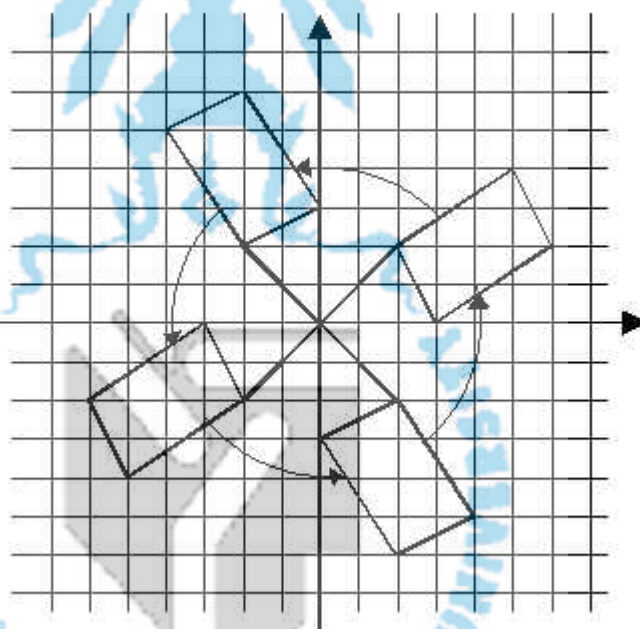


รูป 2.6





รูป 2.8



รูป 2.9

- 2) นักเรียนบันทึกค่าพิกัดของแต่ละจุดของรูปกราฟจำลองภาพกังหันลม
  - 3) วัดมุม COG ,มุม GOK ,มุม KOP และ POC บันทึกผลที่ได้
  - 4) ขณะที่กังหันลมหมุน แต่ละจุดบนกังหันจะทับตำแหน่งก่อนหน้าของจุดที่สมนัยกัน บนกังหันอีกอันหนึ่ง นักเรียนเขียนตารางแสดงจุดยอดที่สมนัยกันบนกังหันทั้ง 4 อัน
- คำถามท้ายกิจกรรม

- 1) ใบพัดแต่ละอันของกังหันลมเป็นรูปอะไร

- 2) กังหันลมนี่หมุนไปในทิศทางใด
- 3) ค่าพิกัดของใบพัด ABCD เมื่อเปรียบเทียบกับค่าพิกัดของ EFGH เป็นอย่างไร
- 4) กังหันหมุนจากจุด C ไปยังจุด G กี่องศา
- 5) เปรียบเทียบค่าพิกัดของจุดยอดของใบพัด ABCD กับจุดยอดของใบพัด IJKL
- 6) กังหันหมุนจากจุด C ไปยังจุด K กี่องศา

จากกิจกรรมข้างต้น พบว่าเมื่อใบพัด ABCD หมุนทวนเข็มนาฬิกา  $90^\circ$  รอบจุด O ซึ่งเป็นจุดกำเนิด ใบพัด ABCD จะไปอยู่ตรงตำแหน่งของใบพัด EFGH โดยมีจุดสมนัยกันดังนี้ จุด A สมนัยกับจุด E , จุด B สมนัยกับจุด F , จุด C สมนัยกับจุด G และจุด D สมนัยกับจุด H ซึ่งสามารถเปรียบเทียบค่าพิกัดของจุดที่สมนัยกันของใบพัดทั้งสองได้ดังนี้

จุด A (2, 2) หมุนทวนเข็มนาฬิกา  $90^\circ$  จะได้จุด E (-2, 2)

จุด B (5, 4) หมุนทวนเข็มนาฬิกา  $90^\circ$  จะได้จุด F (-4, 5)

จุด C (6, 2) หมุนทวนเข็มนาฬิกา  $90^\circ$  จะได้จุด G (-2, 6)

จุด D (3, 0) หมุนทวนเข็มนาฬิกา  $90^\circ$  จะได้จุด H (0, 3)

จะเห็นว่าพิกัดแต่ละจุดของใบพัด EFGH เกิดจากการสลับระหว่างค่าพิกัดหน้าและพิกัดหลังแต่ละจุดของใบพัด ABCD แล้วคูณพิกัดหน้าด้วย -1

ดังนั้นสรุปได้ว่าการหาพิกัดของรูปที่เกิดจากการหมุนทวนเข็มนาฬิกา  $90^\circ$  รอบจุดกำเนิด สามารถหาได้โดยการสลับค่าระหว่างพิกัดหน้าและพิกัดหลังของจุดต้นแบบ แล้วคูณพิกัดหน้าด้วย -1 นั่นคือ จาก A (x, y) หมุนทวนเข็มนาฬิกา  $90^\circ$  รอบจุดกำเนิดจะได้ A'(-y, x)

**ตัวอย่าง 2.31** รูปสามเหลี่ยม PQR มีจุดยอด P(2, 2) , Q(5, 7) และ R(9, 4) จงเขียนรูป  $\Delta PQR$  แล้วหมุนทวนเข็มนาฬิกา  $90^\circ$  รอบจุดกำเนิด แล้วเขียนรูป  $\Delta P'Q'R'$  ที่เกิดจากการหมุนรูป  $\Delta PQR$

**วิธีคิด** สร้างรูป  $\Delta PQR$  บนระนาบมุมฉากตามค่าพิกัดที่กำหนด หมุนรูป  $\Delta PQR$  ทวนเข็มนาฬิกา  $90^\circ$  จะได้จุดยอดของรูป  $\Delta P'Q'R'$  ดังนี้

จากจุด P (2, 2) สลับค่าพิกัดหน้าและหลังแล้วคูณพิกัดหน้าด้วย -1 จะได้จุด P'(-2, 2)

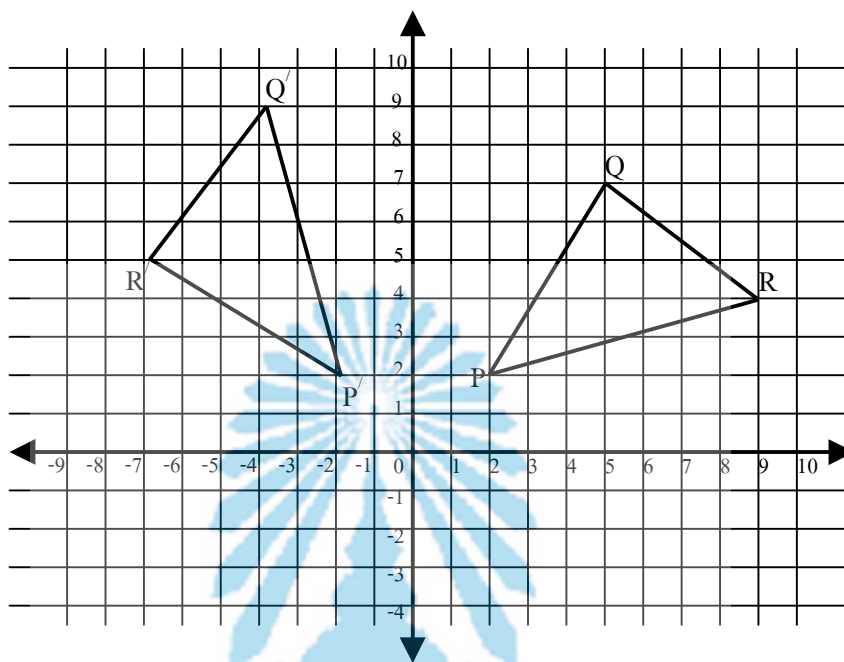
จากจุด Q (5, 7) สลับค่าพิกัดหน้าและหลังแล้วคูณพิกัดหน้าด้วย -1 จะได้จุด Q'(-7, 5)

จากจุด R (9, 4) สลับค่าพิกัดหน้าและหลังแล้วคูณพิกัดหน้าด้วย -1 จะได้จุด R'(-4, 9)

หาจุด P' , Q' และ R' ที่แทนด้วยคู่อันดับ (-2, 2) , (-7, 5) และ (-4, 9) ตามลำดับ

แล้วเขียนรูป  $\Delta P'Q'R'$  ได้ดังรูป 2.10





รูป 2.10

นอกจากนี้จากกิจกรรมข้างต้น เรายังพบว่า เมื่อใบพัด ABCD หมุนทวนเข็มนาฬิกา  $180^\circ$  รอบจุด O ซึ่งเป็นจุดกำเนิด ใบพัด ABCD จะไปอยู่ตรงตำแหน่งของใบพัด IJKL โดยมีจุดสมนัยกันดังนี้ จุด A สมนัยกับจุด I , จุด B สมนัยกับจุด J , จุด C สมนัยกับจุด K และจุด D สมนัยกับจุด L ซึ่งสามารถเปรียบเทียบค่าพิกัดของจุดที่สมนัยกันของใบพัดทั้งสองได้ดังนี้

จุด A (2, 2) หมุนทวนเข็มนาฬิกา  $180^\circ$  จะได้จุด I (-2, -2)

จุด B (5, 4) หมุนทวนเข็มนาฬิกา  $180^\circ$  จะได้จุด J (-5, -4)

จุด C (6, 2) หมุนทวนเข็มนาฬิกา  $180^\circ$  จะได้จุด K (-6, -2)

จุด D (3, 0) หมุนทวนเข็มนาฬิกา  $180^\circ$  จะได้จุด L (0, -3)

จะเห็นว่าพิกัดแต่ละจุดของใบพัด IJKL เกิดจากการนำค่าพิกัดหน้าและหลังของแต่ละจุดของใบพัด ABCD คูณด้วย -1

ดังนั้นสรุปได้ว่าการหาพิกัดของรูปที่เกิดจากการหมุนทวนเข็มนาฬิกา  $180^\circ$  รอบจุดกำเนิด สามารถหาได้ โดยการนำพิกัดหน้าและหลังของจุดต้นแบบมาคูณด้วย -1 นั่นคือ จาก A (x, y) หมุนทวนเข็มนาฬิกา  $180^\circ$  รอบจุดกำเนิดจะได้ A' (-x, -y)

ตัวอย่าง 2.32 จากตัวอย่าง 2.31 จงหมุนรูป  $\triangle PQR$  ทวนเข็มนาฬิกา  $180^\circ$  รอบจุดกำเนิด แล้วเขียนรูป  $\triangle P''Q''R''$  ที่เกิดจากการหมุนรูป  $\triangle PQR$

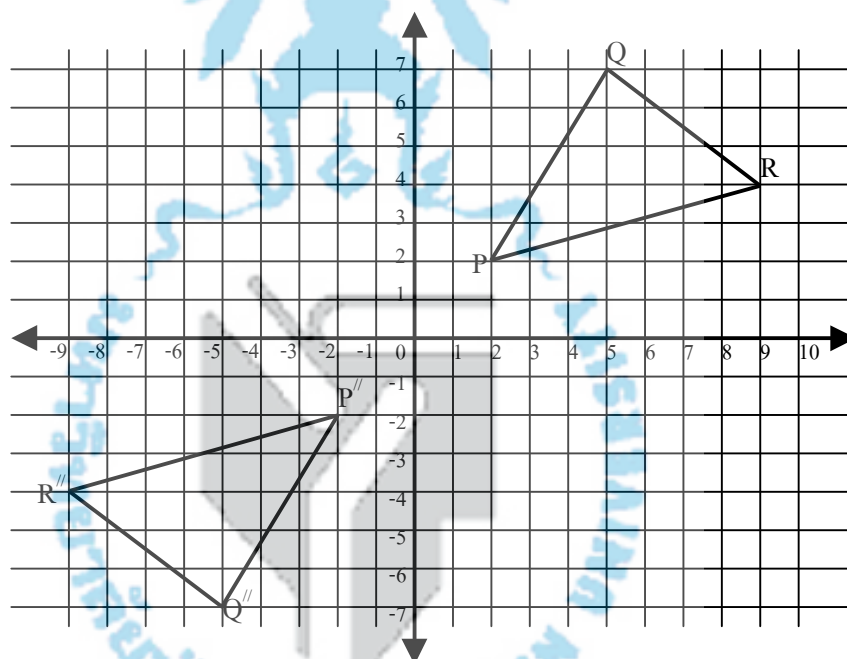
วิธีคิด สร้างรูป  $\triangle PQR$  บนระนาบมุมฉากตามค่าพิกัดที่กำหนด หมุนรูป  $\triangle PQR$  ทวนเข็มนาฬิกา  $180^\circ$  จะได้จุดยอดของรูป  $\triangle P''Q''R''$  ดังนี้

จากจุด  $P(2, 2)$  คูณค่าพิกัดหน้าและหลังด้วย  $-1$  จะได้จุด  $P''(-2, -2)$

จากจุด  $Q(5, 7)$  คูณค่าพิกัดหน้าและหลังด้วย  $-1$  จะได้จุด  $Q''(-5, -7)$

จากจุด  $R(9, 4)$  คูณค่าพิกัดหน้าและหลังด้วย  $-1$  จะได้จุด  $R''(-9, -4)$

หาจุด  $P''$ ,  $Q''$  และ  $R''$  ที่แทนด้วยคู่อันดับ  $(-2, -2)$ ,  $(-5, -7)$  และ  $(-9, -4)$  ตามลำดับเขียนรูป  $\triangle P''Q''R''$  ได้ดังรูป 2.11

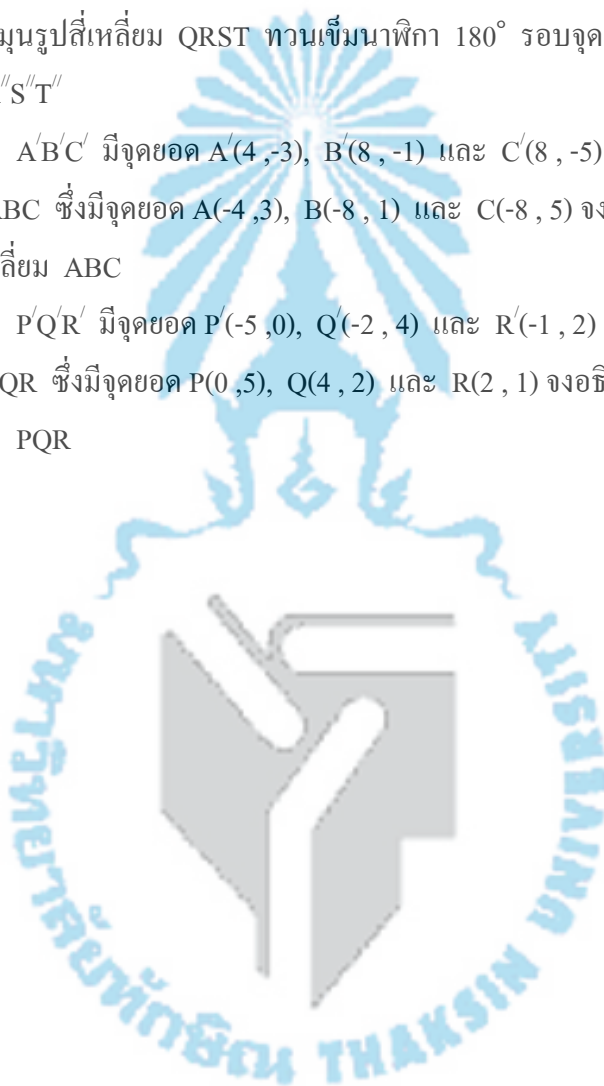


รูป 2.11

นักเรียนคิดว่าในการหมุนรูป  $270^\circ$  ทวนเข็มนาฬิกา สามารถหาพิกัดของรูปที่เกิดจากการหมุนได้อย่างไร

## แบบฝึกหัด 2.3

1. จงเขียนรูปสี่เหลี่ยม QRST ซึ่งมีจุดยอด  $Q(2, 6)$ ,  $R(5, 6)$ ,  $S(5, 4)$  และ  $T(2, 4)$  แล้ว
  - 1.1 หมุนรูปสี่เหลี่ยม QRST ทวนเข็มนาฬิกา  $90^\circ$  รอบจุดกำเนิด และเขียนรูปสี่เหลี่ยม  $Q'R'S'T'$
  - 1.2 หมุนรูปสี่เหลี่ยม QRST ทวนเข็มนาฬิกา  $180^\circ$  รอบจุดกำเนิด และเขียนรูปสี่เหลี่ยม  $Q''R''S''T''$
2. รูปสามเหลี่ยม  $A'B'C'$  มีจุดยอด  $A'(4, -3)$ ,  $B'(8, -1)$  และ  $C'(8, -5)$  เกิดจากการหมุนของรูปสามเหลี่ยม ABC ซึ่งมีจุดยอด  $A(-4, 3)$ ,  $B(-8, 1)$  และ  $C(-8, 5)$  จงอธิบายลักษณะการหมุนของรูปสามเหลี่ยม ABC
3. รูปสามเหลี่ยม  $P'Q'R'$  มีจุดยอด  $P'(-5, 0)$ ,  $Q'(-2, 4)$  และ  $R'(-1, 2)$  เกิดจากการหมุนของรูปสามเหลี่ยม PQR ซึ่งมีจุดยอด  $P(0, 5)$ ,  $Q(4, 2)$  และ  $R(2, 1)$  จงอธิบายลักษณะการหมุนของรูปสามเหลี่ยม PQR



# หน่วยที่ 3

## การสะท้อน



## หน่วยที่ 3 การสะท้อน

### มาตรฐานช่วงชั้นเกี่ยวกับการสะท้อน

1. เข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตในเรื่องการสะท้อนและนำไปใช้ได้
2. บอกภาพที่เกิดขึ้นจากการสะท้อน และสามารถอธิบายวิธีการที่จะได้ภาพที่ปรากฏเมื่อกำหนดรูปต้นแบบและภาพนั้นให้
3. อธิบายลักษณะของรูปที่เกิดขึ้นจากการสะท้อนบนระนาบพิกัดฉากได้

### ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี

1. เขียนรูปเรขาคณิตที่เกิดจากการสะท้อนบนเส้นสะท้อนที่กำหนดให้ได้
2. หาเส้นสะท้อนได้ เมื่อกำหนดรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการสะท้อนให้
3. บอกพิกัดของรูปที่เกิดจากการสะท้อนรูปต้นแบบบนระนาบพิกัดฉากได้

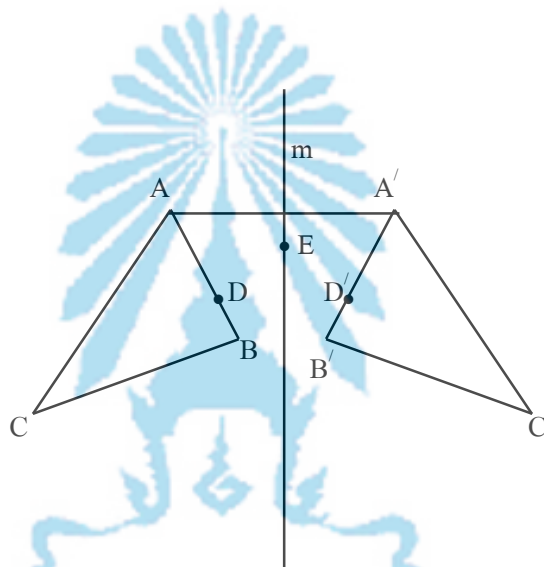


### 3. การสะท้อน

เมื่อรูปเกิดการเปลี่ยนตำแหน่งโดยขนาดและรูปร่างไม่เปลี่ยนแปลง แต่ทิศทางของรูปจะพลิกกลับกับรูปเดิม การเคลื่อนที่นี้เรียกว่า การสะท้อน

การสะท้อนต้องมีรูปต้นแบบ และเส้นสะท้อน (reflection line หรือ mirror line)

ผังรูป 3.1



รูป 3.1

จากรูป 3.1 รูปสามเหลี่ยม  $A'B'C'$  เป็นรูปสะท้อนของรูปสามเหลี่ยม  $ABC$  ข้ามเส้นสะท้อน  $m$  รูปสามเหลี่ยม  $ABC$  เท่ากันทุกประการกับรูปสามเหลี่ยม  $A'B'C'$  กล่าวคือ  $AB = A'B'$   $AC = A'C'$   $BC = B'C'$   $\angle ABC = \angle A'B'C'$   $\angle ACB = \angle A'C'B'$  และ  $\angle BAC = \angle B'A'C'$

จุด  $A'$  เป็นจุดสะท้อนของจุดต้นแบบ  $A$  จุด  $A'$  และจุด  $A$  เป็นจุดที่สมนัยกัน เส้นสะท้อน  $m$  แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรง  $AA'$  และระยะจากจุด  $A$  ถึงเส้นสะท้อน  $m$  เท่ากับระยะจากเส้นสะท้อน  $m$  ถึงจุด  $A'$

จุด  $D$  และจุด  $D'$  เป็นจุดที่สมนัยกัน เส้นสะท้อน  $m$  แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุด  $D$  และจุด  $D'$  และระยะจากจุด  $D$  ถึงเส้นสะท้อน  $m$  เท่ากับระยะจากเส้นสะท้อน  $m$  ถึงจุด  $D'$

จุด  $E$  อยู่บนเส้นสะท้อน  $m$  จุดสะท้อนของจุด  $E$  คือจุด  $E$  จุด  $E$  จึงเป็นจุดคงที่

สรุปได้ว่า การสะท้อนรูปต้นแบบข้ามเส้นสะท้อนเสมือนกับการพลิกรูปข้ามเส้นสะท้อนหรือการดูเงาสะท้อนบนกระจกเงาที่วางบนเส้นสะท้อน การสะท้อนเป็นการแปลงที่มีการจับคู่กันระหว่างจุดแต่ละจุดของรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนรูปสะท้อน โดยที่

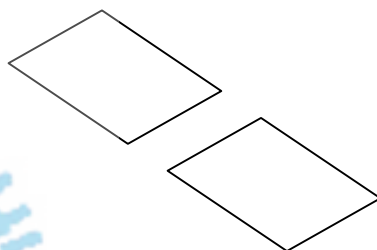
- ◆ รูปที่เกิดจากการสะท้อนมีขนาดและรูปร่างเช่นเดิม หรือกล่าวว่ารูปร่างที่เกิดจากการสะท้อนเท่ากันทุกประการกับรูปต้นแบบ
- ◆ เส้นสะท้อนแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนรูปสะท้อนที่สมนัยกัน นั่นคือระยะระหว่างจุดต้นแบบและเส้นสะท้อนเท่ากับระยะระหว่างจุดสะท้อนและเส้นสะท้อน
- ◆ เมื่อทำการสะท้อน จุดบนเส้นสะท้อนไม่เปลี่ยนตำแหน่ง จุดเหล่านั้นจึงเป็นจุดคงที่

ให้นักเรียนพิจารณารูปในแต่ละข้อต่อไปนี้ว่ารูป B เกิดจากการสะท้อนรูป A หรือไม่

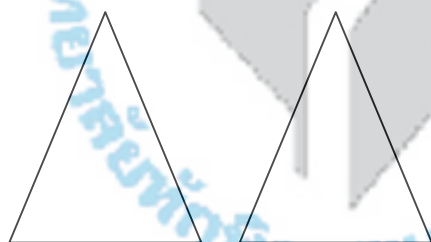
(1)



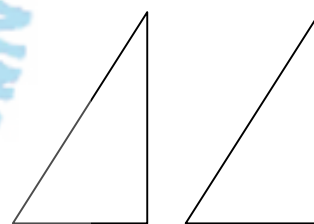
(2)



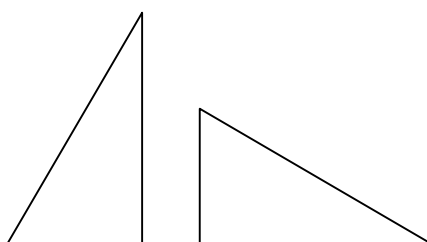
(3)



(4)



(5)

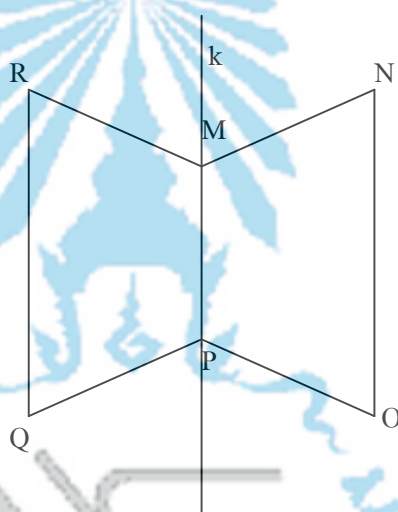




การพิจารณาว่ารูปที่กำหนดเกิดจากการสะท้อนรูปต้นแบบหรือไม่ สามารถพิจารณาได้จาก การหาแนวเส้นสะท้อน โดยพิจารณาว่ารูปทั้งสองซ้อนทับกันได้สนิทแสดงว่า รูปที่กำหนดให้เกิดจากการสะท้อนรูปต้นแบบ

### 3.1 สมมาตรการสะท้อน (reflection symmetry)

รูปหนึ่งที่มีสมมาตรการสะท้อน เมื่อมีเส้นสะท้อนบนรูปนั้นที่สะท้อนครึ่งหนึ่งของรูปบนอีกครึ่งหนึ่งของรูปนั้น เส้นสะท้อนเส้นนั้นเรียกว่า เส้นสมมาตร



รูป 3.2

จากรูป 3.2 รูป MNO PQR มีสมมาตรการสะท้อน โดยที่เส้นสะท้อน k เป็นเส้นสมมาตรที่สะท้อนครึ่งรูปของรูป MNO PQR บนอีกครึ่งหนึ่ง

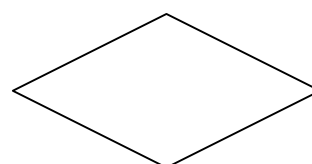
แบบฝึกหัด 3.1

รูปใดบ้างต่อไปนี้มีสมมาตรการสะท้อน

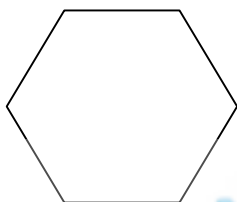
(1)



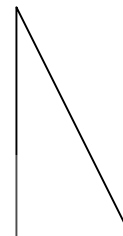
(2)



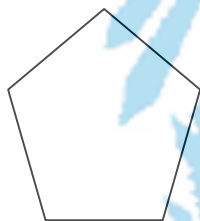
(3)



(4)



(5)

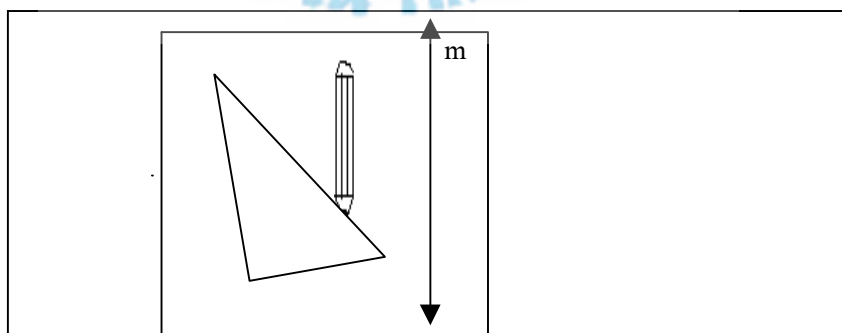


### 3.2 การเขียนรูปที่เกิดจากการสะท้อนบนเส้นสะท้อนที่กำหนด

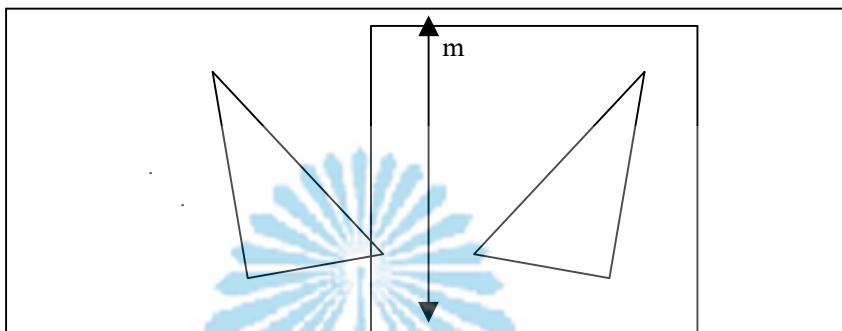
การเขียนรูปที่เกิดจากการสะท้อนรูปต้นแบบบนเส้นสะท้อนที่กำหนด ทำได้ดังนี้

#### 3.2.1 วิธีการสะท้อนรูปโดยใช้กระดาษลอกถ่าย

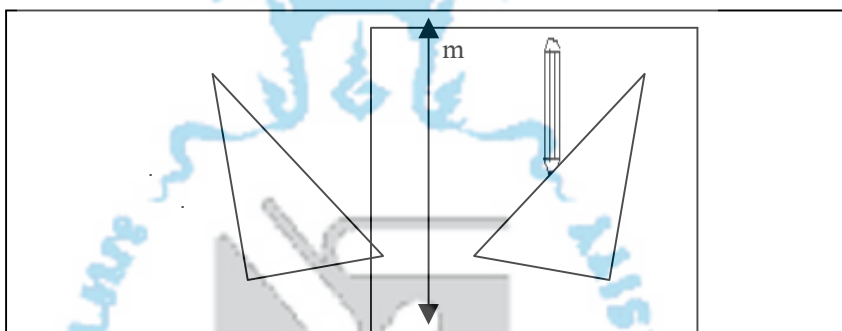
1) นำกระดาษลอกถ่ายมาบนรูปต้นแบบ แล้วลอกรูปต้นแบบและเส้นสะท้อนลงบนกระดาษลอกถ่าย



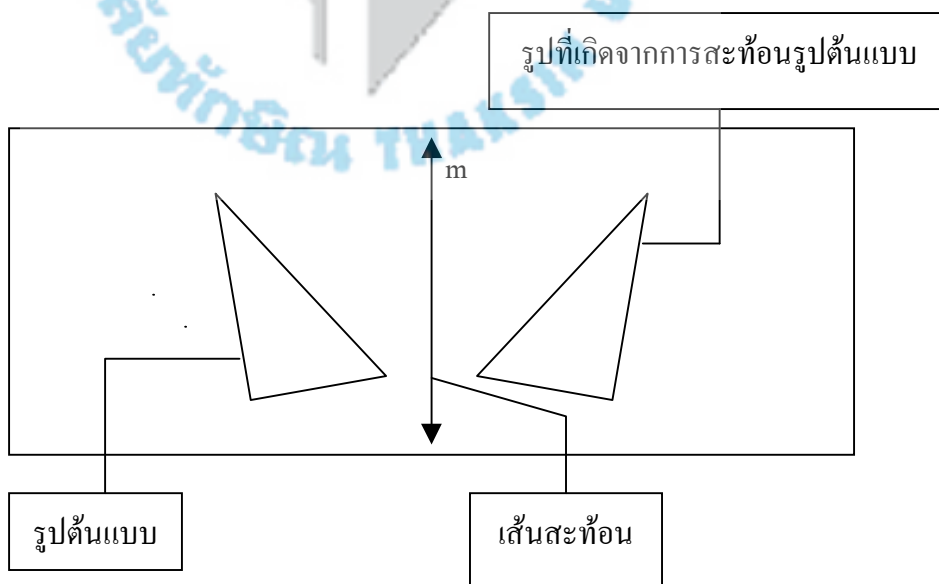
2) พลิกกระดาษลอกตามแนวเส้นสะท้อน โดยให้เส้นสะท้อนบนกระดาษลอก  
 ลายซ้อนทับกับเส้นสะท้อนต้นแบบ



3) ลอกรูปที่กระดาษลอกวางบนกระดาษ

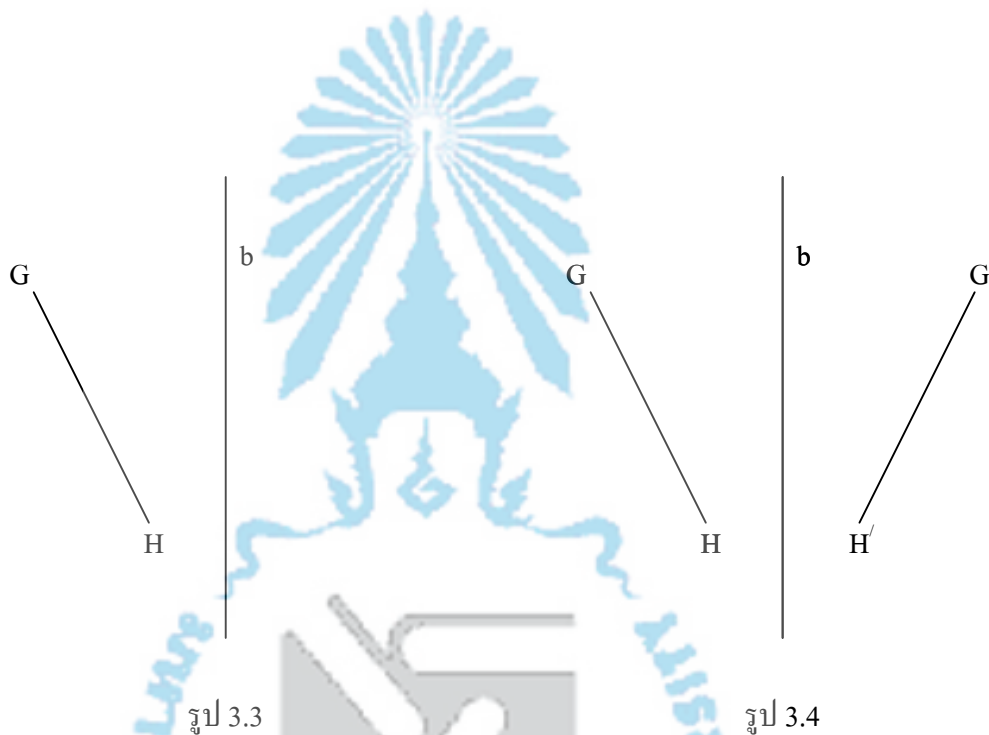


4) จะได้รูปที่เกิดจากการสะท้อนรูปต้นแบบบนเส้นสะท้อนที่กำหนด



### 3.2.2 วิธีการสะท้อนรูปโดยหาจุดสะท้อนที่สมนัยกับจุดของรูปต้นแบบ

นอกจากนี้การเขียนรูปที่เกิดจากการสะท้อนเมื่อกำหนดรูปต้นแบบและเส้นสะท้อนมาให้ อาจทำได้โดยหาจุดสะท้อนที่สมนัยกับจุดต้นแบบแต่ละจุด จุดสะท้อนของจุดต้นแบบแต่ละจุด จะอยู่บนเส้นตรงที่ผ่านจุดต้นแบบและตั้งฉากกับเส้นสะท้อน และจุดสะท้อนจะอยู่ห่างจากเส้นสะท้อนเป็นระยะเท่ากับระยะห่างระหว่างจุดต้นแบบที่สมนัยกันถึงเส้นสะท้อน เช่น

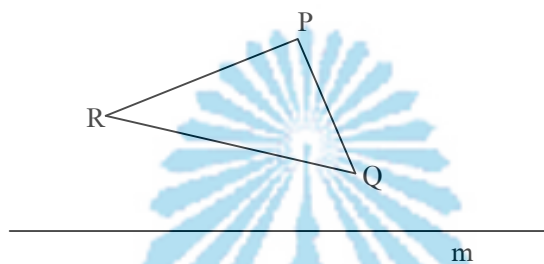


จากรูป 3.3 ส่วนของเส้นตรง  $GH$  เป็นรูปต้นแบบ เส้นตรง  $b$  เป็นเส้นสะท้อน เมื่อต้องการหารูปสะท้อนของส่วนของเส้นตรง  $GH$  จะต้องหาจุดสะท้อนของจุด  $G$  และจุดสะท้อนของจุด  $H$  ข้ามเส้นสะท้อน  $b$  ถ้าจุด  $G$  อยู่ห่างจากเส้นสะท้อน 4 หน่วย จุดสะท้อนของจุด  $G$  ในที่นี้จะเรียกว่าจุด  $G'$  จะต้องอยู่บนแนวเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นสะท้อน  $b$  และอยู่ห่างจากเส้นสะท้อนเป็นระยะ 4 หน่วย เราสามารถหาจุดสะท้อนของจุด  $H$  ซึ่งเรียกว่าจุด  $H'$  ได้เช่นกัน ลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุด  $G'$  และ  $H'$  ก็จะได้ส่วนของเส้นตรง  $G'H'$  เป็นรูปสะท้อนของส่วนของเส้นตรง  $GH$  ข้ามเส้นสะท้อน  $b$  ดังรูป 3.4

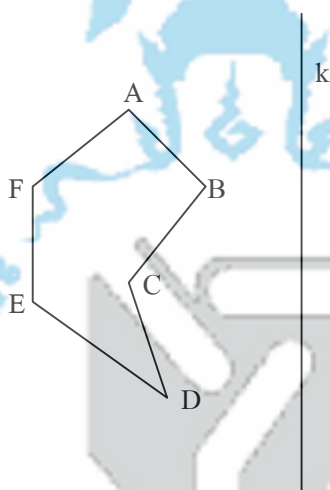
## แบบฝึกหัด 3.2

จงเขียนรูปที่เกิดจากการสะท้อนของรูปต้นแบบ บนเส้นสะท้อนที่กำหนดต่อไปนี้

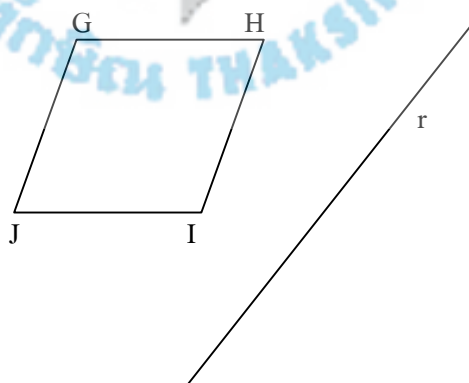
(1)



(2)

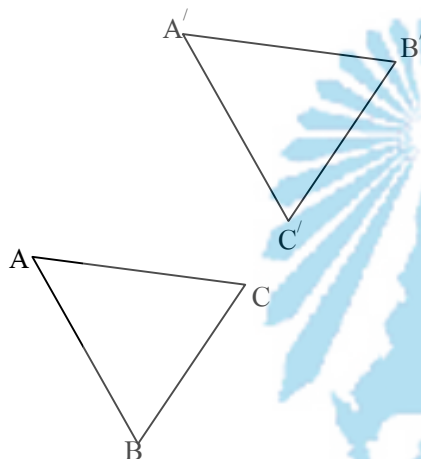


(3)

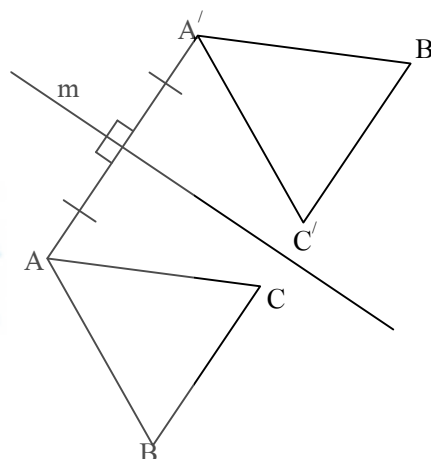


### 3.3 การหาเส้นสะท้อน

เมื่อกำหนดรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการสะท้อนมาให้ จะสามารถหาเส้นสะท้อนของรูปคู่นั้นได้โดยการลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดที่สมนัยกัน แล้วสร้างเส้นที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงนั้นก็จะได้เส้นสะท้อน



รูป 3.5



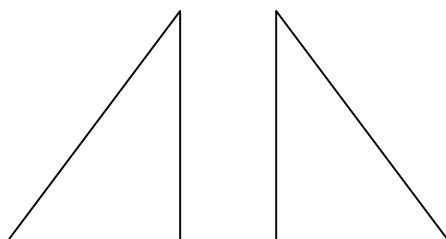
รูป 3.6

จากรูป 3.5 ถ้า  $\triangle A'B'C'$  เป็นรูปสะท้อนของ  $\triangle ABC$  จุด  $A'$  สมนัยกับจุด  $A$  จุด  $B'$  สมนัยกับจุด  $B$  และจุด  $C'$  สมนัยกับจุด  $C$  เมื่อสร้างเส้นตรง  $m$  แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรง  $AA'$  จะได้ว่าเส้นตรง  $m$  เป็นเส้นสะท้อนของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองดังรูป 3.6 ทั้งนี้เมื่อสร้างเส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันคู่อื่น ๆ ก็จะได้เส้นสะท้อนเดียวกันกับเส้น  $m$

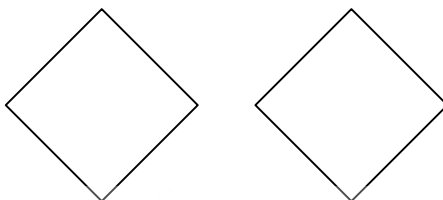
#### แบบฝึกหัด 3.3

จงสร้างเส้นสะท้อนของรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้

(1)



(2)



(3)



### 3.4 การหาพิกัดของรูปที่เกิดจากการสะท้อนบนระนาบพิกัดฉาก

ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

**กิจกรรมเรื่อง** การสะท้อนรูปข้ามแกน  $x$

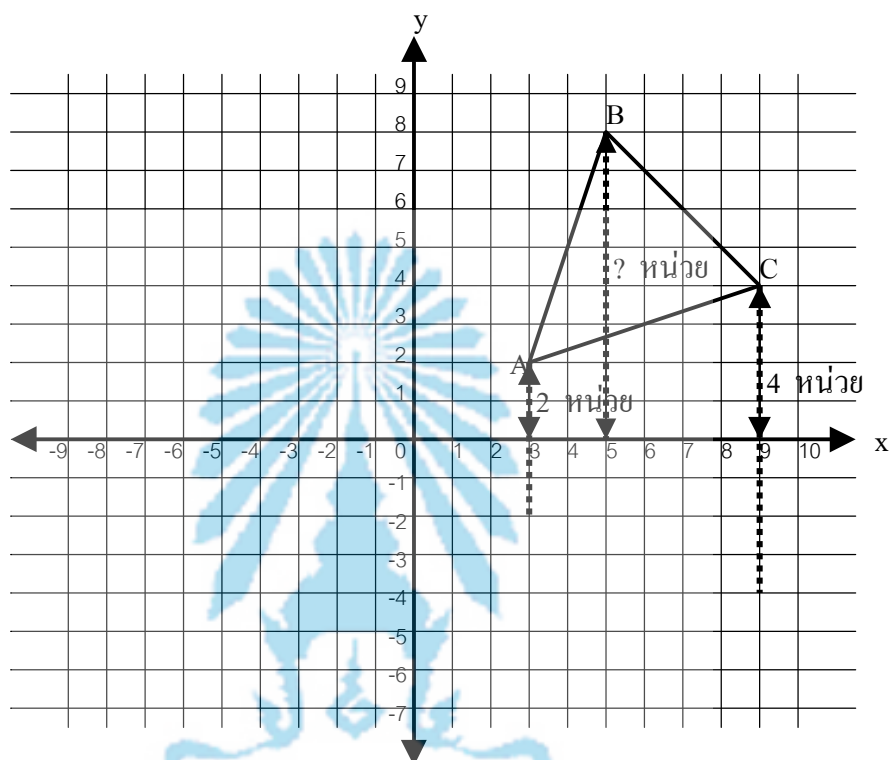
**อุปกรณ์** กระดาษกราฟ สันตรง กรรไกร

**วิธีดำเนินการ**

1. สร้างรูป  $\triangle ABC$  ให้มีจุดยอด  $A(3, 2)$  ,  $B(5, 8)$  และ  $C(9, 4)$
2. นับจำนวนหน่วยที่จุด  $A$  ห่างจากแกน  $x$  แล้วนับจำนวนหน่วยนั้นไปอีกด้านหนึ่งของแกน  $x$  กำหนดให้เป็นจุด  $A'$
3. นับจำนวนหน่วยที่จุด  $B$  และจุด  $C$  ห่างจากแกน  $x$  ใช้วิธีการเดียวกับข้อ 2 หาจุด  $B'$  และ  $C'$



4. วาดรูป  $\triangle A'B'C'$  ตัดระนาบแกนพิกัดฉากออกมาแล้วพับตามแกน  $x$

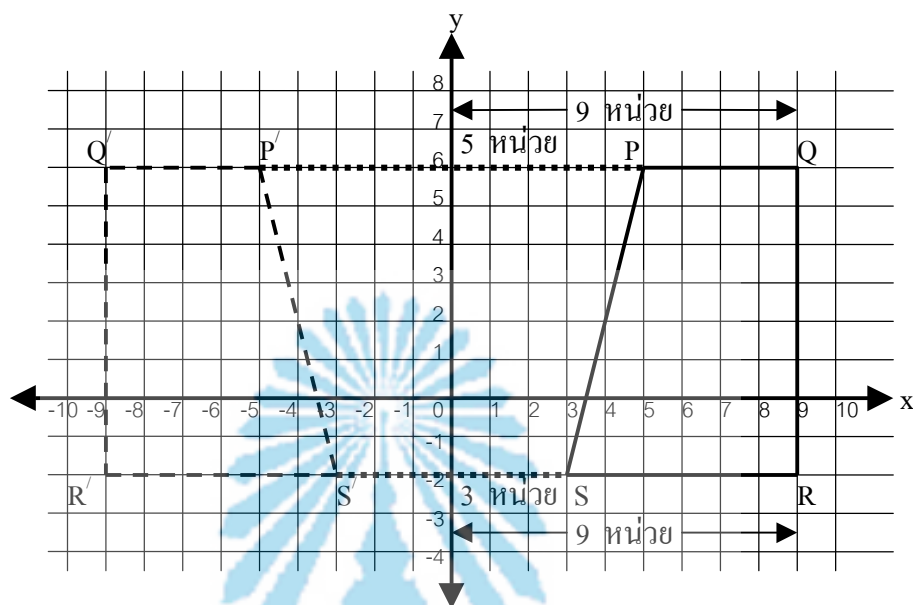


คำถามท้ายกิจกรรม

1. เมื่อพับกระดาษ นักเรียนสังเกตเห็นอะไรบ้างเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมสองรูป
2. เปรียบเทียบค่าพิกัดของ  $A$  กับ  $A'$ ,  $B$  กับ  $B'$  และ  $C$  กับ  $C'$  นักเรียนสังเกตเห็นอะไรบ้าง

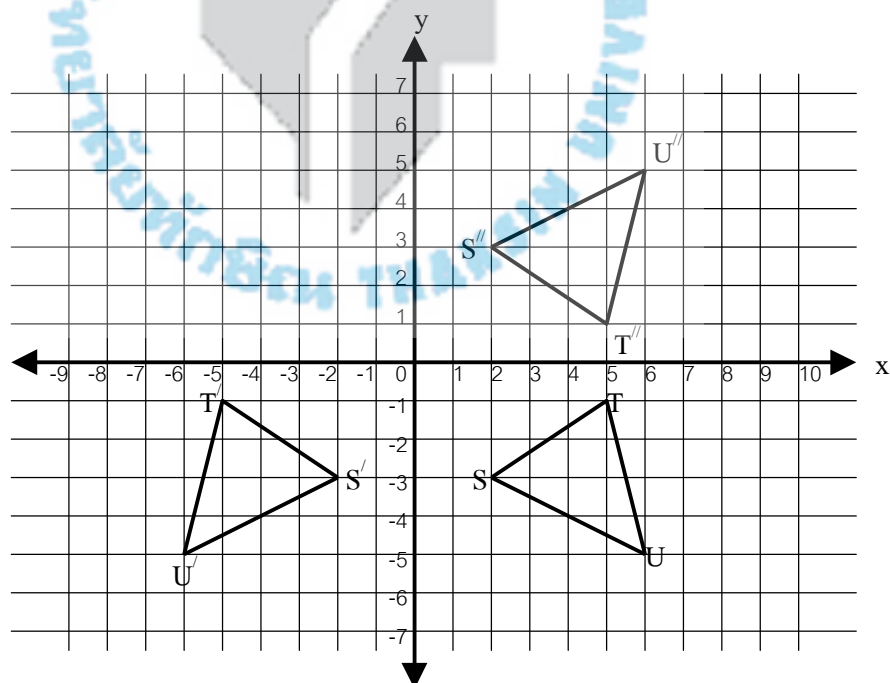
จากกิจกรรมข้างต้นพบว่า การสะท้อนรูปต้นแบบข้ามแกน  $x$  จะหาค่าพิกัดของจุดยอดของรูปที่เกิดจากการสะท้อนได้โดยค่าพิกัด  $x$  เป็นค่าเดียวกับพิกัดของจุดต้นแบบ ส่วนค่าพิกัด  $y$  ให้คูณด้วย  $-1$

พิจารณาการสะท้อนรูปสี่เหลี่ยมคางหมู PQRS ข้ามแกน  $y$  เมื่อจุดยอดคือ  $P(5, 6)$ ,  $Q(9, 6)$ ,  $R(9, -2)$  และ  $S(3, -2)$  พร้อมทั้งนับจำนวนหน่วยจากจุดยอดแต่ละจุดมายังแกน  $y$  แล้วเขียนจุดที่สมนัยกันบนด้านตรงข้ามของแกน



พิจารณาค่าพิกัดเดิมกับค่าพิกัดของจุดที่เกิดจากการสะท้อน นักเรียนสังเกตเห็นอะไรบ้าง  
การสะท้อนจุดข้ามแกน  $y$  จะหาค่าพิกัดของจุดที่เกิดจากการสะท้อนได้โดยคูณค่าพิกัด  $x$   
ด้วย  $-1$  ส่วนค่าพิกัด  $y$  เป็นค่าเดียวกับพิกัดของจุดต้นแบบ

ตัวอย่าง 3.41 จงเขียนรูปสามเหลี่ยม  $S'T'U'$  ที่เกิดจากการสะท้อนรูปสามเหลี่ยม  $STU$  ข้ามแกน  
 $x$  และ เขียนรูป  $S''T''U''$  ที่เกิดจากการสะท้อนรูปสามเหลี่ยม  $STU$  ข้ามแกน  $y$



## แบบฝึกหัด 3.4

1. จงเขียนรูป  $\Delta ABC$  ที่มีจุดยอด  $A(-7, 5)$  ,  $B(-4, 8)$  และ  $C(-2, 3)$  แล้ว
  - 1.1 หาพิกัดของจุดยอดภายหลังการสะท้อนข้ามแกน  $y$
  - 1.2 เขียนรูป  $\Delta A'B'C'$
2. จงเขียนรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน  $MNOP$  ที่มีจุดยอด  $M(-4, 2)$  ,  $N(1, 2)$  ,  $O(0, 0)$  และ  $P(-5, 0)$  แล้ว
  - 2.1 หาพิกัดของจุดยอดภายหลังการสะท้อนข้ามแกน  $x$
  - 2.2 เขียนรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน  $M'N'O'P'$



# หน่วยที่ 4

## การนำไปใช้



## หน่วยที่ 4 การนำไปใช้

### มาตรฐานช่วงชั้นเกี่ยวกับการนำไปใช้

นำสมบัติเกี่ยวกับการเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อนไปใช้ได้

### ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี

1. หาผลที่เกิดจากการแปลงสองครั้งได้
2. นำความรู้เรื่องการเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อน ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้
3. นำความรู้เรื่องการเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อน ไปใช้ในการสร้างสรรค์งานศิลปะได้

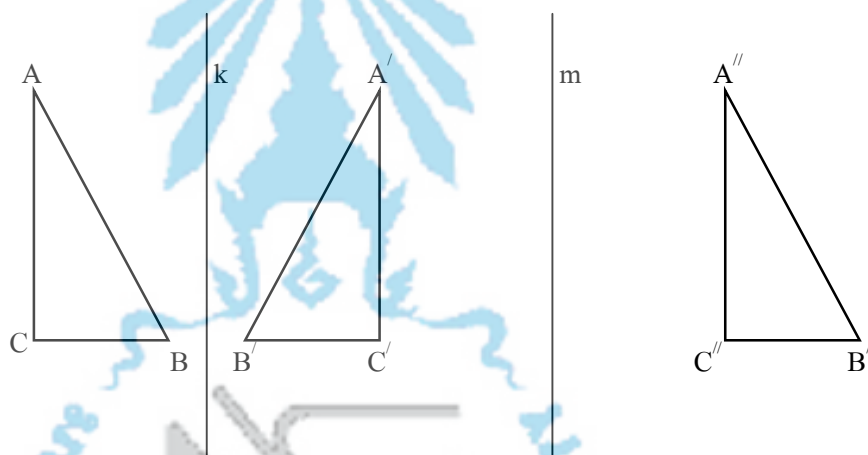


## 4. การนำไปใช้

### 4.1 การหาผลที่เกิดจากการแปลงสองครั้ง

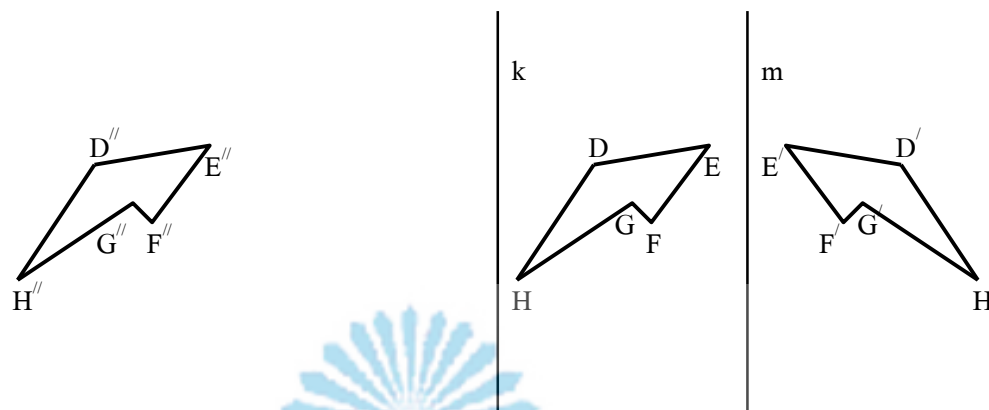
การสะท้อนข้ามเส้นสะท้อน 2 เส้นที่ขนานกัน

กำหนดเส้นสะท้อน 2 เส้นที่ขนานกัน เมื่อสะท้อนรูปต้นแบบข้ามเส้นสะท้อนเส้นแรก แล้วสะท้อนรูปที่ได้ข้ามเส้นสะท้อนเส้นที่สอง จะพบว่ารูปที่เกิดจากการสะท้อนครั้งที่สองเหมือนกับรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบ



รูป 4.1

จากรูป 4.1 เมื่อ  $k$  และ  $m$  เป็นเส้นสะท้อนที่ขนานกัน รูป  $\triangle ABC$  เป็นรูปต้นแบบ รูป  $\triangle A'B'C'$  เป็นรูปที่เกิดจากการสะท้อนรูป  $\triangle ABC$  ข้ามเส้นสะท้อน  $k$  รูป  $\triangle A''B''C''$  เป็นรูปที่เกิดจากการสะท้อนรูป  $\triangle A'B'C'$  ข้ามเส้นสะท้อน  $m$  จะพบว่านอกจากรูป  $\triangle A''B''C''$  จะเป็นรูปที่เกิดจากการสะท้อนรูปต้นแบบ  $\triangle ABC$  ข้ามเส้นสะท้อนที่ขนานกันสองเส้นแล้ว รูป  $\triangle A''B''C''$  ยังเป็นรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูป  $\triangle ABC$  ไปทางขวาตามแนวเส้นที่ตั้งฉากกับเส้นสะท้อนทั้งสอง และเลื่อนขนานด้วยระยะทางเป็นสองเท่าของระยะห่างระหว่างเส้นสะท้อนที่ขนานกันนั้น

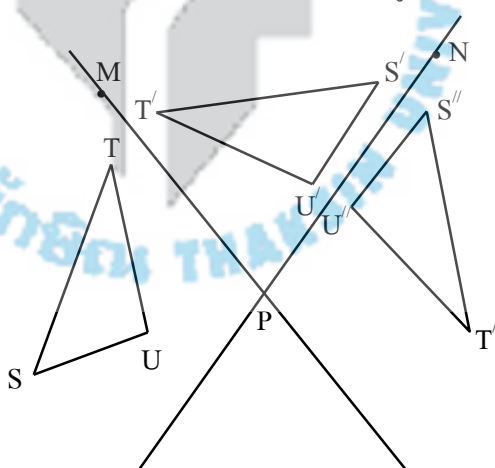


รูป 4.2

จากรูป 4.2 เส้นสะท้อน  $k$  และเส้นสะท้อน  $m$  เป็นเส้นสะท้อนที่ขนานกัน รูป  $DEFG$  เป็นรูปต้นแบบ เมื่อสะท้อนรูป  $DEFG$  ข้ามเส้นสะท้อน  $m$  ได้รูปสะท้อน  $D'E'F'G'$  แล้วสะท้อนรูป  $D'E'F'G'$  ข้ามเส้นสะท้อน  $k$  จะได้รูป  $D''E''F''G''$  เป็นรูปสะท้อนครั้งที่สอง ของรูปต้นแบบ  $DEFG$  และจะพบว่ารูป  $D''E''F''G''$  ยังเป็นรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบ  $DEFG$  ไปทางซ้ายตามแนวเส้นที่ตั้งฉากกับเส้นสะท้อนทั้งสอง และระยะทางที่ใช้ในการเลื่อนขนานเป็นสองเท่าของระยะห่างระหว่างเส้นสะท้อนที่ขนานกันนั้น

การสะท้อนข้ามเส้นสะท้อน 2 เส้นที่ตัดกัน

เมื่อสะท้อนรูปต้นแบบข้ามเส้นสะท้อนเส้นแรก แล้วสะท้อนรูปที่ได้ข้ามเส้นสะท้อนเส้นที่สอง จะพบว่ารูปที่เกิดจากการสะท้อนครั้งที่สองเหมือนกับรูปที่เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบ



รูป 4.3

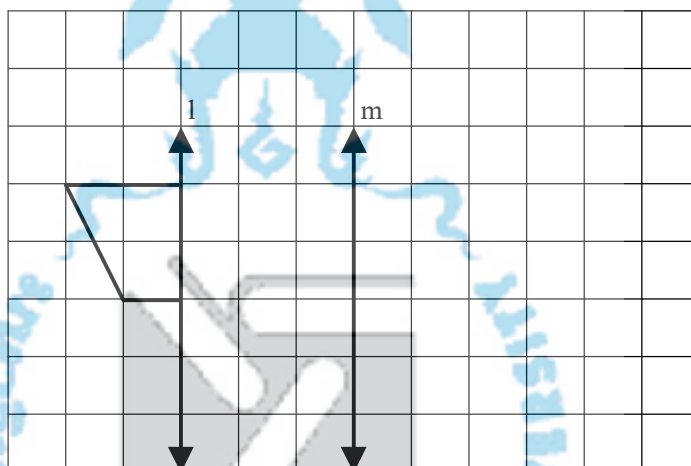


จากรูป 4.3 เส้นสะท้อน MP ตัดกับเส้นสะท้อน NP ที่จุด P รูป STU เป็นรูปต้นแบบ สะท้อนรูป STU ข้ามเส้นสะท้อน MP ได้รูป  $S'T'U'$  เป็นรูปที่เกิดจากการสะท้อน สะท้อนรูป  $S'T'U'$  ข้ามเส้นสะท้อน NP ได้รูป  $S''T''U''$  เป็นรูปสะท้อนครั้งที่สองของรูปต้นแบบ STU จะพบว่า ถ้าหมุนรูปต้นแบบ STU ตามเข็มนาฬิการอบจุด P ด้วยขนาดของมุม 2 เท่าของขนาดของมุม MPN จะได้รูป  $S''T''U''$  เป็นรูปที่เกิดจากการหมุน

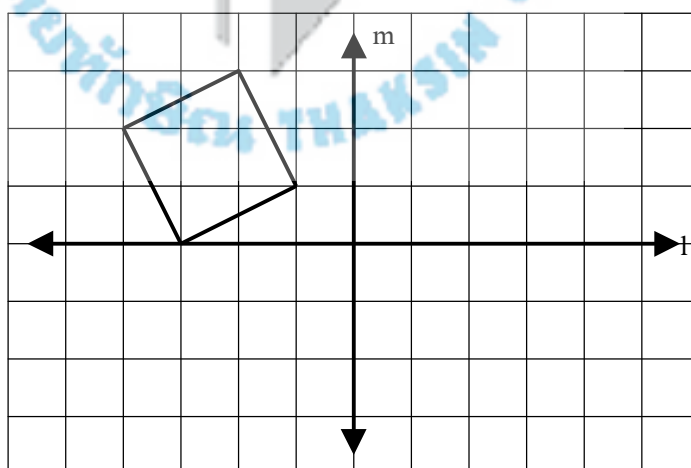
#### แบบฝึกหัด 4.1

จงเขียนรูปที่เกิดจากการสะท้อนรูปที่กำหนดบนเส้นสะท้อน  $l$  และ  $m$  ตามลำดับ

(1)

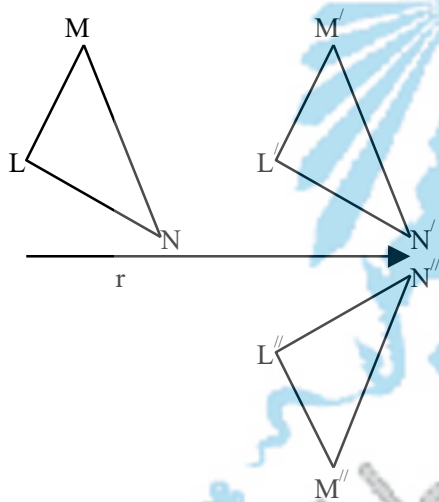


(2)

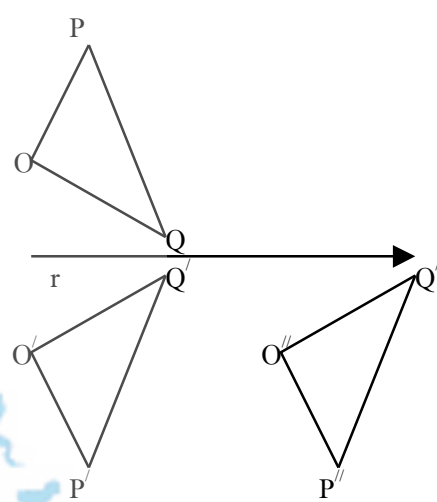


#### 4.2 การสะท้อนแบบเลื่อน (glide reflection)

การสะท้อนแบบเลื่อนเป็นการผสมผสานระหว่างการเลื่อนขนานและการสะท้อน นั่นคือการสะท้อนแบบเลื่อนอาจเกิดจากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบ แล้วสะท้อนรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานนั้นข้ามเส้นที่ขนานกับเส้นที่กำหนดทิศทางของการเลื่อนขนาน หรือการสะท้อนแบบเลื่อนเกิดจากการสะท้อนรูปต้นแบบแล้วเลื่อนขนานรูปที่เกิดจากการสะท้อนไปในทิศทางเดียวกันกับเส้นสะท้อน



รูป 4.4



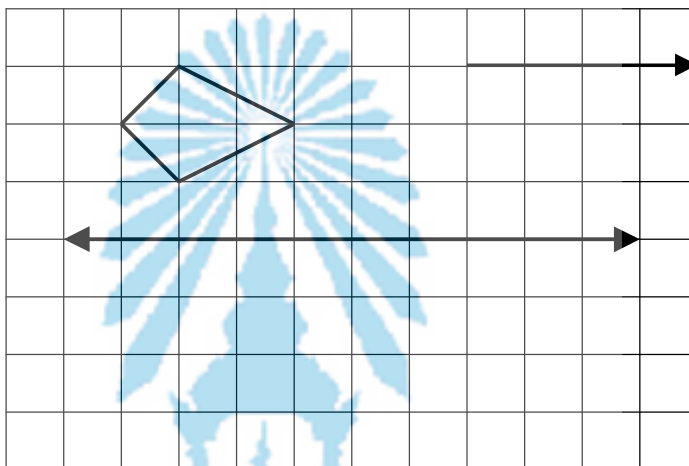
รูป 4.5

จากรูป 4.4 รูป  $L''M''N''$  เป็นรูปที่เกิดจากการสะท้อนแบบเลื่อน โดยการเลื่อนขนานรูป  $LMN$  ด้วยทิศทางและระยะทางเท่ากับ  $r$  ได้รูป  $L'M'N'$  แล้วสะท้อนรูป  $L'M'N'$  ข้ามเส้น  $r$

จากรูป 4.5 รูป  $O''P''Q''$  เป็นรูปที่เกิดจากการสะท้อนแบบเลื่อน โดยการสะท้อนรูป  $OPQ$  ข้ามเส้น  $r$  ได้รูป  $O'P'Q'$  แล้วเลื่อนขนานรูป  $O'P'Q'$  ด้วยทิศทางและระยะทางเท่ากับ  $r$

### แบบฝึกหัด 4.2

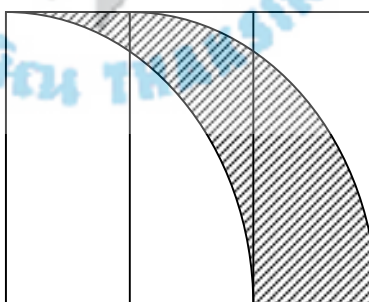
จงหาผลที่เกิดจากการสะท้อนและเลื่อนขนานรูปตามเส้นสะท้อน  $r$  ทิศทางและระยะทางของการเลื่อนที่กำหนดในรูปลูกศร



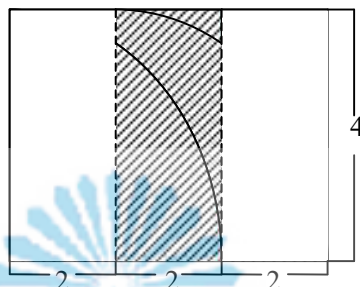
### 4.3 การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต

การเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อน ที่นักเรียนได้ศึกษามาเป็นส่วนหนึ่งของการแปลงทางเรขาคณิต ซึ่งโจทย์ปัญหาเรขาคณิตบางรูปแบบสามารถแก้ปัญหาก็ได้ง่ายเมื่อใช้ความรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 4.31 จงหาพื้นที่ของบริเวณส่วนที่แรเงาในแผนภาพต่อไปนี้

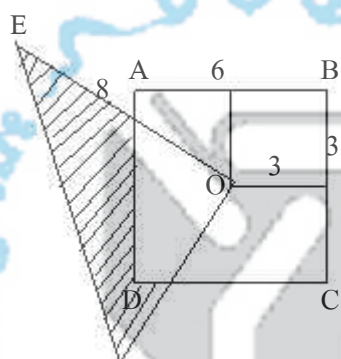


สำหรับปัญหาข้อนี้พบว่าถ้าใช้การเลื่อนขนานบางส่วนของรูปเรขาคณิตก็จะสามารถหาพื้นที่  
ได้ดังนี้

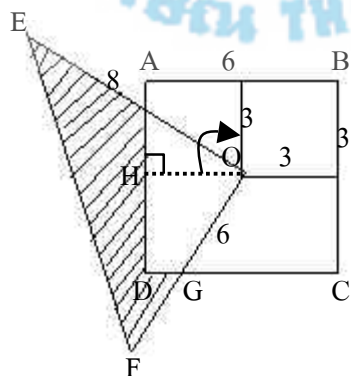


จะเห็นได้ว่าพื้นที่ส่วนที่แรเงา คือพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความกว้าง 2 หน่วย และ  
ยาว 4 หน่วย ดังนั้นพื้นที่แรเงาคือ  $4 \times 2 = 8$  ตารางหน่วย

ตัวอย่าง 4.32 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด  $6 \times 6$  ตารางหน่วย มี  $O$  เป็นจุดศูนย์กลาง รูปสามเหลี่ยม  
มุมฉาก EOF มี  $OE = 8$  หน่วย และ  $OF = 6$  หน่วย จงหาพื้นที่ของส่วนที่แรเงา



สำหรับการแก้ปัญหาในข้อนี้สามารถทำได้โดยใช้ความรู้เรื่องการหมุน โดยจะหมุน  
บางชิ้นส่วนของรูปสามเหลี่ยมในส่วนที่ไม่ได้แรเงาดังนี้



ให้เส้นตรง  $OF$  ตัดเส้นตรง  $DC$  ที่จุด  $G$

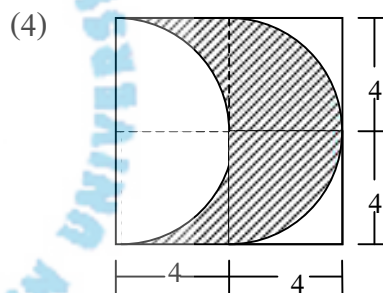
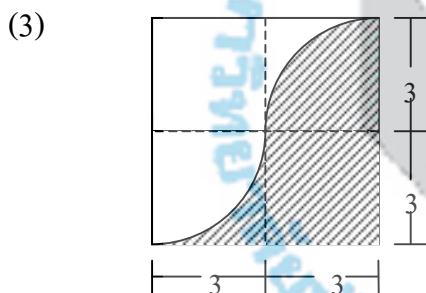
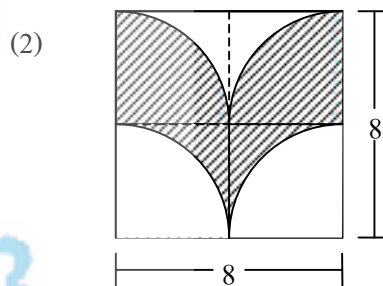
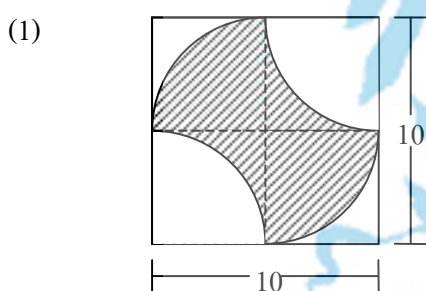
ลากเส้นตรงจากจุด  $O$  มาตั้งฉากกับด้าน  $AD$  ที่จุด  $H$

มุมรูปสี่เหลี่ยม  $HOGD$  ตามเข็มนาฬิกาทำมุม  $90^\circ$

พบว่าพื้นที่ส่วนที่แรเงาคือพื้นที่รูปสามเหลี่ยม  $EFO$  ลบพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งมีด้านยาว 3 หน่วย  
ดังนั้นพื้นที่แรเงาคือ  $24 - 9 = 15$  ตารางหน่วย

### แบบฝึกหัด 4.3

จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาของรูปต่อไปนี้

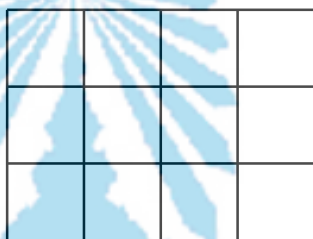


### 4.4 การสร้างสรรค์งานศิลปะโดยใช้ความรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต

ในชีวิตประจำวันเราเห็นลวดลายของกระดาษปิดฝาผนังห้องนอน ห้องน้ำ หรือลวดลายกระเบื้องที่ปูพื้น และลวดลายอื่นๆ จะมีลวดลายเป็นรูปเหมือนกันที่เติมเต็มพื้นที่ได้อย่างสวยงาม น่าทึ่งและน่าอัศจรรย์ ซึ่งในการออกแบบบางชิ้นส่วนนั้นอาจใช้ความรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตด้วย

การให้นักเรียนนำการแปลงทางเรขาคณิตไปประยุกต์สร้างสรรค์งานศิลปะ สามารถส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์ได้อีกวิธีหนึ่ง ตัวอย่างเช่นนำการแปลงทางเรขาคณิตไปใช้ในการสร้างรูปเพื่อประกอบเป็น tessellations (Tessellations)

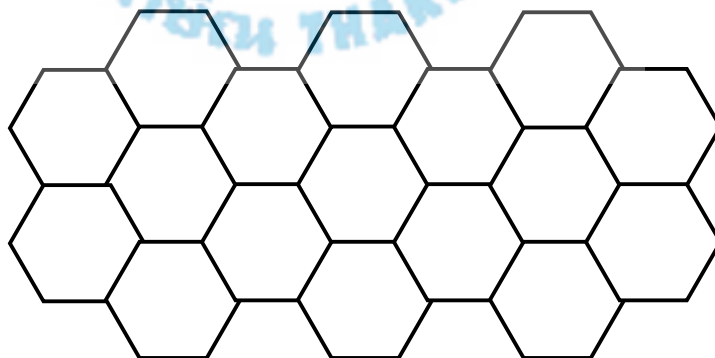
**เทสเซลเลชัน** คือการจัดรูปปิดหลายรูปให้คลุมระนาบ โดยไม่ให้เกิดการเหลื่อมล้ำหรือซ้อนทับกันระหว่างรูป และไม่ให้ช่องว่างในระนาบเหลืออยู่ ซึ่งอาจประกอบด้วยรูปเหลี่ยมด้านเท่า มุมเท่า ได้แก่ สามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม และหกเหลี่ยมด้านเท่า ดังรูป 4.6 – 4.8



รูป 4.6



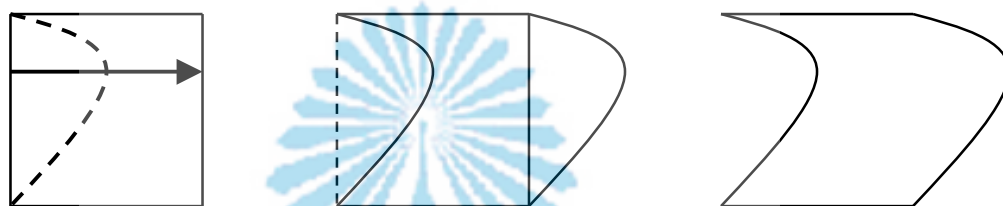
รูป 4.7



รูป 4.8

ความรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต สามารถนำไปใช้ในการสร้างรูปเพื่อประกอบเป็น  
 เทสเซลเลชันได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

การสร้างเทสเซลเลชันโดยใช้การเลื่อนขนาน



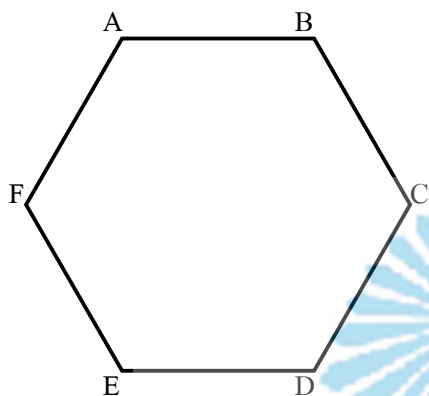
เมื่อนำภาพสุดท้ายมาเรียงประกอบกันจะเป็นเทสเซลเลชันดังรูป 4.9



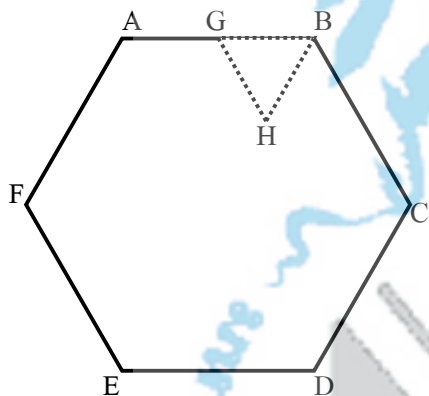
รูป 4.9



การสร้างทศเหลี่ยมชันโดยใช้การหมุน

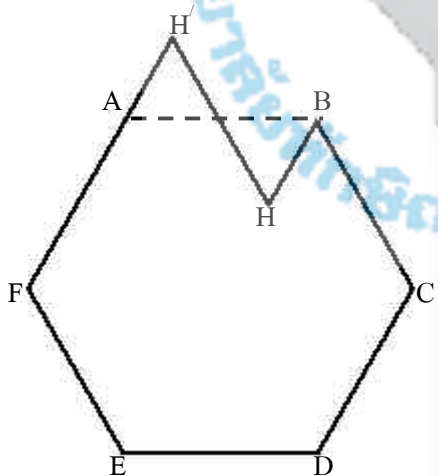


จากรูป ABCDEF เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า เราอาจใช้การแปลงทางเรขาคณิตไปสร้างรูป เพื่อประกอบเป็นทศเหลี่ยมชันได้ดังนี้



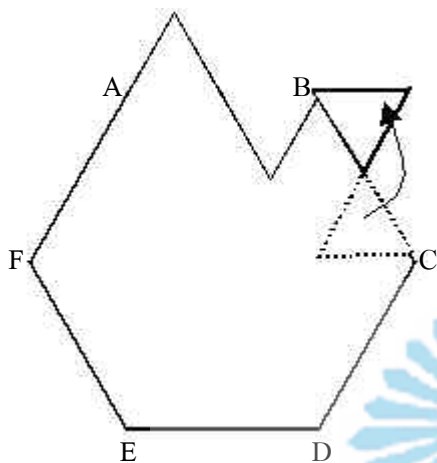
รูป 4.10

ขั้นที่ 1 จากรูปหกเหลี่ยมด้านเท่า ABCDEF แบ่งครึ่งด้าน AB ที่จุด G แล้วสร้างรูป สามเหลี่ยมด้านเท่า GHB ดังรูป 4.10 ตัดรูป  $\triangle GHB$



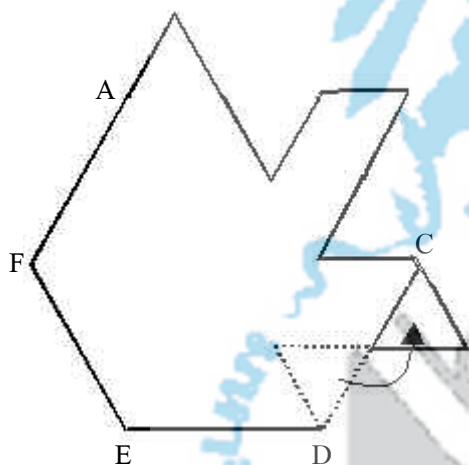
รูป 4.11

ขั้นที่ 2 หมุนรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า GHB ที่ได้จากข้อ 1 โดยใช้จุด G เป็นจุดหมุนใน ทิศทางทวนเข็มนาฬิกาด้วยมุมขนาด 180 องศา ดังรูป 4.11



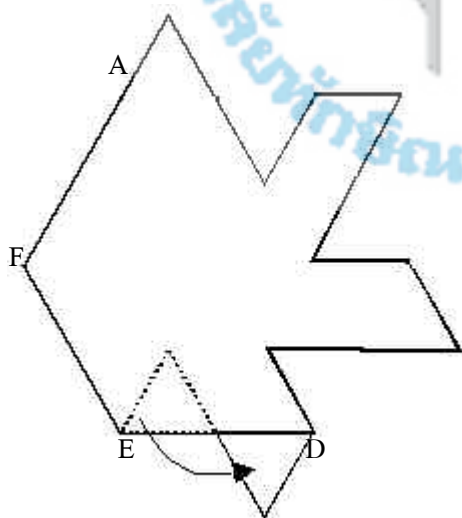
รูป 4.12

ชั้นที่ 3 ทำเช่นเดียวกับชั้นที่ 1 และ 2 บน  
ด้าน BC จะได้ดังรูป 4.12



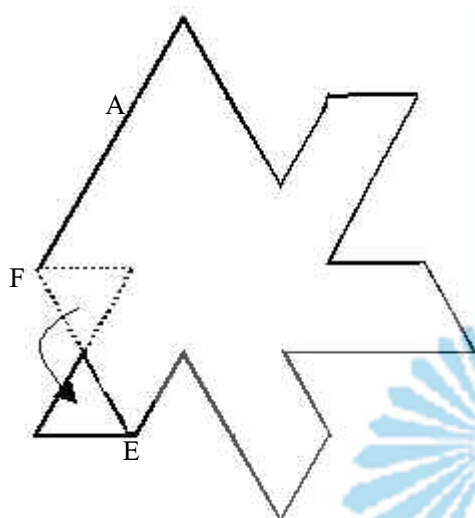
รูป 4.13

ชั้นที่ 4 ทำเช่นเดียวกับชั้นที่ 1 และ 2 บนด้าน  
CD จะได้ดังรูป 4.13



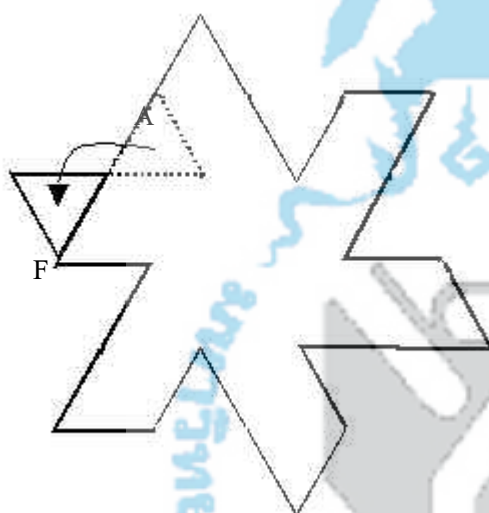
รูป 4.14

ชั้นที่ 5 ทำเช่นเดียวกับชั้นที่ 1 และ 2 บนด้าน  
DE จะได้ดังรูป 4.14



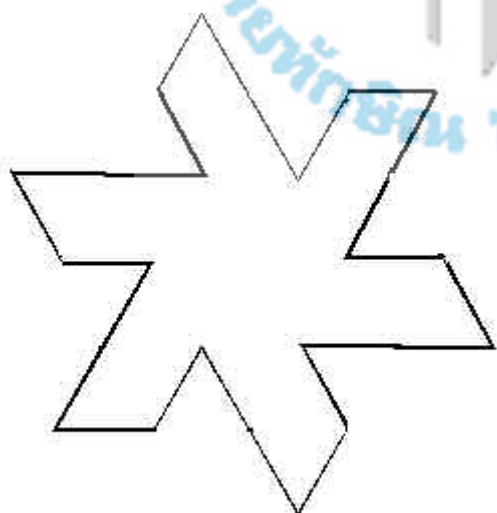
รูป 4.15

ขั้นที่ 6 ทำเช่นเดียวกับขั้นที่ 1 และ 2 บนด้าน EF  
จะได้ดังรูป 4.15



รูป 4.16

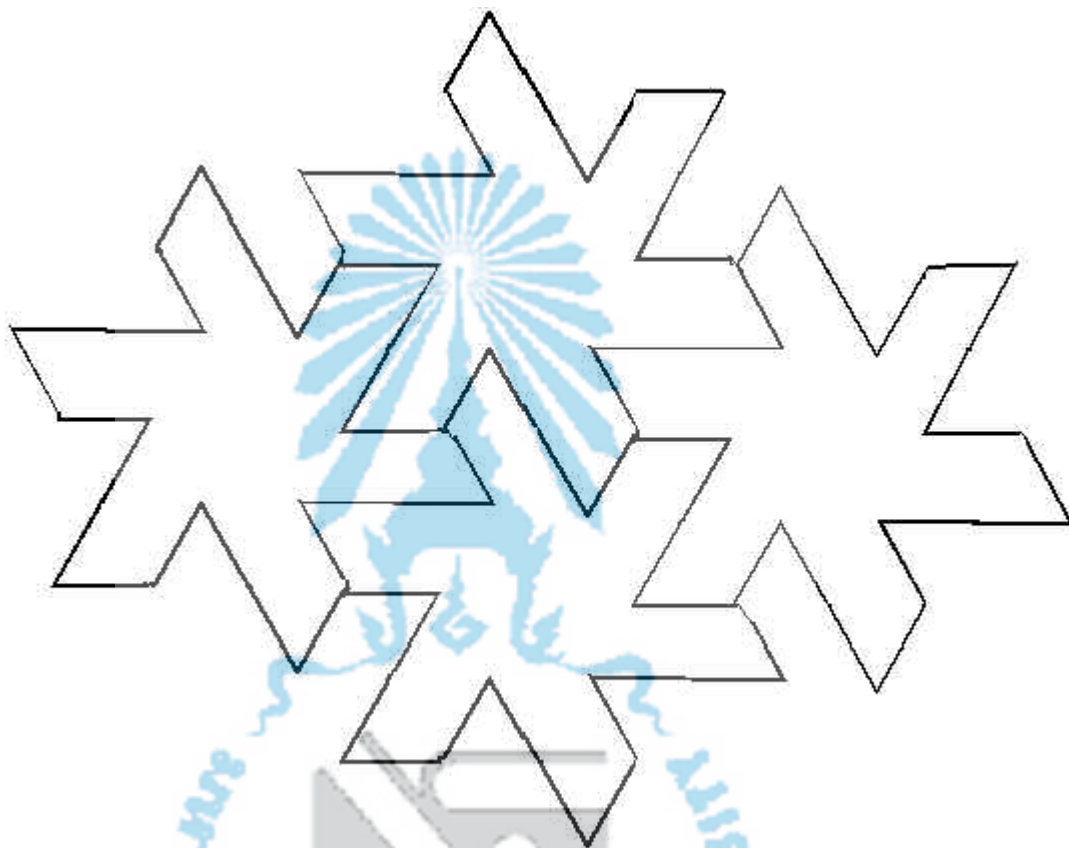
ขั้นที่ 7 ทำเช่นเดียวกับขั้นที่ 1 และ 2 บนด้าน  
FA จะได้ดังรูป 4.16



รูป 4.17

จะได้รูปสุดท้ายดังรูป จากนั้นนำรูปที่ได้มา  
เรียงประกอบกันเป็นเทสเซลชันดังรูป 4.17

จะได้ส่วนหนึ่งของทศเชลเลขันดังรูป 4.18 เมื่อระบายสีรูปด้วยสีต่าง ๆ ก็จะได้รูปภาพที่สวยงาม



รูป 4.18

ให้นักเรียนฝึกใช้ความรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตออกแบบทศเชลเลขัน โดยใช้รูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

The logo of Thaksin University is centered in the background. It features a blue sunburst at the top, a central emblem with a crown-like top and a shield-like base, and a circular border containing the university's name in Thai and English. The Thai text reads 'มหาวิทยาลัยทักษิณ' and the English text reads 'THAKSIN UNIVERSITY'.

**แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้**

**สาระการเปลี่ยนแปลงทางเรขาคณิต**

## แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3

เรื่องการเลื่อนขนาน

ชื่อกิจกรรม การเลื่อนขนานรูปตามทิศทางและระยะทางที่กำหนด

เวลา 1 ชั่วโมง

### จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายของการเลื่อนขนานได้
2. บอกได้ว่ารูปที่กำหนดให้เกิดจากการเลื่อนขนานหรือไม่

ด้านทักษะ / กระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถ

3. ในการให้เหตุผล
4. ในการสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ

ด้านคุณลักษณะ : นักเรียนมี

5. ความสามัคคีในการทำงาน
6. เจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

### สาระการเรียนรู้

การเลื่อนขนานเป็นการแปลงที่จับคู่จุดแต่ละจุดของรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดของรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบไปในทิศทางใดทิศทางหนึ่งด้วยระยะทางที่กำหนด โดยที่

- รูปที่ได้จากการเลื่อนขนานเท่ากันทุกประการกับรูปต้นแบบ
- จุดแต่ละจุดบนรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานจะห่างจากจุดที่สมนัยกันบนรูปต้นแบบ

เป็นระยะเท่ากัน

- ส่วนของเส้นตรงที่สมนัยกันของรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานจะ

ขนานกัน

### สื่อการเรียนรู้

1. บัตรกิจกรรม
2. รูปเรขาคณิต
3. ใบงาน 1 – A
4. แบบบันทึกกิจกรรม
5. แผ่นใสแบบซ้อนทับ
6. ตารางระนาบพิกัดฉาก
7. รูปเรขาคณิต

### แนวการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูให้นักเรียนช่วยกันคิดวิธีที่จะเลื่อนรูปเรขาคณิต และอุปกรณ์ต่าง ๆ โดยอนุญาตให้ถามข้อมูลที่ใช้ในการเลื่อนจากครูได้เพียงสองคำถาม โดยให้นักเรียนจับคู่ช่วยกันคิดคำถาม แล้วให้แต่ละคู่เสนอคำถาม และร่วมกันอภิปรายจนได้ข้อสรุปว่า การที่จะเลื่อนรูปให้ได้ตามที่ครูต้องการ จะต้องถามครูเกี่ยวกับทิศทางและระยะทางของการเลื่อน

2. ครูสาธิตการเลื่อนขนานรูปเรขาคณิตให้นักเรียนดู แล้วให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน พร้อมแจกรูปเรขาคณิตและตารางระบายสีที่คัดจากให้นักเรียนแต่ละกลุ่มลองเลื่อนขนานรูปเรขาคณิตไปตามทิศทางและระยะทางที่ครูกำหนด

3. ครูแจกบัตรกิจกรรมและแบบบันทึกกิจกรรม ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำกิจกรรมตามบัตรกิจกรรมเกี่ยวกับการเลื่อนขนาน โดยบันทึกผลลงในแบบบันทึกกิจกรรม แล้วร่วมกันอภิปรายผลการทำกิจกรรมจนได้ข้อสรุปว่า

การเลื่อนขนานเป็นการแปลงที่จับคู่จุดแต่ละจุดของรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดของรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบไปในทิศทางใดทิศทางหนึ่งด้วยระยะทางที่กำหนด โดยที่

- รูปที่ได้จากการเลื่อนขนานเท่ากันทุกประการกับรูปต้นแบบ
- จุดแต่ละจุดบนรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานจะห่างจากจุดที่สมนัยกันบนรูปต้นแบบ

เป็นระยะเท่ากัน

- ส่วนของเส้นตรงที่สมนัยกันของรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานจะ

ขนานกัน

4. ครูยกตัวอย่างรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนาน และรูปที่ไม่ได้เกิดจากการเลื่อนขนานให้นักเรียนร่วมกันพิจารณา ดังนี้

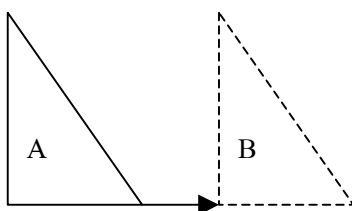


รูป 1

รูป 2

ครูใช้แผ่นใสแบบซ้อนทับอธิบายว่าจากตัวอย่างรูป 1 รูป B เป็นรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูป A เนื่องจากรูป B มีขนาดเท่ากับรูป A และจุดแต่ละจุดบนรูป B เกิดจากการเลื่อนจุดบนรูป A ไปในทิศทางเดียวกันและมีระยะทางเท่ากัน ดังรูป





รูป 1

ส่วนรูป 2 รูป B ไม่ได้เกิดจากการเลื่อนขนานรูป A เนื่องจากจุดแต่ละจุดบนรูป B ไม่ได้เกิดจากการเลื่อนจุดบนรูป A ไปในทิศทางเดียวกันและระยะทางเท่ากัน ดังรูป



รูป 2

5. ครูให้นักเรียนทำใบงาน 1 – A

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
1. สังเกตจากการอภิปรายภายในกลุ่ม	1. นักเรียนส่วนมากร่วมอภิปรายงานของกลุ่ม
2. ตรวจสอบผลการทำงาน การนำเสนอของงานของกลุ่ม	2. ผลงานของนักเรียนส่วนมาก หาผลสรุปได้ถูกต้อง
3. ตรวจสอบงาน 1 – A	3. โดยเฉลี่ยนักเรียนทำใบงาน 1 – A ได้ถูกต้องร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

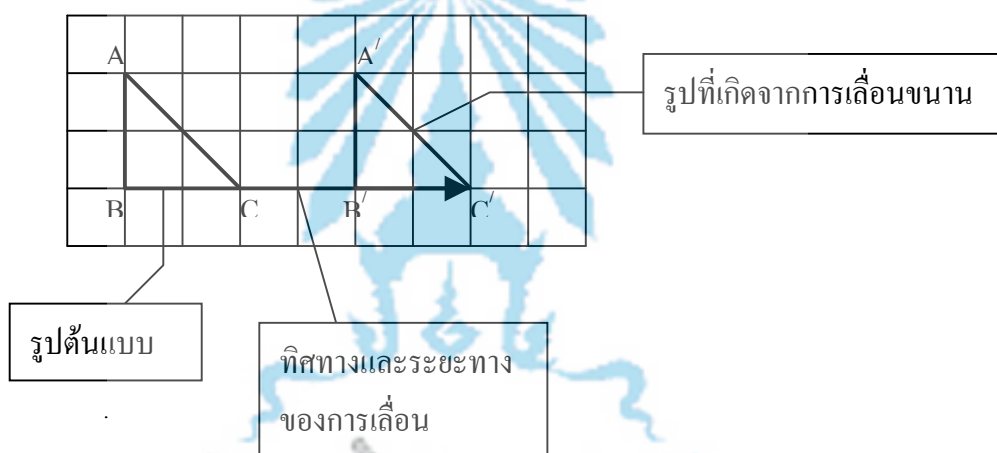


## ภาคผนวก

รายละเอียดของสื่อการเรียนรู้ เป็นดังนี้

### บัตรกิจกรรม

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณารูปการเลื่อนขนานต่อไปนี้แล้วตอบคำถาม



จากรูปจุด A สมัยกับจุด A' จุด B สมัยกับจุด B' จุด C สมัยกับจุด C'

### คำถาม

1. การเลื่อนขนานมีองค์ประกอบอะไรบ้าง
2. จากรูป  $\triangle ABC$  กับ  $\triangle A'B'C'$  มีขนาดเท่ากันหรือไม่
3. รูปต้นแบบกับรูปที่ได้จากการเลื่อนขนานมีขนาดสัมพันธ์กันอย่างไร
4. จากรูปหัวลูกศรที่แสดงทิศทางของการเลื่อนขนานชี้ไปทางด้านใด (บน / ล่าง / ซ้าย / ขวา)
5. ความยาวของลูกศรที่แสดงระยะทางของการเลื่อนเท่ากับกี่หน่วย
6. จากรูป จุด A ห่างจากจุด A' เป็นระยะทางกี่หน่วย  
จุด B ห่างจากจุด B' เป็นระยะทางกี่หน่วย  
จุด C ห่างจากจุด C' เป็นระยะทางกี่หน่วย
7. นักเรียนคิดว่าระยะทางระหว่างจุดที่สมัยกันของรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานมีความสัมพันธ์กับระยะทางของการเลื่อนอย่างไร

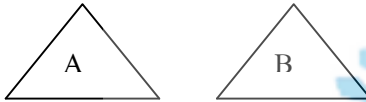


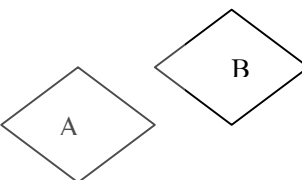
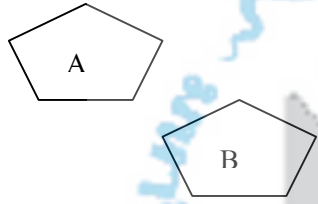
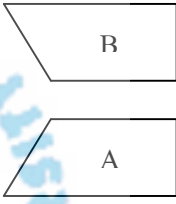

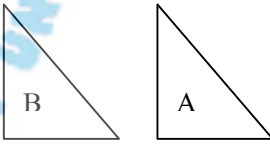
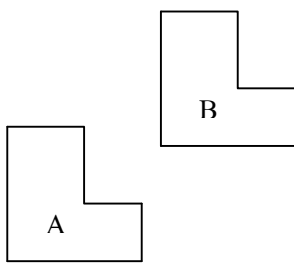
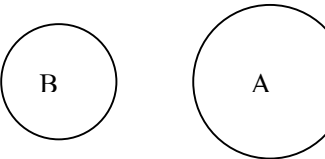
### แบบบันทึกกิจกรรม

1. การเลื่อนขนานมีองค์ประกอบดังนี้
    - 1.1.....
    - 1.2.....
    - 1.3.....
  2. จากรูป  $\triangle ABC$  กับ  $\triangle A'B'C'$  มีขนาด.....
  3. รูปต้นแบบกับรูปที่ได้จากการเลื่อนขนานมีขนาด.....
  4. จากรูปหัวลูกศรที่แสดงทิศทางของการเลื่อนขนานชี้ไปทางด้าน.....
  5. ความยาวของลูกศรที่แสดงระยะทางของการเลื่อนเท่ากับ.....หน่วย
  6. จากรูป จุด A ห่างจากจุด A' เป็นระยะทาง.....หน่วย  
 จุด B ห่างจากจุด B' เป็นระยะทาง.....หน่วย  
 จุด C ห่างจากจุด C' เป็นระยะทาง.....หน่วย
  7. ระยะทางระหว่างจุดที่สมนัยกันของรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานจะ.....  
 .....
- สมาชิกในกลุ่มที่.....
- |        |        |
|--------|--------|
| 1..... | 2..... |
| 3..... | 4..... |
| 5..... | 6..... |
| 7..... | 8..... |

### ใบงาน 1-A

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....

คำชี้แจง รูปที่กำหนดให้แต่ละข้อต่อไปนี้ รูป B เกิดจากการเลื่อนขนานรูป A ใช่หรือไม่

- (1)  ใช่      ไม่ใช่
- (2)  ใช่      ไม่ใช่
- (3)  ใช่      ไม่ใช่
- (4)  ใช่      ไม่ใช่
- (5)  ใช่      ไม่ใช่
- (6)  ใช่      ไม่ใช่
- (7)  ใช่      ไม่ใช่
- (8)  ใช่      ไม่ใช่
- (9)  ใช่      ไม่ใช่
- (10)  ใช่      ไม่ใช่

## แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3

เรื่องการเลื่อนขนาน

ชื่อกิจกรรม การเขียนรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนาน

เวลา 1 ชั่วโมง

### จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. เขียนรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานตามทิศทางและระยะทางของการเลื่อนที่กำหนดได้
2. บอกทิศทางและระยะทางของการเลื่อนขนานได้ เมื่อกำหนดรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานให้

ด้านทักษะ / กระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถ

3. ในการให้เหตุผล
4. ในการสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ

ด้านคุณลักษณะ : นักเรียนมี

5. ความสามัคคีในการทำงาน
6. ความรับผิดชอบ

### สาระการเรียนรู้

1. การเขียนรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานตามทิศทางและระยะทางที่กำหนด ทำได้
2. วิธี คือ

- 1.1 วิธีการเลื่อนรูปโดยใช้กระดาษลอกถ่าย
- 1.2 วิธีการเลื่อนรูปโดยพิจารณาทิศทางและระยะทางของการเลื่อน

2. การอธิบายลักษณะของการเลื่อนขนาน

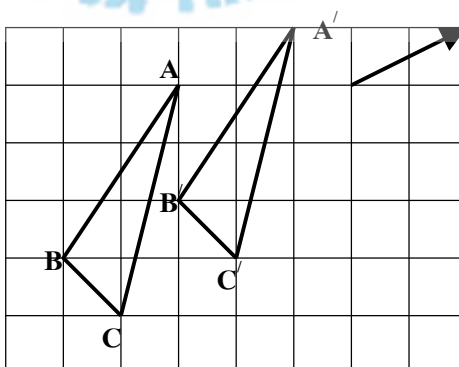
เมื่อกำหนดรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานมาให้ เราจะสามารถอธิบายลักษณะของการเลื่อนขนานได้ โดยการหาทิศทางและระยะทางของการเลื่อนขนาน ซึ่งทิศทางของการเลื่อนขนานสามารถพิจารณาได้จากทิศทางการเคลื่อนที่จากรูปต้นแบบไปยังรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนาน ในแนวนอน (ซ้าย/ขวา) และแนวตั้ง (บน/ล่าง) ส่วนระยะทางของการเลื่อนขนานพิจารณาจากระยะทางระหว่างด้านที่สมนัยกัน หรือระยะทางระหว่างจุดที่สมนัยกันของรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนาน

### สื่อการเรียนรู้

1. บัตรกิจกรรม
2. กระดาษลอกกลาย
3. ใบงาน 2 – A และ 2 – B
5. แผ่นใส
6. ปากกาเขียนแผ่นใส
7. สีเมจิก

### แนวการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับสมบัติของการเลื่อนขนาน โดยใช้คำถามดังนี้
  - การเลื่อนขนานรูปเรขาคณิตมีองค์ประกอบอะไรบ้าง
  - รูปต้นแบบกับรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานมีขนาดสัมพันธ์กันอย่างไร
  - ระยะทางระหว่างจุดที่สมนัยกันของรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานมีความสัมพันธ์กับระยะทางของการเลื่อนอย่างไร
2. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน แล้วแจกบัตรกิจกรรม พร้อมอุปกรณ์ในการเขียนรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานโดยใช้กระดาษลอกกลาย ให้นักเรียนทำกิจกรรมตามบัตรกิจกรรม แล้วส่งตัวแทนนำเสนอหน้าชั้นเรียน
3. ครูให้นักเรียนดูแผ่นใสที่มีรูปต้นแบบ ทิศทางและระยะทางของการเลื่อนขนาน แล้วให้นักเรียนช่วยกันคิดวิธีการเขียนรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนาน โดยไม่ใช้กระดาษลอกกลาย
4. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายจนได้ ข้อสรุปว่า การเขียนรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานโดยการพิจารณาทิศทางและระยะทางของการเลื่อนสามารถทำได้โดย พิจารณาทิศทางของการเลื่อนจากหัวลูกศรว่าชี้ไปทางใด และพิจารณาระยะทางของการเลื่อนจากความยาวของลูกศรว่ามีกี่หน่วย แล้วจึงเขียนจุดที่สมนัยกับจุดต้นแบบแต่ละจุดให้เคลื่อนที่ไปเท่ากับความยาวของลูกศร และทิศทางเดียวกับลูกศรชี้ ดังตัวอย่าง



รูป 1.3



5. ครูให้นักเรียนดูแผ่นใสที่มีรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนาน แล้วให้นักเรียนช่วยกันคิดว่าจะอธิบายลักษณะของการเลื่อนขนานได้อย่างไร โดยครูใช้คำถามดังนี้

- เราจะหาทิศทางของการเลื่อนของรูปได้อย่างไร
- รูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานอยู่ทางด้านใดของรูปต้นแบบ
- เราจะหาระยะทางของการเลื่อนได้อย่างไร
- รูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานอยู่ห่างจากรูปต้นแบบกี่หน่วย

แล้วร่วมกันอภิปรายจนได้ข้อสรุปว่า

เมื่อกำหนดรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานมาให้ เราจะสามารถอธิบายลักษณะของการเลื่อนขนานได้ โดยการหาทิศทางและระยะทางของการเลื่อนขนาน ซึ่งทิศทางของการเลื่อนขนานสามารถพิจารณาได้จากทิศทางเคลื่อนที่จากรูปต้นแบบไปยังรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนาน ในแนวนอน (ซ้าย/ขวา) และแนวตั้ง (บน/ล่าง) ส่วนระยะทางของการเลื่อนขนานพิจารณาจากระยะทางระหว่างด้านที่สมนัยกัน หรือระยะทางระหว่างจุดที่สมนัยกันของรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนาน

6. ครูให้นักเรียนทำใบงาน 2 – A และ 2 – B

#### การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
1. สังเกตจากการถาม-ตอบ และการร่วมอภิปรายในชั้นเรียน	1. นักเรียนส่วนมาก ถาม-ตอบและร่วมอภิปรายในชั้นเรียน
2. สังเกตจากการทำกิจกรรมของแต่ละคน	2. นักเรียนส่วนมาก ทำกิจกรรมที่ได้รับมอบหมายได้ครบถ้วน
3. ตรวจสอบผลการทำงาน การนำเสนอของนักเรียนในกลุ่ม	3. ผลงานของนักเรียนส่วนมาก หาผลสรุปได้ถูกต้อง
4. ตรวจสอบงาน 2 – A และ 2 – B	4. โดยเฉลี่ยนักเรียนทำใบงาน 2 – A และ 2 – B ได้ถูกต้องร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....



## ภาคผนวก

รายละเอียดของสื่อการเรียนรู้ เป็นดังนี้

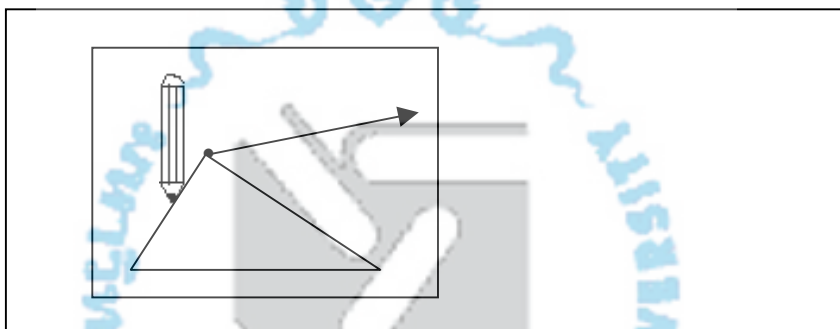
### บัตรกิจกรรม

**เรื่อง** การเขียนรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานโดยใช้กระดาษลอกลาย

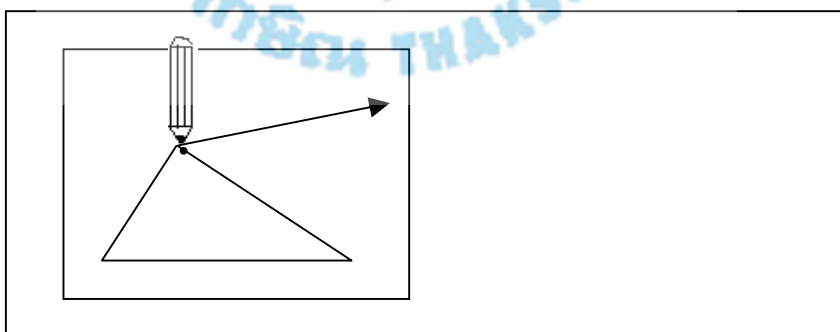
**อุปกรณ์** กระดาษลอกลาย แบบบันทึกกิจกรรม ดินสอ ไม้บรรทัด สีเมจิก

**วิธีดำเนินการ**

- นำกระดาษลอกลายทาบบนรูปต้นแบบ และวาดรูปบนกระดาษลอกลาย

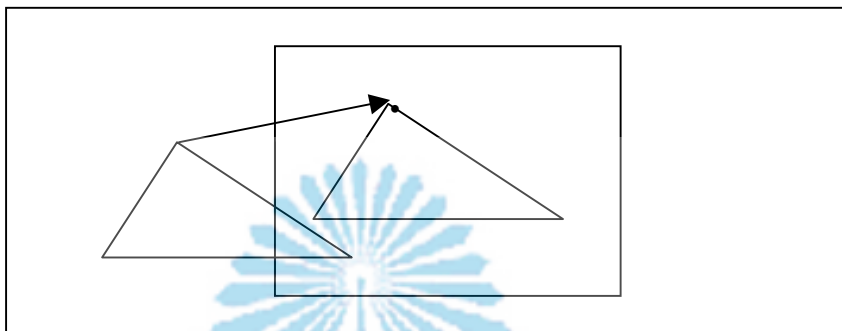


- เขียนจุดบนกระดาษลอกลายตรงจุดเริ่มต้นของลูกศร ดังรูป

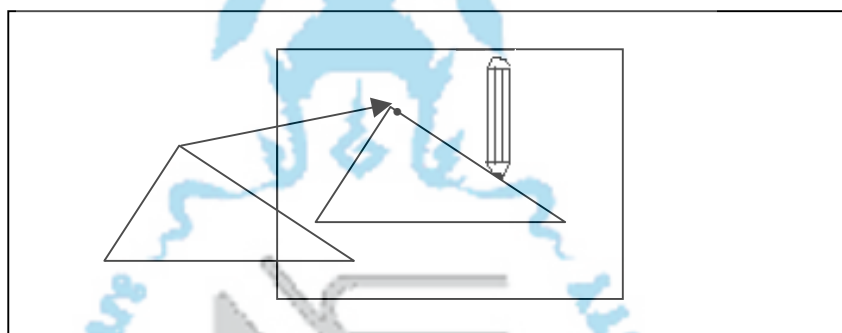


3. เลื่อนกระดาษลอกถ่ายให้จุดเริ่มต้นของลูกศรบนกระดาษลอกถ่ายมาอยู่ตรงปลาย

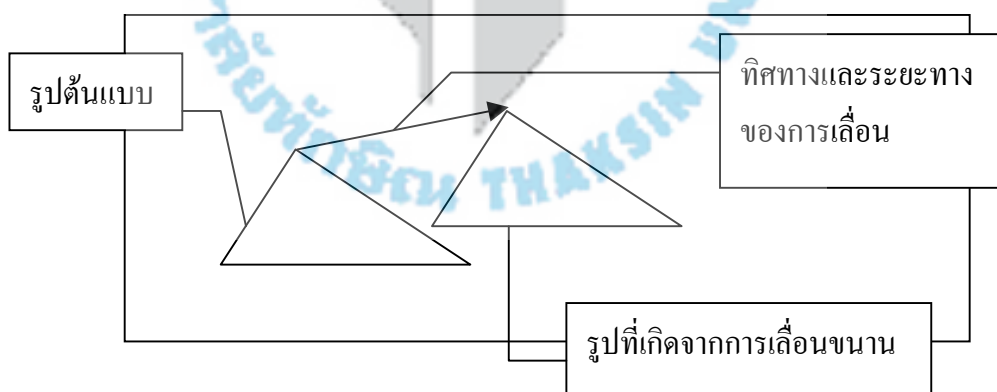
ลูกศร



4. ลอกรูปที่กระดาษลอกถ่ายลงบนกระดาษด้วยสีที่ต่างจากรูปต้นแบบ



5. จะได้รูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบตามทิศทางและระยะทางที่กำหนด



### แบบบันทึกกิจกรรม

เมื่อนักเรียนศึกษาบัตรกิจกรรมแล้ว ให้นักเรียนเขียนรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานจากรูปต้นแบบ ทิศทางและระยะทางที่กำหนดให้ต่อไปนี้ โดยใช้กระดาษลอกลาย

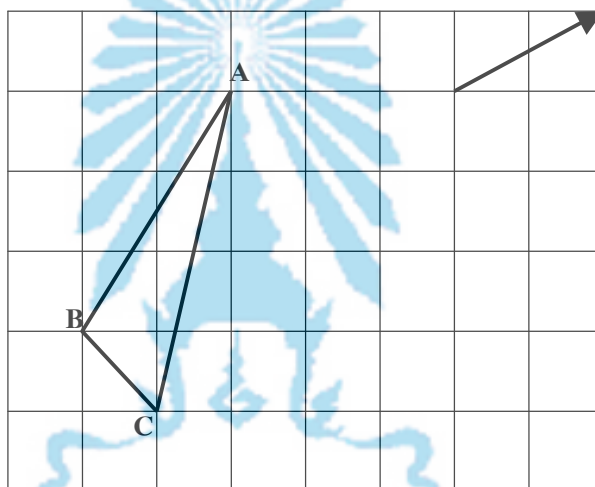


สมาชิกในกลุ่มที่.....

- |        |        |
|--------|--------|
| 1..... | 2..... |
| 3..... | 4..... |
| 5..... | 6..... |

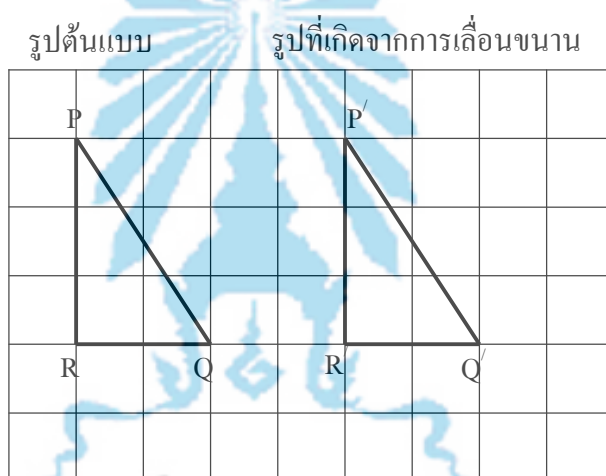
(แผ่นใส)

จากรูปต้นแบบ ทิศทางและระยะทางของการเลื่อนที่กำหนดต่อไปนี้ จะเขียนรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานได้อย่างไร



(แผ่นใส)

จากรูปต้นแบบ และรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานที่กำหนดต่อไปนี้ นักเรียนคิดว่า จะอธิบายลักษณะของการเลื่อนขนานได้อย่างไร



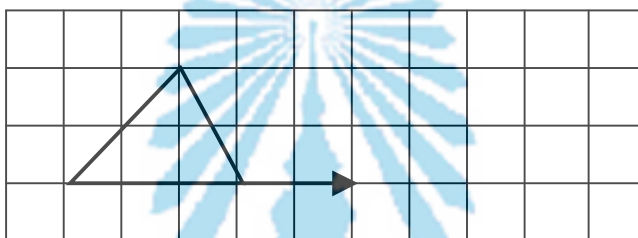


## ใบงาน 2 - A

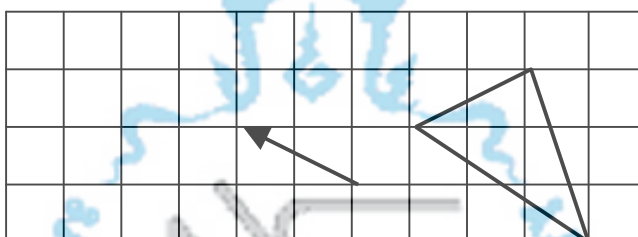
ชื่อ .....นามสกุล ..... ชั้น .....

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนวาดรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานตามทิศทางและระยะทางของการเลื่อนที่กำหนดไว้ในแต่ละข้อต่อไปนี้

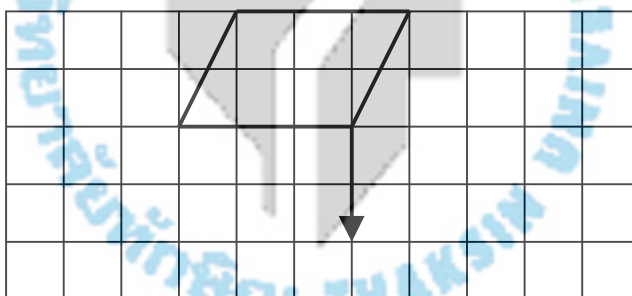
1.



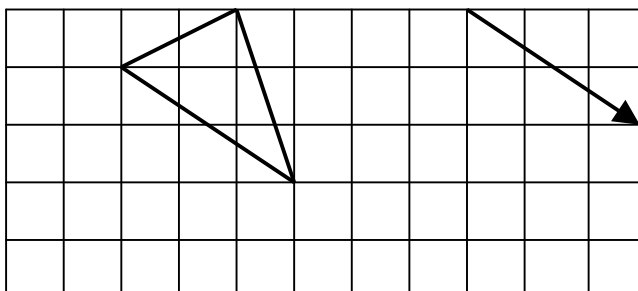
2.



3.



4.



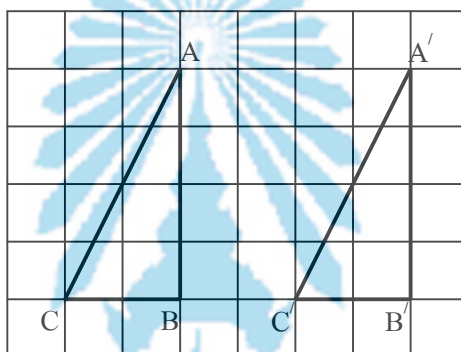
### ใบงาน 2 – B

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....

**คำชี้แจง** จงอธิบายลักษณะการเลื่อนขนานในแต่ละข้อต่อไปนี้

**ตัวอย่าง**

รูปต้นแบบ

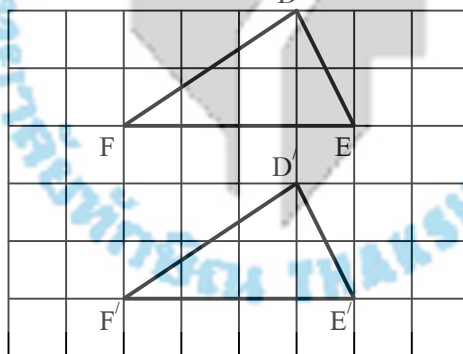


รูปที่เกิดจากการเลื่อนขนาน

อธิบายได้ว่า รูป  $\triangle A'B'C'$  เกิดจากการเลื่อนขนานรูป  $\triangle ABC$  ไปทางขวา 4 หน่วย

(1)

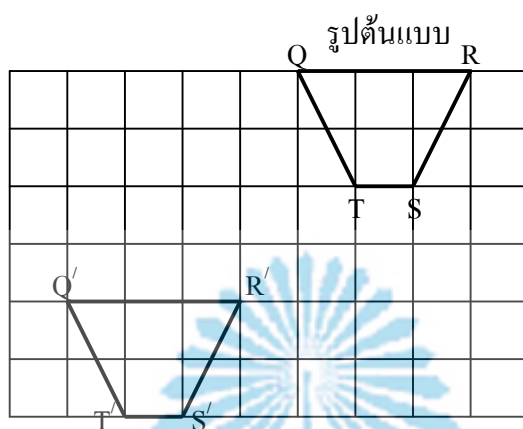
รูปต้นแบบ



รูปที่เกิดจากการเลื่อนขนาน

อธิบายได้ว่า.....  
 .....  
 .....

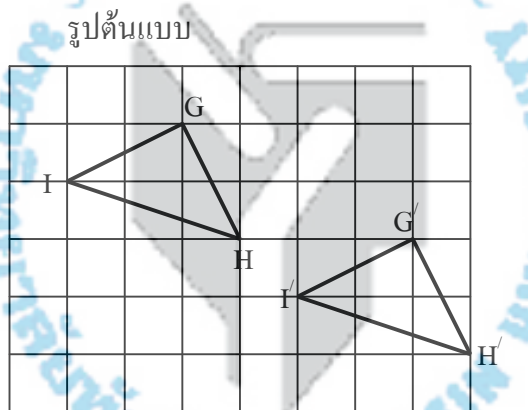
(2)



รูปที่เกิดจากการเลื่อนขนาน

อธิบายได้ว่า.....  
 .....  
 .....

(3)



รูปที่เกิดจากการเลื่อนขนาน

อธิบายได้ว่า.....  
 .....  
 .....

## แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3

เรื่อง การเลื่อนขนาน

ชื่อกิจกรรม การหาพิกัดของรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานบนระนาบพิกัดฉาก

เวลา 1 ชั่วโมง

### จุดประสงค์การเรียนรู้

#### ด้านความรู้ :

1. นักเรียนสามารถบอกพิกัดของรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานบนระนาบพิกัดฉากได้

#### ด้านทักษะ / กระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถ

2. ในการให้เหตุผล
3. ในการสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ

#### ด้านคุณลักษณะ : นักเรียน

4. มีความสามัคคีในการทำงาน
5. มีความรับผิดชอบ
6. เป็นคนช่างสังเกต

### สาระการเรียนรู้

การหาพิกัดของรูปเรขาคณิตที่เกิดจากการเลื่อนขนานตามทิศทางและระยะทางของการเลื่อนบนระนาบพิกัดฉาก สามารถพิจารณาได้จากทิศทางและระยะทางของการเลื่อนที่กำหนดโดยที่

- การเลื่อนขนานรูปในแนวอน ถ้าเลื่อนไปทางขวา สามารถหาพิกัดของจุดที่เกิดจากการเลื่อนขนานได้โดยเพิ่มพิกัดตัวหน้าเท่ากับระยะทางของการเลื่อน ถ้าเลื่อนไปทางซ้ายจะต้องลดพิกัดตัวหน้าเท่ากับระยะทางของการเลื่อน

- การเลื่อนขนานรูปในแนวขึ้น ถ้าเลื่อนขึ้นด้านบน สามารถหาพิกัดของจุดที่เกิดจากการเลื่อนขนานได้โดยเพิ่มพิกัดตัวหลังเท่ากับระยะทางของการเลื่อน ถ้าเลื่อนลงด้านล่างจะต้องลดพิกัดตัวหลังเท่ากับระยะทางของการเลื่อน

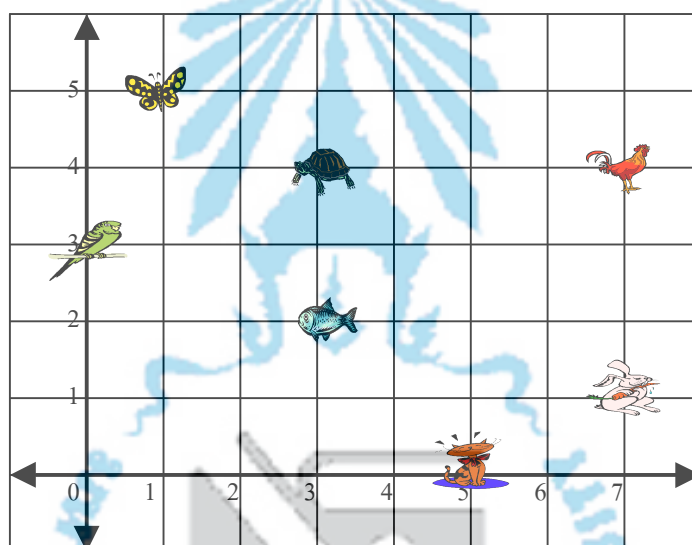
### สื่อการเรียนรู้

1. บัตรกิจกรรม
2. แบบบันทึกกิจกรรม
3. ใบงาน 3 – A
4. ตารางระนาบพิกัดฉาก

5. รูปเรขาคณิต
6. กระดาษลอกลาย
7. กรรไกร
8. แผ่นใสแสดงพิกัดของรูปสัตว์

### แนวการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับพิกัดของจุดบนระนาบพิกัดฉาก โดยให้นักเรียนดูแผ่นใสที่แสดงพิกัดของรูปสัตว์แล้วบอกพิกัดของรูปสัตว์ต่าง ๆ ดังนี้



2. ครูสาธิตการหาพิกัดของรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานให้นักเรียนดู แล้วให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน ครูแจกรูปเรขาคณิตและระนาบพิกัดฉากให้แต่ละกลุ่มช่วยกันหาพิกัดของรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานตามที่ครูกำหนด

3. ครูแจกบัตรกิจกรรมพร้อมอุปกรณ์ ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำกิจกรรมตามบัตรกิจกรรม แล้วบันทึกผลลงในแบบบันทึกกิจกรรม

4. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลจากการทำกิจกรรม จนได้ข้อสรุปว่าการหาพิกัดของรูปเรขาคณิตที่เกิดจากการเลื่อนขนานตามทิศทางและระยะทางของการเลื่อนบนระนาบพิกัดฉาก สามารถพิจารณาได้จากทิศทางและระยะทางของการเลื่อนที่กำหนดโดยที่

- การเลื่อนขนานรูปในแนวอน ถ้าเลื่อนไปทางขวา สามารถหาพิกัดของจุดที่เกิดจากการเลื่อนขนานได้โดยเพิ่มพิกัดตัวหน้าเท่ากับระยะทางของการเลื่อน ถ้าเลื่อนไปทางซ้ายจะต้องลดพิกัดตัวหน้าเท่ากับระยะทางของการเลื่อน

- การเลื่อนขนานรูปในแนวอื่น ถ้าเลื่อนขึ้นด้านบน สามารถหาพิกัดของจุดที่เกิดจากการเลื่อนขนานได้โดยเพิ่มพิกัดตัวหลังเท่ากับระยะทางของการเลื่อน ถ้าเลื่อนลงด้านล่างจะต้องลดพิกัดตัวหลังเท่ากับระยะทางของการเลื่อน

5. ครบยกตัวอย่างการหาพิกัดของรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนาน ดังนี้

ตัวอย่าง จุดยอดของรูป  $\triangle PQR$  คือ  $P(-2, 1)$ ,  $Q(2, 2)$  และ  $R(3, -1)$  จงสร้างรูป  $\triangle PQR$  แล้ววาดรูปสามเหลี่ยมที่เกิดจากการเลื่อนขนานไปทางขวา 2 หน่วย และขึ้นบน 3 หน่วย

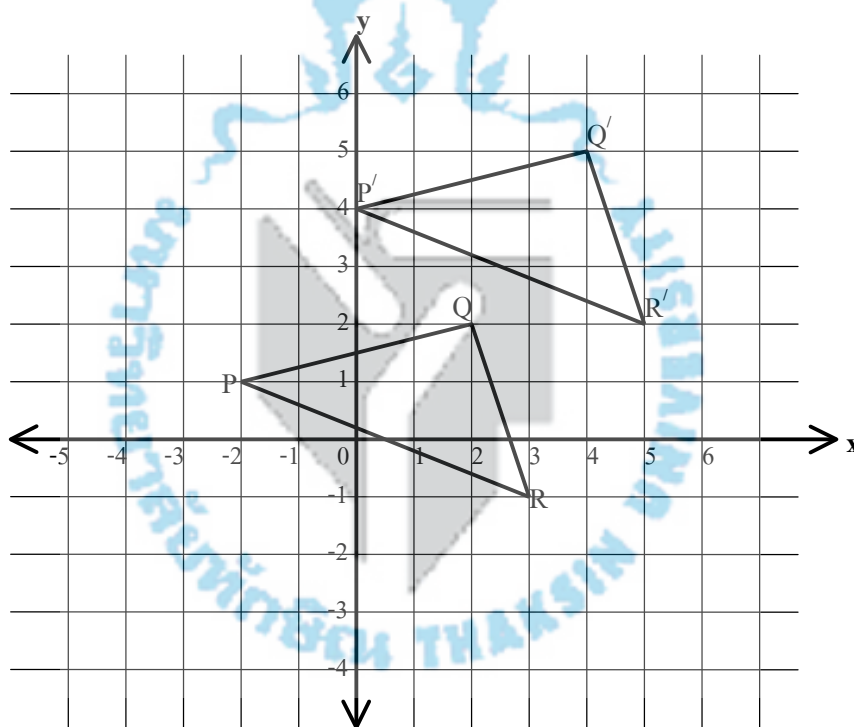
วิธีคิด หาค่าพิกัดของจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมใหม่ ดังนี้

จุด  $P(-2, 1)$  เพิ่มพิกัดหน้า 2 หน่วยและเพิ่มพิกัดหลัง 3 หน่วยจะได้จุดยอดใหม่  $P'(0, 4)$

จุด  $Q(2, 2)$  เพิ่มพิกัดหน้า 2 หน่วยและเพิ่มพิกัดหลัง 3 หน่วยจะได้จุดยอดใหม่  $Q'(4, 5)$

จุด  $R(3, -1)$  เพิ่มพิกัดหน้า 2 หน่วยและเพิ่มพิกัดหลัง 3 หน่วยจะได้จุดยอดใหม่  $R'(5, 2)$

ค่าพิกัดของจุดยอดใหม่ คือ  $P'(0, 4)$ ,  $Q'(4, 5)$ ,  $R'(5, 2)$  เขียนกราฟของจุด  $P'$ ,  $Q'$  และ  $R'$  แล้ววาดรูป  $\triangle P'Q'R'$  ดังนี้



6. ครูให้นักเรียนทำใบงาน 3 – A เกี่ยวกับการหาพิกัดของรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนาน

## การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
1. สังเกตจากการถาม-ตอบ และการร่วมอภิปรายในชั้นเรียน	1. นักเรียนส่วนมาก ถาม-ตอบและร่วมอภิปรายในชั้นเรียน
2. สังเกตจากการอภิปรายภายในกลุ่ม	2. นักเรียนส่วนมาก ร่วมอภิปรายงานของกลุ่ม
3. ตรวจสอบผลการทำงาน การนำเสนอของนักเรียนในกลุ่ม	3. ผลงานของนักเรียนส่วนมาก หาผลสรุปได้ถูกต้อง
4. ตรวจสอบงาน 3 – A	4. โดยเฉลี่ยนักเรียนทำใบงาน 3 – A ได้ถูกต้องร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

## บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....



## ภาคผนวก

รายละเอียดของสื่อการเรียนรู้ เป็นดังนี้

### บัตรกิจกรรม

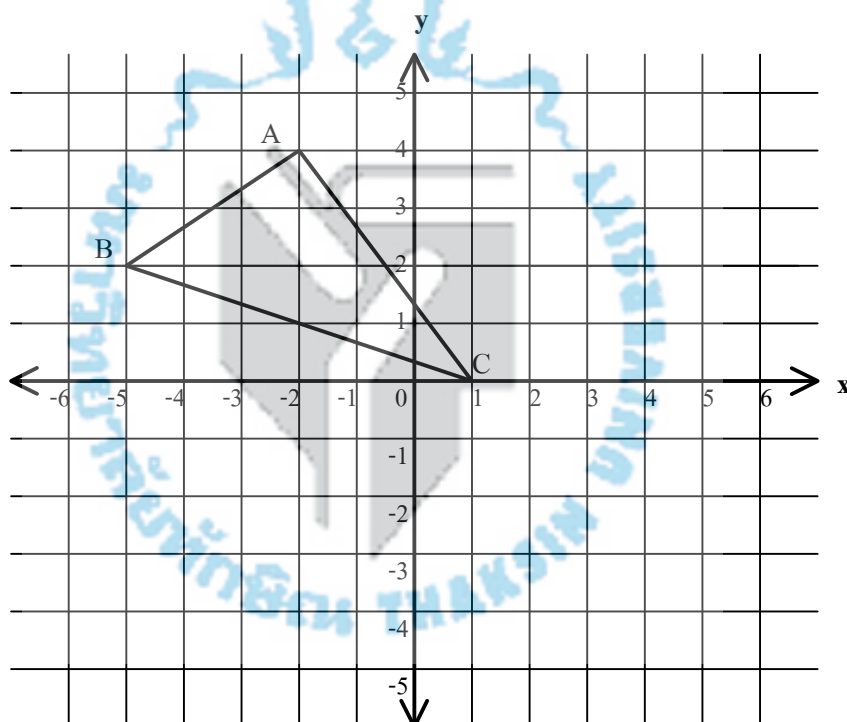
ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

**กิจกรรมเรื่อง** การเลื่อนขนานบนระนาบพิกัดฉาก

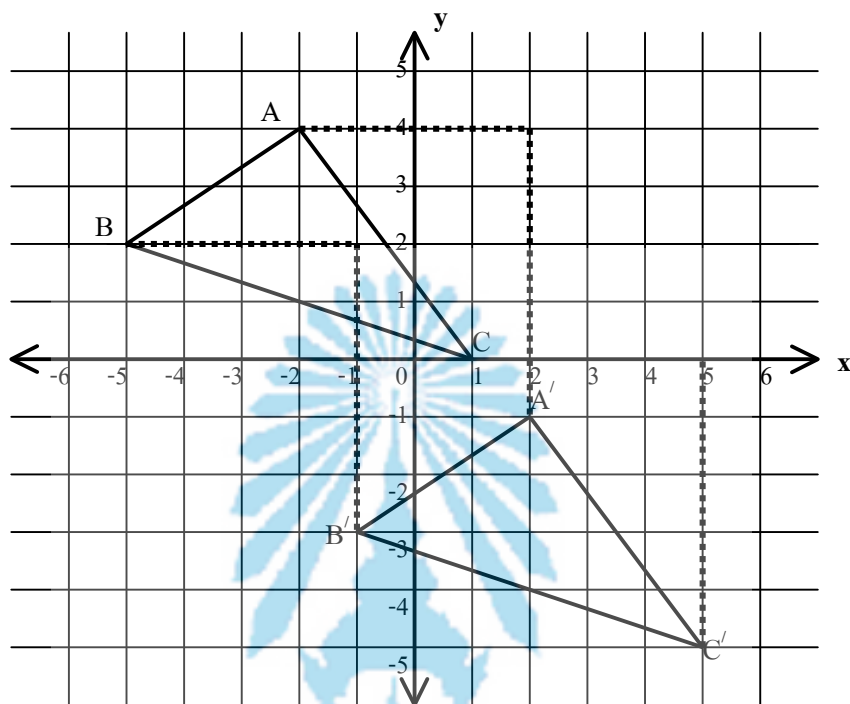
**อุปกรณ์** แผ่นใสบันทึกกิจกรรม สันตรง ปากกาเขียนแผ่นใส กรรไกร

**วิธีดำเนินการ**

1. วาดรูป  $\triangle ABC$  ลงในแบบบันทึกกิจกรรม ให้มีจุดยอด  $A(-2, 4)$ ,  $B(-5, 2)$  และ  $C(1, 0)$  บนระนาบพิกัดฉาก



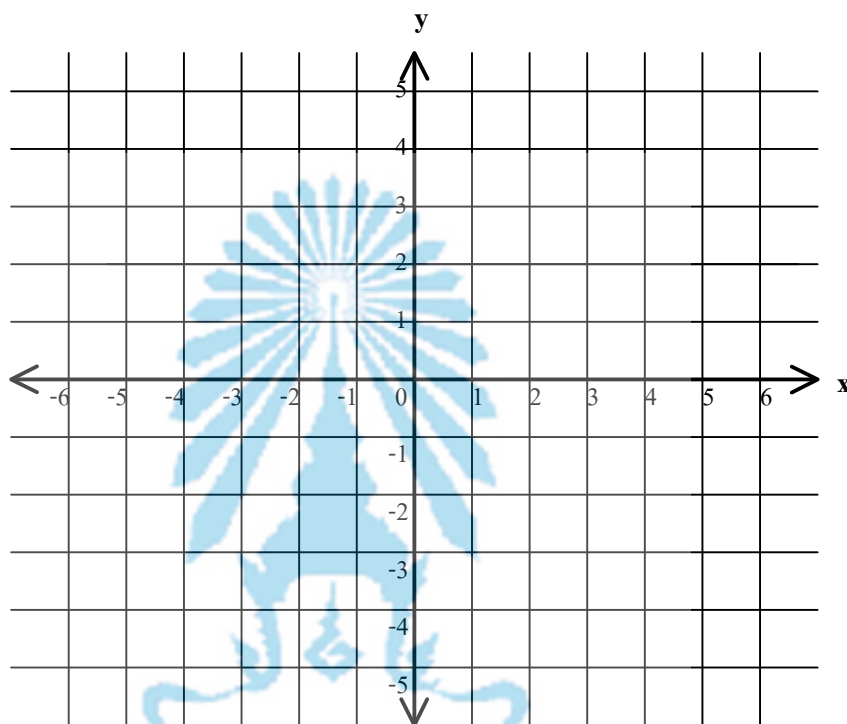
2. ใช้กระดาษลอกถ่ายลอกรูป  $\triangle ABC$  แล้วตัดออกมา
3. นำรูปที่ตัดออกมาทาบไปบนรูป  $\triangle ABC$  แล้วเลื่อนขนานไปทางขวา 4 หน่วย และเลื่อนขนานลงข้างล่าง 5 หน่วย วาดรูปใหม่ด้วยสีที่ต่างจากรูปเดิม



### คำถามท้ายกิจกรรม

1. พิกัดของจุดยอดทั้งสามจุดของรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานมีอะไรบ้าง
2. เปรียบเทียบค่าพิกัดของจุดยอดของรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานกับค่าพิกัดของจุดยอดของรูปเดิม นักเรียนสังเกตเห็นอะไรบ้าง

### แบบบันทึกกิจกรรม



#### ตอบคำถามท้ายกิจกรรม

1. พิกัดจุดยอดทั้งสามจุดของรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานคือ.....

.....

2. จากการเปรียบเทียบระหว่างค่าพิกัดจุดยอดของรูปต้นแบบกับรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนาน จะได้ว่า

จุด A ( , ) เลื่อนขนานไปเป็นจุด A' ( , )

จุด B ( , ) เลื่อนขนานไปเป็นจุด B' ( , )

จุด C ( , ) เลื่อนขนานไปเป็นจุด C' ( , )

สรุปได้ว่า พิกัดของรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานเกิดจาก.....

.....

สมาชิกในกลุ่มที่.....

1.....

2.....

3.....

4.....

5.....

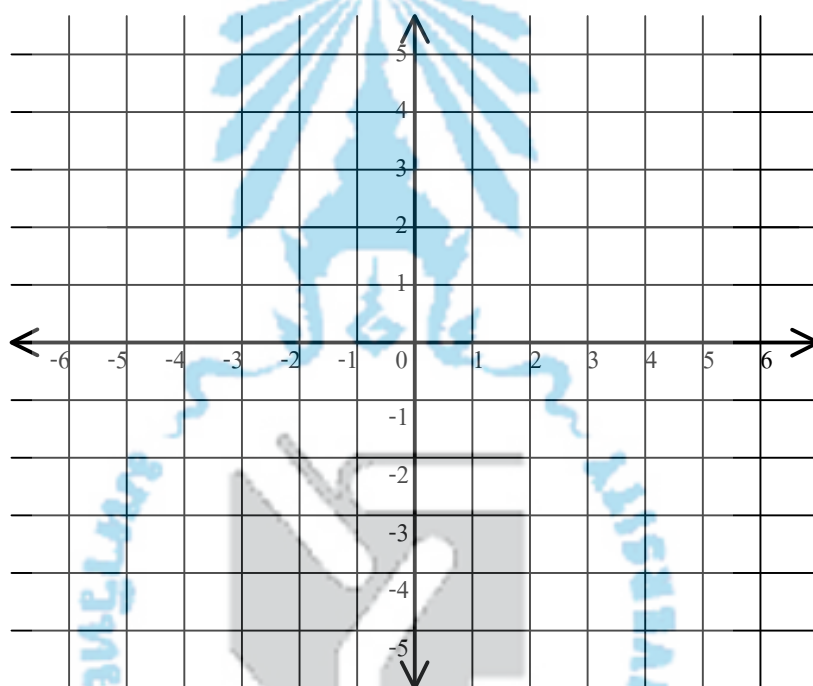
6.....

### ใบงาน 3 – A

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำกิจกรรมในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. จงสร้างรูป  $ABCD$  ที่มีจุดยอด  $A(1, 3)$ ,  $B(5, 3)$ ,  $C(4, 1)$  และ  $D(2, 1)$  แล้วหาพิกัดจุดยอดของ  $A'B'C'D'$  ที่เกิดจากการเลื่อนขนาน  $ABCD$  ไปทางซ้าย 6 หน่วย และเลื่อนลงด้านล่าง 2 หน่วย และวาดรูป  $A'B'C'D'$



พิกัดจุด  $A'$  คือ.....

พิกัดจุด  $B'$  คือ.....

พิกัดจุด  $C'$  คือ.....

พิกัดจุด  $D'$  คือ.....

2. รูปสามเหลี่ยม  $PQR$  มีจุดยอด  $P(2, 1)$ ,  $Q(4, 3)$  และ  $R(2, 5)$  จงหาค่าพิกัดของจุดยอด  $P'Q'R'$  หลังจากเลื่อนขนานไปทางขวา 2 หน่วย และเลื่อนขึ้นด้านบน 3 หน่วย

พิกัดจุด  $P'$  คือ.....

พิกัดจุด  $Q'$  คือ.....

พิกัดจุด  $R'$  คือ.....

## แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3

เรื่อง การหมุน

ชื่อกิจกรรม การหมุนรูปต้นแบบตามจุดหมุนและมุมของการหมุนที่กำหนด

เวลา 1 ชั่วโมง

### จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายของการหมุนได้
2. บอกได้ว่ารูปที่กำหนดให้เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบหรือไม่
3. บอกได้ว่ารูปเรขาคณิตที่กำหนดให้มีสมมาตรแบบหมุนหรือไม่

ด้านทักษะ / กระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถ

5. ในการให้เหตุผล
6. ในการสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ

ด้านคุณลักษณะ : นักเรียน

7. มีความสามัคคีในการทำงาน
8. เป็นคนช่างสังเกต

### สาระการเรียนรู้

การหมุนเป็นการแปลงที่จับคู่จุดแต่ละจุดของรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดของรูปที่เกิดจากการหมุน โดยที่

- รูปที่เกิดจากการหมุนเท่ากันทุกประการกับรูปต้นแบบ
- จุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบเคลื่อนที่รอบจุดหมุนด้วยขนาดของมุมที่กำหนด
- จุดที่เกิดจากการหมุนจุดต้นแบบเป็นจุดที่สมนัยกับจุดต้นแบบนั้น สำหรับจุดสมนัย

กันแต่ละคู่ระยะทางจากจุดต้นแบบถึงจุดหมุนเท่ากับระยะทางจากจุดสมนัยถึงจุดหมุน

- เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดต้นแบบและจุดที่สมนัย จะผ่านจุดหมุน

- เมื่อทำการหมุน จุดหมุนไม่เปลี่ยนตำแหน่ง จุดหมุนจึงเป็นจุดคงที่

รูปที่มีจุดหมุนอยู่บนรูป ซึ่งหลังจากการหมุนรอบจุดนั้นเป็นมุมน้อยกว่า  $360^\circ$  แล้วรูปใหม่ที่เกิดจากการหมุนมีลักษณะเหมือนรูปต้นแบบ เรียกว่ารูปดังกล่าวมี สมมาตรแบบหมุน

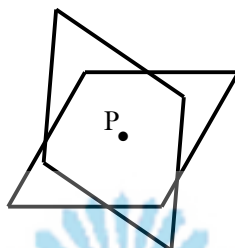
## สื่อการเรียนรู้

1. บัตรกิจกรรม 1 และ 2
2. แบบบันทึกกิจกรรม
3. ใบงาน 4 – A และ 4 – B
4. สั้นตรง
5. เข็มหมุด
6. กระดาษลอกลาย
7. พดคลี่

## แนวการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับขนาดของมุม  $90^\circ$  ,  $180^\circ$  ,  $270^\circ$  และ  $360^\circ$  โดยใช้พดคลี่แสดงขนาดของมุม
2. ครูสาธิตการหมุนให้นักเรียนดู แล้วให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน ครูแจกอุปกรณ์การหมุนให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันหมุนรูปเรขาคณิต ตามจุดหมุนและมุมของการหมุนที่กำหนด
3. ครูแจกบัตรกิจกรรม 1 พร้อมอุปกรณ์ ให้แต่ละกลุ่มทำกิจกรรมตามบัตรกิจกรรม 1 โดยบันทึกผลลงในแบบบันทึกกิจกรรม 1 แล้วร่วมกันอภิปรายจนได้ข้อสรุปว่าการหมุนเป็นการแปลงที่จับคู่จุดแต่ละจุดของรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดของรูปที่เกิดจากการหมุน โดยที่
  - รูปที่เกิดจากการหมุนเท่ากันทุกประการกับรูปต้นแบบ
  - จุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบเคลื่อนที่รอบจุดหมุนด้วยขนาดของมุมที่กำหนด
  - จุดที่เกิดจากการหมุนจุดต้นแบบเป็นจุดที่สมนัยกับจุดต้นแบบนั้น สำหรับจุดสมนัยกันแต่ละคู่ระยะทางจากจุดต้นแบบถึงจุดหมุนเท่ากับระยะทางจากจุดสมนัยถึงจุดหมุน
  - เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดต้นแบบและจุดที่สมนัย จะผ่านจุดหมุน
  - เมื่อทำการหมุน จุดหมุนไม่เปลี่ยนตำแหน่ง จุดหมุนจึงเป็นจุดคงที่
4. ครูอธิบายเกี่ยวกับจุดหมุนว่า ในการหมุนรูปสามารถกำหนดจุดหมุนได้ 2 ลักษณะ คือ กำหนดจุดหมุนอยู่บนรูปหรือจุดหมุนอยู่นอกรูป และยกตัวอย่างประกอบโดยใช้แผ่นใสแบบซ้อนทับ ดังนี้

## ตัวอย่าง 1



จากรูปจุด P เป็นจุดหมุนที่อยู่บนรูป

## ตัวอย่าง 2



จากรูปจุด M เป็นจุดหมุนที่อยู่นอกรูป

5. ครูแจกบัตรกิจกรรม 2 พร้อมอุปกรณ์ ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำกิจกรรมตามบัตรกิจกรรม 2 และบันทึกผลลงในแบบบันทึกกิจกรรม 2

6. แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลการทำกิจกรรมตามบัตรกิจกรรม 2 แล้วร่วมกันอภิปรายจนได้ข้อสรุปว่า

รูปที่มีจุดหมุนอยู่บนรูป ซึ่งหลังจากการหมุนรอบจุดนั้นเป็นมุมน้อยกว่า  $360^\circ$  แล้วรูปใหม่ที่เกิดจากการหมุนมีลักษณะเหมือนรูปต้นแบบ เรียกว่ารูปดังกล่าวมี สมมาตรแบบหมุน

7. ครูให้นักเรียนทำใบงาน 4 – A



## การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
1. สังเกตจากการอภิปรายภายในกลุ่ม	1. นักเรียนส่วนมาก ร่วมอภิปรายงานของกลุ่ม
2. ตรวจสอบผลการทำงาน การนำเสนอของนักเรียนในกลุ่ม	2. ผลงานของนักเรียนส่วนมาก หาผลสรุปได้ถูกต้อง
3. ตรวจสอบงาน 4-A	3. โดยเฉลี่ยนักเรียนทำใบงาน 4-A ได้ถูกต้องร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

## บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

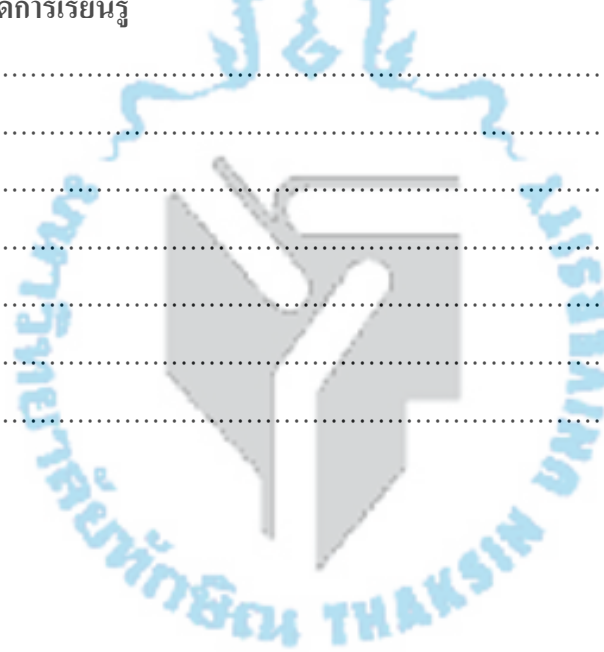
.....

.....

.....

.....

.....

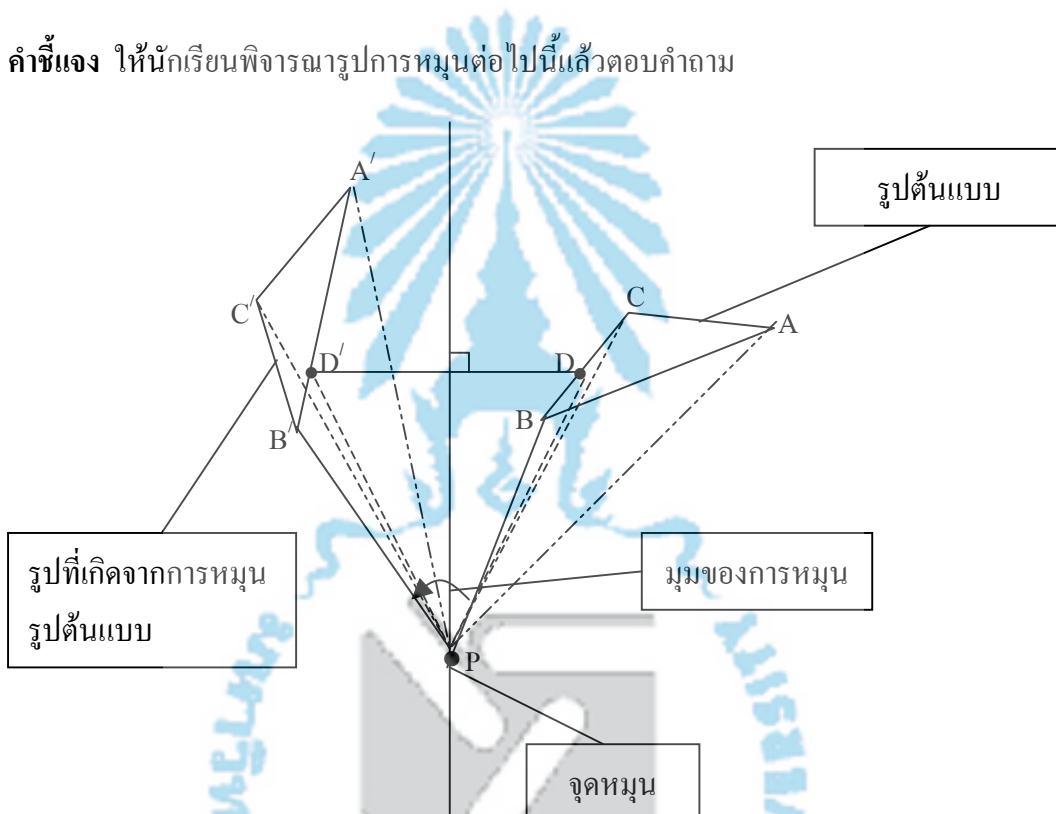


## ภาคผนวก

รายละเอียดของสื่อการเรียนรู้ เป็นดังนี้

### บัตรกิจกรรม 1

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณารูปการหมุนต่อไปนี้แล้วตอบคำถาม



คำถามท้ายกิจกรรม

1. ในการหมุนรูปมีองค์ประกอบอะไรบ้าง
2. รูปต้นแบบกับรูปที่เกิดจากการหมุนมีขนาดเท่ากันหรือไม่
3. จุดที่สมนัยกันของรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการหมุนมีอะไรบ้าง
4.  $\overline{AP}$  กับ  $\overline{A'P}$  ,  $\overline{BP}$  กับ  $\overline{B'P}$  ,  $\overline{CP}$  กับ  $\overline{C'P}$  และ  $\overline{DP}$  กับ  $\overline{D'P}$  แต่ละคู่มีความยาวสัมพันธ์กันอย่างไร
5. ให้นักเรียนวัดขนาดของ  $\angle APA'$  ,  $\angle BPB'$  ,  $\angle CPC'$  และ  $\angle DPD'$  มุมทั้ง 4 มีขนาดสัมพันธ์กันอย่างไร
6. ส่วนของเส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ  $DD'$  สัมพันธ์กับจุด P อย่างไร
7. ในการหมุน จุด P เปลี่ยนตำแหน่งไปหรือไม่

### แบบบันทึกกิจกรรม 1

1. ในการหมุนรูปจะต้องประกอบด้วย.....  
.....
2. รูปต้นแบบกับรูปที่เกิดจากการหมุนมีขนาด.....
3. จุดที่สมนัยกันของรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการหมุนมี.....  
.....
4.  $\overline{AP}$  กับ  $\overline{A'P}$  ,  $\overline{BP}$  กับ  $\overline{B'P}$  ,  $\overline{CP}$  กับ  $\overline{C'P}$  และ  $\overline{DP}$  กับ  $\overline{D'P}$  แต่ละคู่มีความยาว.....  
.....
5.  $\angle A'PA'$  ,  $\angle B'PB'$  ,  $\angle C'PC'$  และ  $\angle D'PD'$  มีขนาด.....
6. เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ  $\overline{DD'}$  สัมพันธ์กับจุด P โดย.....  
.....
7. ในการหมุน จุด P .....

สมาชิกในกลุ่มที่.....

- |        |        |
|--------|--------|
| 1..... | 2..... |
| 3..... | 4..... |
| 5..... | 6..... |

## บัตรกิจกรรม 2

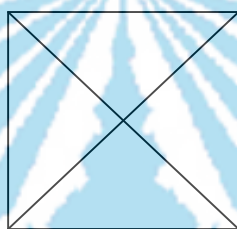
ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

กิจกรรมเรื่อง การสมมาตรแบบหมุน

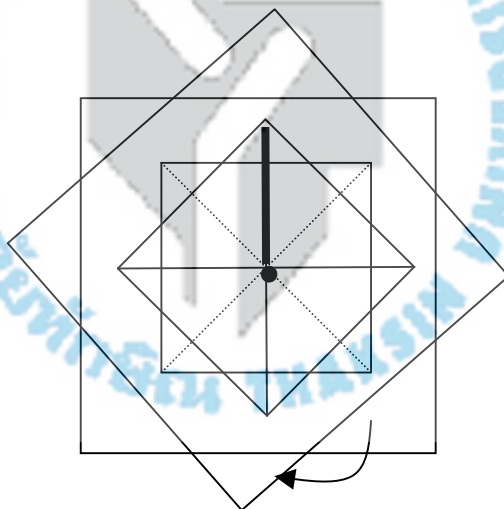
อุปกรณ์ สันตรง ดินสอ เข็มหมุด กระดาษลอกลาย กระดาษ ไม้บรรทัด

วิธีดำเนินการ

1. ลากเส้นทแยงมุมบนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งสองเส้น ในแบบบันทึกกิจกรรม 2



2. วางกระดาษลอกลายบนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แล้วลอกรูป
3. จุดที่เส้นทแยงมุมตัดกัน เรียกว่าจุดศูนย์กลาง ปักเข็มหมุดผ่านจุดศูนย์กลาง เพื่อตรึงรูปทั้งสองให้อยู่ด้วยกัน
4. หมุนรูปบน จุดบันทึกว่ารูปบนซ้อนทับรูปล่างพอดีกี่ครั้ง



คำถามท้ายกิจกรรม

1. รูปบนซ้อนรูปล่างพอดีเมื่อหมุนครบรอบกี่ครั้ง (ไม่นับรูปเริ่มต้นสองครั้ง)
2. แบ่งมุม  $360^\circ$  ตามจำนวนครั้งที่รูปซ้อนกันพอดี นี่คือนุมแรกของการหมุน มุมของการหมุนอื่นๆ คือนุมใด

## แบบบันทึกกิจกรรม 2



### ตอบคำถามท้ายกิจกรรม

1. รูปบนซ้อนรูปล่างพอดีเมื่อหมุนครบรอบ.....ครั้ง (ไม่นับรูปเริ่มต้นสองครั้ง)
3. แบ่งมุม  $360^\circ$  ตามจำนวนครั้งที่รูปซ้อนกันพอดี มุมแรกของการหมุนคือมุม..... องศา มุมของการหมุนอื่น ๆ คือ.....

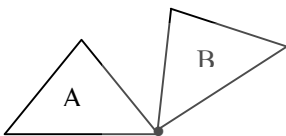
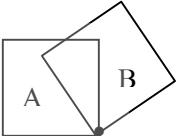
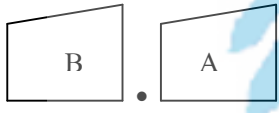
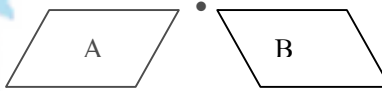
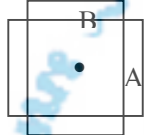
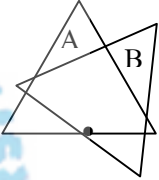
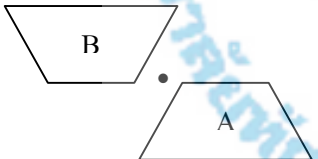
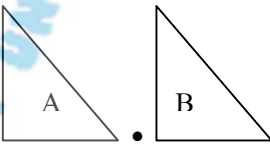
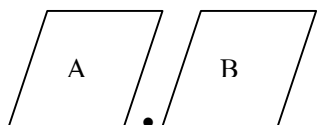
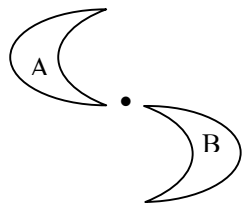
สมาชิกในกลุ่มที่.....

- |        |        |
|--------|--------|
| 1..... | 2..... |
| 3..... | 4..... |
| 5..... | 6..... |

### ใบงาน 4-A

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....


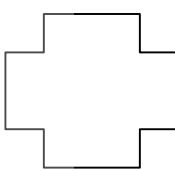
คำชี้แจง รูปที่กำหนดให้แต่ละข้อต่อไปนี้ รูป B เกิดจากการหมุนรูป A ใช่หรือไม่

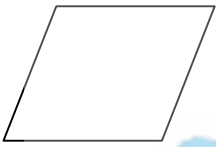
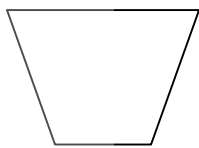
- (1)  (2) 
- ใช่      ไม่ใช่      ใช่      ไม่ใช่
- 
- (3)  (4) 
- ใช่      ไม่ใช่      ใช่      ไม่ใช่
- 
- (5)  (6) 
- ใช่      ไม่ใช่      ใช่      ไม่ใช่
- 
- (7)  (8) 
- ใช่      ไม่ใช่      ใช่      ไม่ใช่
- 
- (9)  (10) 
- ใช่      ไม่ใช่      ใช่      ไม่ใช่

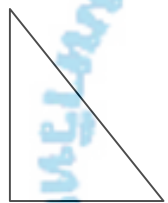
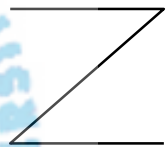
### ใบงาน 4 - B

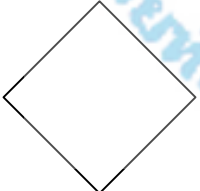
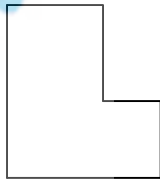
ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....
--------------------------------

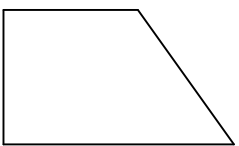

**คำชี้แจง** จงวงกลมล้อมรอบชื่อที่มีการสมมาตรแบบหมุน

(1)  (2) 

(3)  (4) 

(5)  (6) 

(7)  (8) 

(9)  (10) 



## แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3

เรื่องการหมุน

ชื่อกิจกรรม การเขียนรูปที่เกิดจากการหมุน

เวลา 1 ชั่วโมง

### จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. เขียนรูปเรขาคณิตที่เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบตามจุดหมุนและมุมของการหมุนที่กำหนดได้
2. อธิบายลักษณะการหมุนของรูปเรขาคณิตได้ เมื่อกำหนดรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการหมุนให้

ด้านทักษะ / กระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถ

3. ในการให้เหตุผล
4. ในการสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ

ด้านคุณลักษณะ : นักเรียน

5. มีความสามัคคีในการทำงาน
6. เป็นคนช่างสังเกต
7. มีความรับผิดชอบ

### สาระการเรียนรู้

1. การเขียนรูปที่เกิดจากการหมุน ทำได้ 2 วิธี คือ
  - 1.1 การเขียนรูปที่เกิดจากการหมุนโดยใช้กระดาษลอกถ่าย
  - 1.2 การเขียนรูปที่เกิดจากการหมุนโดยสร้างจุดสมนัย
2. การอธิบายลักษณะของการหมุนเมื่อกำหนดรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการหมุนให้สามารถทำได้โดยการหาจุดหมุนและขนาดของมุมที่หมุน ซึ่งสามารถหาจุดหมุนของรูปทั้งสองได้จากที่ทราบว่าเป็นเส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดที่สมนัยกันของรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการหมุนจะผ่านจุดหมุน จึงใช้สมบัติดังกล่าวมาหาจุดหมุนของรูปคู่ที่กำหนดให้ได้ โดยลากเส้นเชื่อมจุดที่สมนัยกันอย่างน้อยสองคู่แล้วสร้างเส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงสองเส้นนั้น จุดที่เส้นตรงทั้งสองตัดกันคือจุดหมุนที่ต้องการ สำหรับขนาดของมุมที่ใช้ในการหมุนสามารถหาได้จากการวัดมุมระหว่างส่วนของเส้นตรงสองเส้นที่เชื่อมระหว่างจุดหมุนและจุดที่สมนัยกัน

## สื่อการเรียนรู้

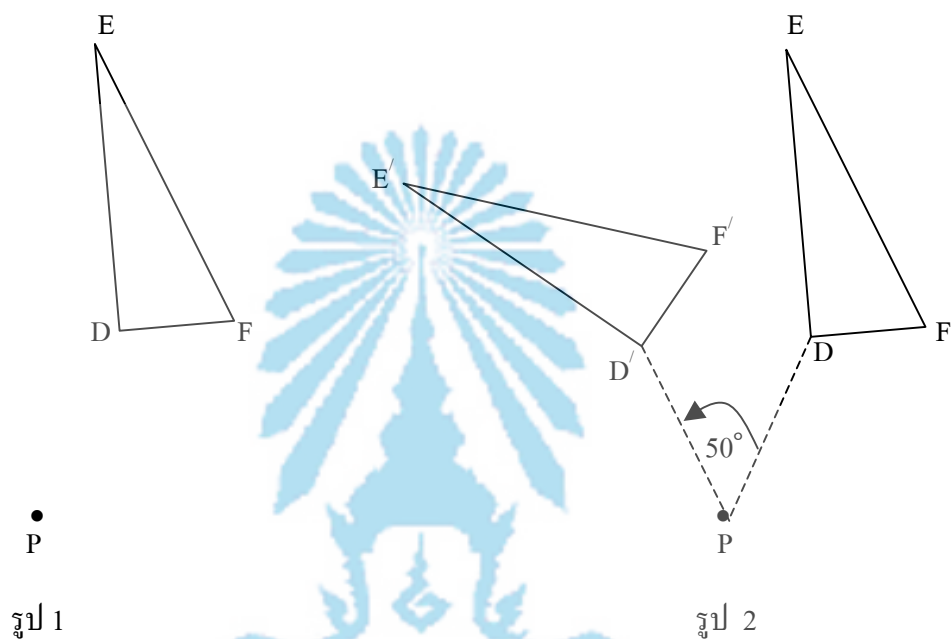
1. บัตรกิจกรรม
2. แบบบันทึกกิจกรรม
3. ปากกาเขียนแผ่นใส
4. กระดาษลอกลาย
5. สันตรง
6. แผ่นใส
7. ใบงาน 5 – A

## แนวการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับสมบัติของการหมุน โดยใช้คำถามดังนี้
  - การหมุนรูปเรขาคณิตมีองค์ประกอบอะไรบ้าง
  - รูปต้นแบบกับรูปที่เกิดจากการหมุนมีขนาดสัมพันธ์กันอย่างไร
  - ระยะทางจากจุดต้นแบบถึงจุดหมุนกับระยะทางจากจุดสมนัยที่เกิดจากการหมุนถึงจุดหมุนมีความสัมพันธ์กันอย่างไร
  - เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดต้นแบบกับจุดที่สมนัยจะสัมพันธ์กับจุดหมุนอย่างไร
  - ในการหมุนรูปจุดหมุนจะเปลี่ยนตำแหน่งหรือไม่
2. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน ครูแจกบัตรกิจกรรม พร้อมอุปกรณ์ และแบบบันทึกกิจกรรม ให้แต่ละกลุ่มทำกิจกรรมตามบัตรกิจกรรม บันทึกลงในแบบบันทึกกิจกรรม แล้วนำเสนอหน้าชั้นเรียน
3. ครูให้นักเรียนดูแผ่นใสที่มีรูปต้นแบบ จุดหมุน และมุมของการหมุน แล้วให้นักเรียนช่วยกันคิดวิธีการเขียนรูปที่เกิดจากการหมุน โดยไม่ใช้กระดาษลอกลาย
4. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายวิธีการเขียนรูปที่เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบโดยไม่ใช้กระดาษลอกลาย จนได้ข้อสรุปว่า
 

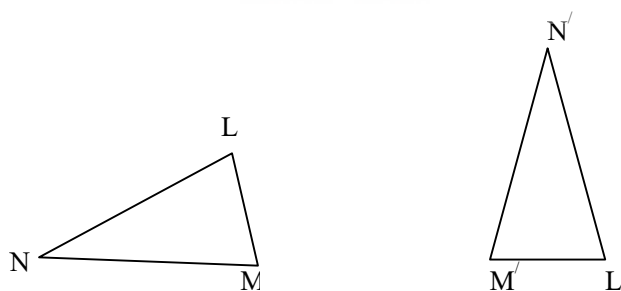
ถ้าไม่ใช้กระดาษลอกลายเราสามารถเขียนรูปที่เกิดจากการหมุนได้ โดยสร้างจุดสมนัยที่เกิดจากการหมุน โดยที่จุดสมนัยนั้นจะอยู่ห่างจากจุดหมุนเท่ากับระยะที่จุดต้นแบบห่างจากจุดหมุน และจุดสมนัยทำมุมกับจุดต้นแบบเมื่อเทียบกับจุดหมุนเท่ากับขนาดของมุมที่หมุน เมื่อได้จุดสมนัยแล้วสามารถสร้างรูปที่เกิดจากการหมุนจากการลากเส้นเชื่อมจุดที่สมนัยนั้น

5. ครุยกตัวอย่างการเขียนรูปที่เกิดจากการหมุนโดยการสร้างจุดสมนัย ดังนี้



จากรูป 1 กำหนดรูปต้นแบบ DEF และจุดหมุน P ต้องการเขียนรูปที่เกิดจากการหมุนรูป DEF รอบจุด P ทวนเข็มนาฬิกาด้วยมุมขนาด 50 องศา จึงเขียนจุดสมนัยกับจุด D ซึ่งได้แก่จุด  $D'$  ที่ห่างจากจุด P เป็นระยะเท่ากับ DP และวัดขนาดของมุม  $DPD'$  ได้เท่ากับ 50 องศา ทวนเข็มนาฬิกาจากส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุด D และจุด P ในทำนองเดียวกันเขียนจุดที่สมนัยกับจุด E และจุด F ได้จุด  $E'$  และ  $F'$  ตามลำดับ ลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุด  $D', E'$  และ  $F'$  จะได้รูป  $D'E'F'$  เป็นรูปที่เกิดจากการหมุนรูป DEF รอบจุด P ด้วยมุมขนาด 50 องศา ทวนเข็มนาฬิกา ดังรูป 2

6. ครุให้นักเรียนดูแผ่นใสที่มีรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการหมุน ดังนี้

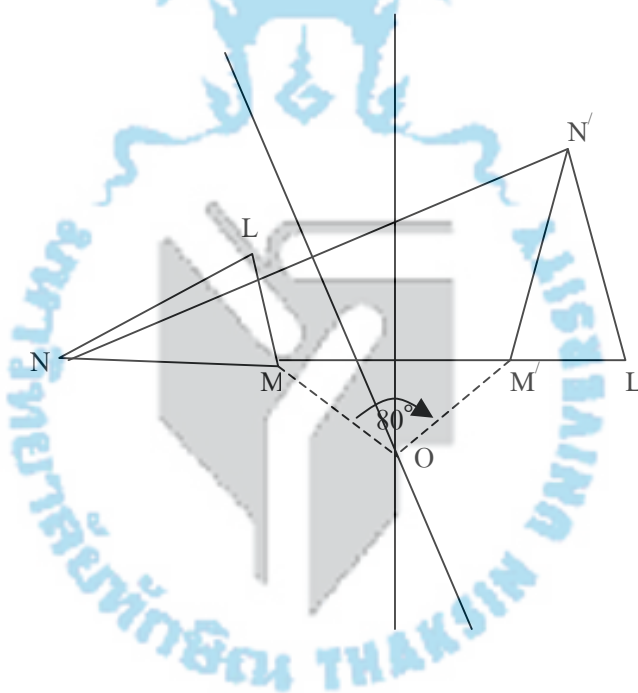


รูป 1

แล้วให้นักเรียนช่วยกันคิดว่า ถ้าจะอธิบายลักษณะการหมุนของรูปนี้ เราจะต้องทราบอะไรบ้าง และจะหาส่วนต่าง ๆ เหล่านั้นได้อย่างไร จนสามารถสรุปได้ว่า

การอธิบายลักษณะของการหมุนเมื่อกำหนดรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการหมุนให้สามารถทำได้โดยการหาจุดหมุนและขนาดของมุมที่หมุน ซึ่งสามารถหาจุดหมุนของรูปทั้งสองได้จากที่ทราบว่าเส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดที่สมนัยกันของรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการหมุนจะผ่านจุดหมุน จึงใช้สมบัติดังกล่าวมาหาจุดหมุนของรูปคู่ที่กำหนดให้ได้ โดยลากเส้นเชื่อมจุดที่สมนัยกันอย่างน้อยสองคู่แล้วสร้างเส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงสองเส้นนั้น จุดที่เส้นตรงทั้งสองตัดกันคือจุดหมุนที่ต้องการ สำหรับขนาดของมุมที่ใช้ในการหมุนสามารถหาได้จากการวัดมุมระหว่างส่วนของเส้นตรงสองเส้นที่เชื่อมระหว่างจุดหมุนและจุดที่สมนัยกัน

7. ครูใช้แผ่นใสสาธิตวิธีการหาจุดหมุนและขนาดของมุมที่หมุน ดังนี้



จากรูป 1 เมื่อกำหนดรูปสามเหลี่ยม LMN เป็นรูปต้นแบบและรูปสามเหลี่ยม L'M'N' เป็นรูปที่เกิดจากการหมุนรูป LMN สามารถหาจุดหมุนได้โดยสร้างเส้นตรงแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรง MM' และ NN' จุด O เป็นจุดหมุน และเมื่อวัดมุม MOM' จะได้ขนาดของมุมที่ใช้หมุนเท่ากับ 80 องศาตามเข็มนาฬิกา

8. ครูให้นักเรียนทำใบงาน 5 – A

## การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
1. สังเกตจากการถาม-ตอบ และการร่วมอภิปรายในชั้นเรียน	1. นักเรียนส่วนมาก ถาม-ตอบและร่วมอภิปรายในชั้นเรียน
2. สังเกตจากการอภิปรายภายในกลุ่ม	2. นักเรียนส่วนมาก ร่วมอภิปรายงานของกลุ่ม
3. ตรวจสอบผลการทำงาน การนำเสนอของนักเรียนในกลุ่ม	3. ผลงานของนักเรียนส่วนมาก หาผลสรุปได้ถูกต้อง
4. ตรวจสอบใบงาน 5 – A	4. โดยเฉลี่ยนักเรียนทำใบงาน 5 – A ได้ถูกต้องร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

## บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## ภาคผนวก

รายละเอียดของสื่อการเรียนรู้ เป็นดังนี้

### บัตรกิจกรรม

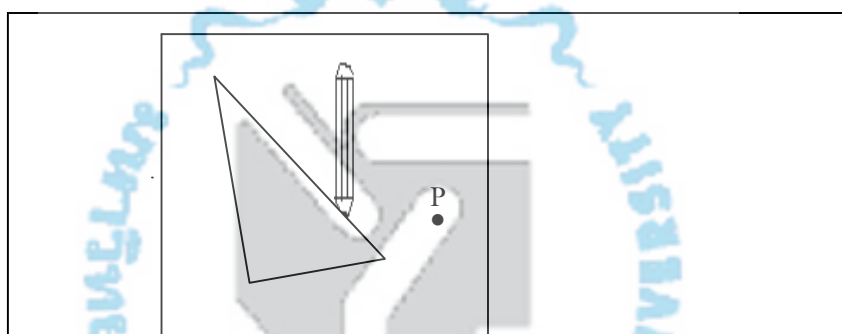
ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

กิจกรรมเรื่อง การเขียนรูปที่เกิดจากการหมุนโดยใช้กระดาษลอกลาย

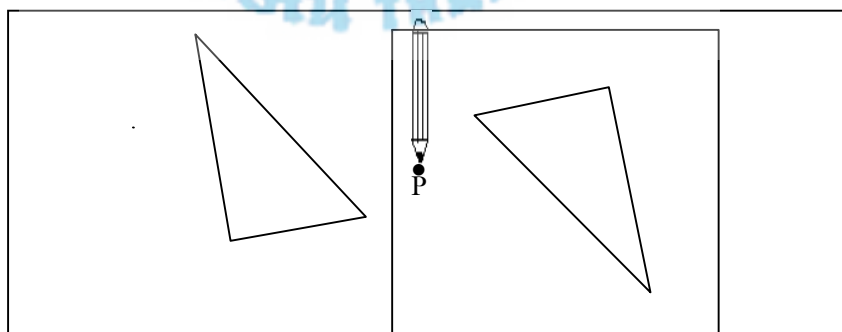
อุปกรณ์ กระดาษลอกลาย แบบบันทึกกิจกรรม ดินสอ สันตรง

วิธีดำเนินการ

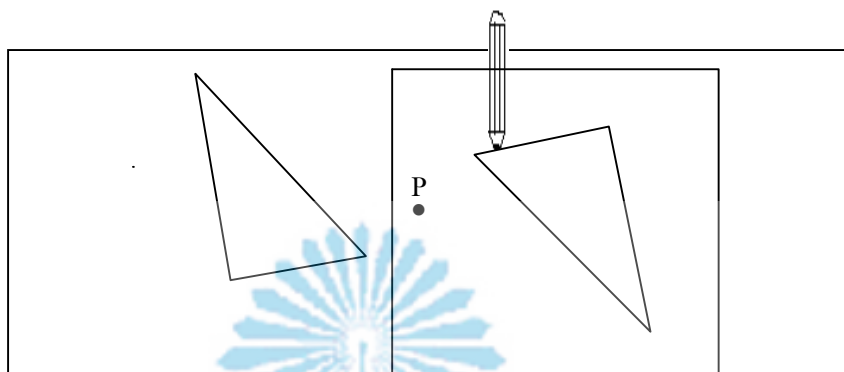
- นำกระดาษลอกลายทาบบนรูปต้นแบบ และลอกรูปต้นแบบและจุดหมุนบนกระดาษ ลอกลาย



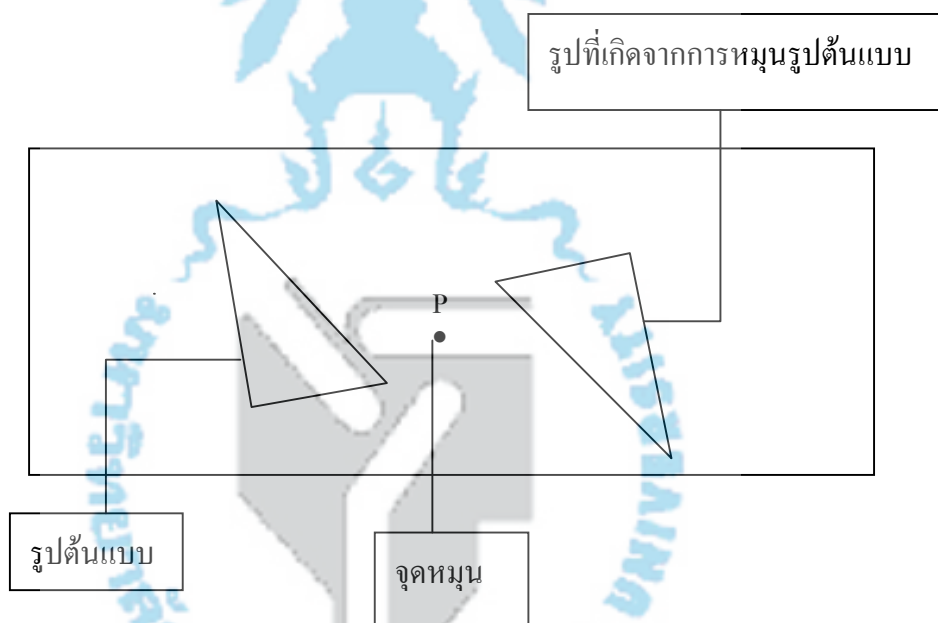
- ใช้ปลายดินสอจรดลงที่จุด P กดลงผ่านกระดาษลอกลาย หมุนกระดาษลอกลายรอบ ๆ จุดให้ได้ขนาดมุมเท่าที่ต้องการ



3) ลอกรูปที่กระดาษลอกวางลงบนกระดาษ



4) จะได้รูปที่เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบตามจุดหมุนที่กำหนด





## แบบบันทึกกิจกรรม

เมื่อนักเรียนศึกษาบทกริกรรม 1 แล้วให้นักเรียนเขียนรูปที่เกิดจากการหมุน จากรูป  
ต้นแบบและจุดหมุนที่กำหนดให้ต่อไปนี้ โดยใช้กระดาษลอกถ่าย

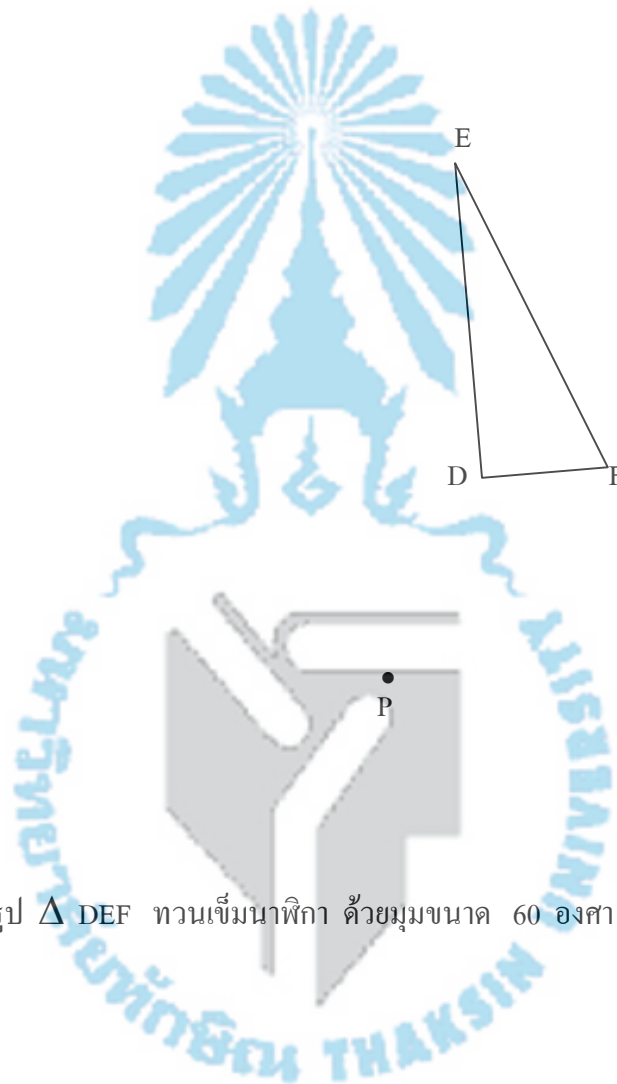


สมาชิกกลุ่มที่.....

- |        |        |
|--------|--------|
| 1..... | 2..... |
| 3..... | 4..... |
| 5..... | 6..... |

(แผ่นใส)

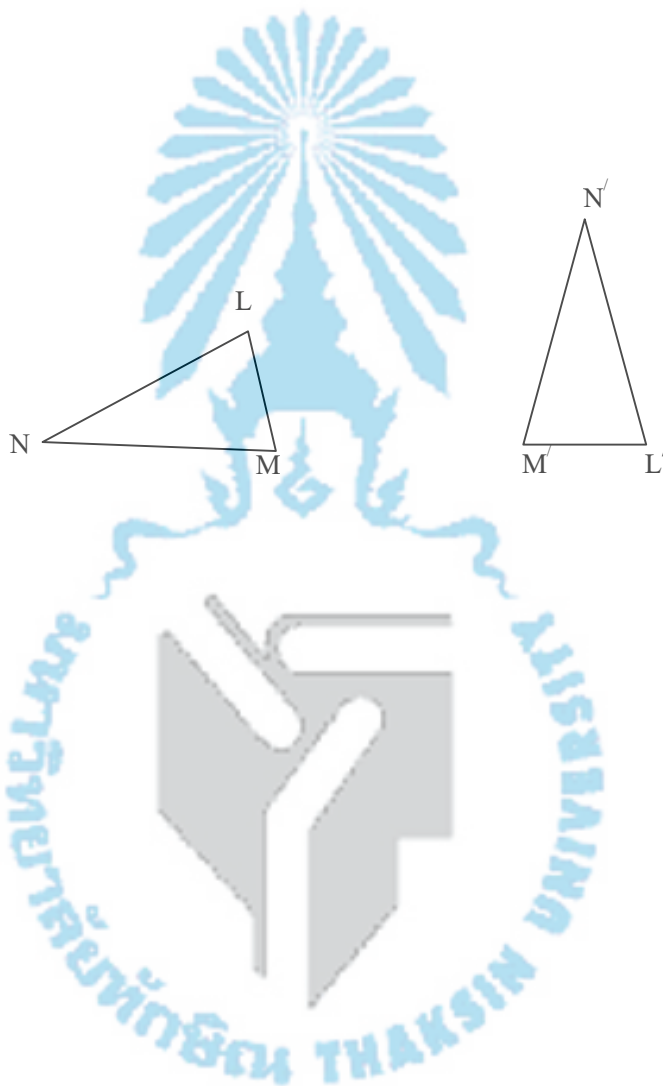
จากรูปต้นแบบ จุดหมุน และมุมของการหมุนที่กำหนดต่อไปนี้ จะเขียนรูปที่เกิดจากการหมุน โดยไม่ใช่กระดาษลอกถ่ายได้อย่างไร



หมุนรูป  $\triangle DEF$  ทวนเข็มนาฬิกา ด้วยมุมขนาด  $60^\circ$  องศา

(แผ่นใส)

จากรูปต้นแบบ และรูปที่เกิดจากการหมุนที่กำหนดต่อไปนี้ จะอธิบายลักษณะของการหมุนได้อย่างไร



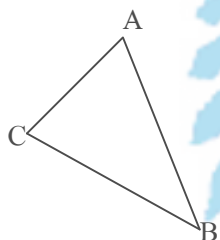
## ใบงาน 5 - A

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....

### คำชี้แจง

1. จงเขียนรูปที่เกิดจากการหมุนของรูปต้นแบบ ตามจุดหมุนและขนาดของมุมที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้ โดยใช้วิธีการสร้างจุดสมนัย

(1)



•  
P

หมุนตามเข็มนาฬิกา 70 องศา

(2)

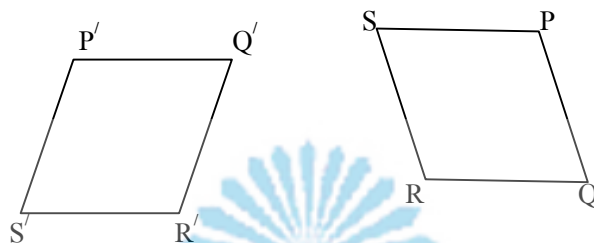


•  
O

หมุนทวนเข็มนาฬิกา 100 องศา

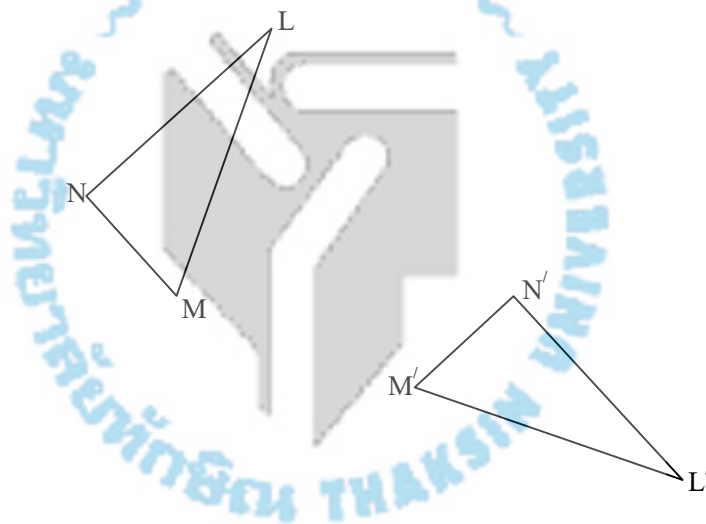
2. จงแสดงวิธีหาจุดหมุน พร้อมทั้งหาทิศทางและมุมของการหมุน จากรูปในแต่ละข้อต่อไปนี

(1)



รูป PQRS หมุน.....ด้วยมุมขนาด.....องศา

(2)



รูป  $\triangle$  PQRS หมุน.....ด้วยมุมขนาด.....องศา

## แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3

เรื่อง การหมุน

ชื่อกิจกรรม การหาพิกัดของรูปที่เกิดจากการหมุนบนระนาบพิกัดฉาก

เวลา 1 ชั่วโมง

### จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ :

1. นักเรียนสามารถบอกพิกัดของรูปที่เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบบนระนาบพิกัดฉากได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถ

2. ในการให้เหตุผล
3. ในการสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ
4. ในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

ด้านคุณลักษณะ : นักเรียน

5. มีความซื่อสัตย์ในการทำงาน
6. เป็นคนช่างสังเกต
7. มีระเบียบวินัยในการทำงาน

### สาระการเรียนรู้

การหาพิกัดของรูปที่เกิดจากการหมุนทวนเข็มนาฬิกา  $90^\circ$  รอบจุดกำเนิด สามารถหาได้ โดยการสลับค่าระหว่างพิกัดหน้าและพิกัดหลังของจุดต้นแบบ แล้วคูณพิกัดหน้าด้วย  $-1$

นั่นคือ จาก  $A(x, y)$  หมุนทวนเข็มนาฬิกา  $90^\circ$  รอบจุดกำเนิดจะได้  $A'(-y, x)$

การหาพิกัดของรูปที่เกิดจากการหมุนทวนเข็มนาฬิกา  $180^\circ$  รอบจุดกำเนิดสามารถหาได้ โดยการนำพิกัดหน้าและพิกัดหลังของจุดต้นแบบคูณด้วย  $-1$

นั่นคือ จาก  $A(x, y)$  หมุนทวนเข็มนาฬิกา  $180^\circ$  รอบจุดกำเนิดจะได้  $A'(-x, -y)$

### สื่อการเรียนรู้

1. บัตรกิจกรรม
2. แบบบันทึกกิจกรรม
3. ใบงาน 6 – A
4. แผ่นใส
5. รูปเรขาคณิต
6. ตารางระนาบพิกัดฉาก

### แนวการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับการเขียนรูปที่เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบ ตามจุดหมุน ทิศทางและมุมของการหมุนที่กำหนด โดยให้นักเรียนดูจากแผ่นใส

2. ครูสาธิตการหาพิกัดของรูปที่เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบให้นักเรียนดู แล้วให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน ครูแจกรูปเรขาคณิตและระนาบพิกัดฉากให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม ช่วยกันหาพิกัดของรูปที่เกิดจากการหมุน ตามจุดหมุนและมุมของการหมุนที่ครูกำหนด

3. ครูแจกบัตรกิจกรรม ให้นักเรียนทำกิจกรรมตามบัตรกิจกรรม แล้วบันทึกผลลงในแบบบันทึกกิจกรรม

4. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลจากการทำกิจกรรม ว่าจากการทำกิจกรรมตามบัตรกิจกรรม พบว่าเมื่อใบพัด ABCD หมุนทวนเข็มนาฬิกา  $90^\circ$  รอบจุด O ซึ่งเป็นจุดกำเนิด ใบพัด ABCD จะไปอยู่ตรงตำแหน่งของใบพัด EFGH โดยมีจุดสมนัยกันดังนี้ จุด A สมนัยกับจุด E , จุด B สมนัยกับจุด F , จุด C สมนัยกับจุด G และจุด D สมนัยกับจุด H ซึ่งสามารถเปรียบเทียบค่าพิกัดของจุดที่สมนัยกันของใบพัดทั้งสองได้ดังนี้

จุด A (2, 2) หมุนทวนเข็มนาฬิกา  $90^\circ$  จะได้จุด E (-2, 2)

จุด B (5, 4) หมุนทวนเข็มนาฬิกา  $90^\circ$  จะได้จุด F (-4, 5)

จุด C (6, 2) หมุนทวนเข็มนาฬิกา  $90^\circ$  จะได้จุด G (-2, 6)

จุด D (3, 0) หมุนทวนเข็มนาฬิกา  $90^\circ$  จะได้จุด H (0, 3)

จะเห็นว่าพิกัดแต่ละจุดของใบพัด EFGH เกิดจากการสลับระหว่างค่าพิกัดหน้าและพิกัดหลังแต่ละจุดของใบพัด ABCD แล้วคูณพิกัดหน้าด้วย -1

ดังนั้นสรุปได้ว่าการหาพิกัดของรูปที่เกิดจากการหมุนทวนเข็มนาฬิกา  $90^\circ$  รอบจุดกำเนิด สามารถหาได้โดยการสลับค่าระหว่างพิกัดหน้าและพิกัดหลังของจุดต้นแบบ แล้วคูณพิกัดหน้าด้วย -1 นั่นคือ จาก A (x, y) หมุนทวนเข็มนาฬิกา  $90^\circ$  รอบจุดกำเนิดจะได้ A'(-y, x)

นอกจากยังพบว่า เมื่อใบพัด ABCD หมุนทวนเข็มนาฬิกา  $180^\circ$  รอบจุด O ซึ่งเป็นจุดกำเนิด ใบพัด ABCD จะไปอยู่ตรงตำแหน่งของใบพัด IJKL โดยมีจุดสมนัยกันดังนี้ จุด A สมนัยกับจุด I , จุด B สมนัยกับจุด J , จุด C สมนัยกับจุด K และจุด D สมนัยกับจุด L ซึ่งสามารถเปรียบเทียบค่าพิกัดของจุดที่สมนัยกันของใบพัดทั้งสองได้ดังนี้

จุด A (2, 2) หมุนทวนเข็มนาฬิกา  $180^\circ$  จะได้จุด I (-2, -2)

จุด B (5, 4) หมุนทวนเข็มนาฬิกา  $180^\circ$  จะได้จุด J (-5, -4)

จุด C (6, 2) หมุนทวนเข็มนาฬิกา  $180^\circ$  จะได้จุด K (-6, -2)

จุด D (3, 0) หมุนทวนเข็มนาฬิกา  $180^\circ$  จะได้จุด L (0, -3)



จะได้ว่าพิกัดแต่ละจุดของใบพัด JKLM เกิดจากการนำค่าพิกัดหน้าและหลังของแต่ละจุดของใบพัด ABCD คูณด้วย -1

ดังนั้นสรุปได้ว่าการหาพิกัดของรูปที่เกิดจากการหมุนทวนเข็มนาฬิกา  $180^\circ$  รอบจุดกำเนิด สามารถหาได้ โดยการนำพิกัดหน้าและหลังของจุดต้นแบบมาคูณด้วย -1 นั่นคือ จาก  $A(x, y)$  หมุนทวนเข็มนาฬิกา  $180^\circ$  รอบจุดกำเนิดจะได้  $A'(-x, -y)$

5. ครบยกตัวอย่างการหาพิกัดของรูปที่เกิดจากการหมุนทวนเข็มนาฬิกา  $90^\circ$  และ  $180^\circ$  รอบจุดกำเนิด ดังนี้

**ตัวอย่าง 1** รูปสามเหลี่ยม PQR มีจุดยอด  $P(2, 2)$ ,  $Q(5, 7)$  และ  $R(9, 4)$  จงเขียนรูป  $\Delta PQR$  แล้วหมุนทวนเข็มนาฬิกา  $90^\circ$  รอบจุดกำเนิด แล้วเขียนรูป  $\Delta P'Q'R'$  ที่เกิดจากการหมุนรูป  $\Delta PQR$

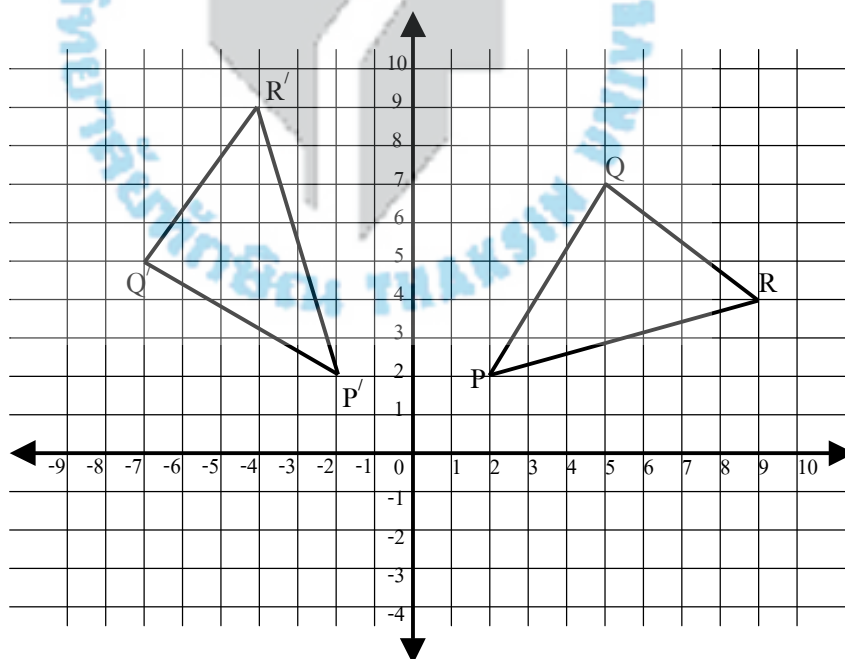
**วิธีคิด** สร้างรูป  $\Delta PQR$  บนระนาบมุมฉากตามค่าพิกัดที่กำหนด หมุนรูป  $\Delta PQR$  ทวนเข็มนาฬิกา  $90^\circ$  จะได้จุดยอดของรูป  $\Delta P'Q'R'$  ดังนี้

จากจุด  $P(2, 2)$  สลับค่าพิกัดหน้าและหลังแล้วคูณพิกัดหน้าด้วย -1 จะได้จุด  $P'(-2, 2)$

จากจุด  $Q(5, 7)$  สลับค่าพิกัดหน้าและหลังแล้วคูณพิกัดหน้าด้วย -1 จะได้จุด  $Q'(-7, 5)$

จากจุด  $R(9, 4)$  สลับค่าพิกัดหน้าและหลังแล้วคูณพิกัดหน้าด้วย -1 จะได้จุด  $R'(-4, 9)$

หาจุด  $P'$ ,  $Q'$  และ  $R'$  ที่แทนด้วยคู่อันดับ  $(-2, 2)$ ,  $(-7, 5)$  และ  $(-4, 9)$  ตามลำดับ แล้วเขียนรูป  $\Delta P'Q'R'$  ได้ดังนี้



**ตัวอย่าง 2** จากตัวอย่าง 2.31 จงหมุนรูป  $\triangle PQR$  ทวนเข็มนาฬิกา  $180^\circ$  รอบจุดกำเนิด แล้วเขียนรูป  $\triangle P''Q''R''$  ที่เกิดจากการหมุนรูป  $\triangle PQR$

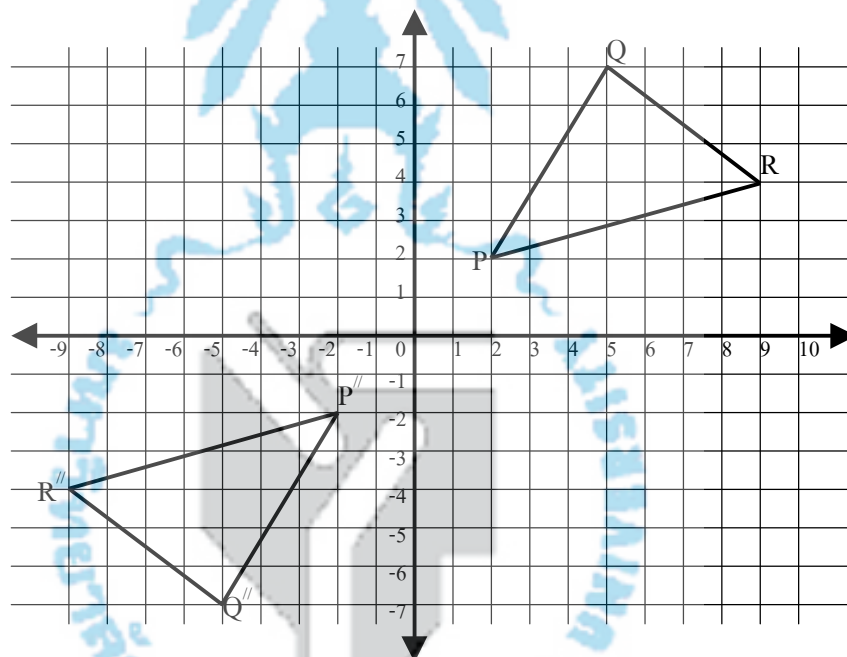
**วิธีคิด** สร้างรูป  $\triangle PQR$  บนระนาบพิกัดจากตามค่าพิกัดที่กำหนด หมุนรูป  $\triangle PQR$  ทวนเข็มนาฬิกา  $180^\circ$  จะได้จุดยอดของรูป  $\triangle P''Q''R''$  ดังนี้

จากจุด  $P(2, 2)$  คูณค่าพิกัดหน้าและหลังด้วย  $-1$  จะได้จุด  $P''(-2, -2)$

จากจุด  $Q(5, 7)$  คูณค่าพิกัดหน้าและหลังด้วย  $-1$  จะได้จุด  $Q''(-5, -7)$

จากจุด  $R(9, 4)$  คูณค่าพิกัดหน้าและหลังด้วย  $-1$  จะได้จุด  $R''(-9, -4)$

หาจุด  $P''$ ,  $Q''$  และ  $R''$  ที่แทนด้วยคู่อันดับ  $(-2, -2)$ ,  $(-5, -7)$  และ  $(-9, -4)$  ตามลำดับเขียนรูป  $\triangle P''Q''R''$  ได้ดังนี้



6. ครูให้นักเรียนทำใบงาน 6-A เกี่ยวกับการหาพิกัดของรูปที่เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบ

## การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
1. สังเกตจากการถาม-ตอบ และการร่วมอภิปรายในชั้นเรียน	1. นักเรียนส่วนมาก ถาม-ตอบและร่วมอภิปรายในชั้นเรียน
2. สังเกตจากการอภิปรายภายในกลุ่ม	2. นักเรียนส่วนมาก ร่วมอภิปรายงานของกลุ่ม
3. ตรวจสอบผลการทำงาน การนำเสนอของนักเรียนในกลุ่ม	3. ผลงานของนักเรียนส่วนมาก หาผลสรุปได้ถูกต้อง
4. ตรวจสอบงาน 6-A	4. โดยเฉลี่ยนักเรียนทำใบงาน 6-A ได้ถูกต้องร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

## บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## ภาคผนวก

รายละเอียดของสื่อการเรียนรู้ เป็นดังนี้

### บัตรกิจกรรม

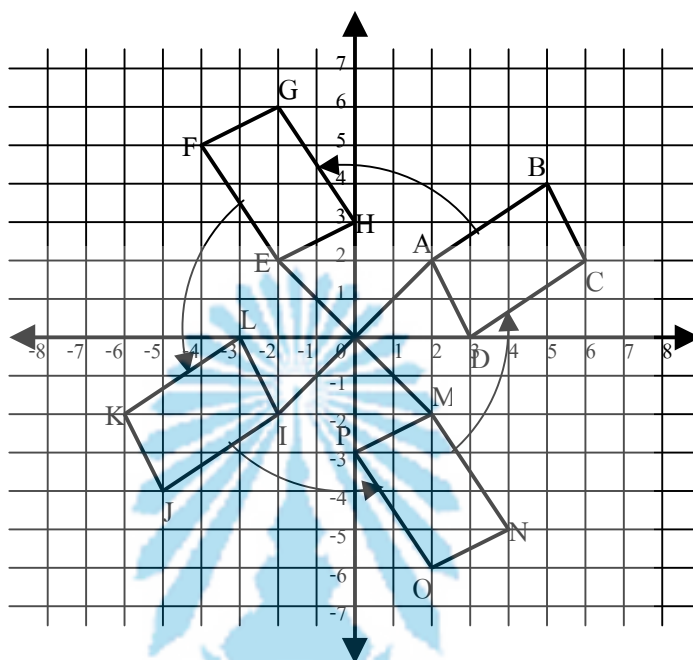
ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

- กิจกรรมเรื่อง** การหมุนรูปบนระนาบพิกัดจากรอบจุดกำเนิด
- อุปกรณ์** ไม้โปรแทรกเตอร์ ภาพกึ่งหัน กราฟจำลองภาพกึ่งหัน
- วิธีดำเนินการ**

- 1) ให้นักเรียนพิจารณาภาพกึ่งหันดังรูป 1 และกราฟจำลองภาพกึ่งหันรูป 2



รูป 1



รูป 2

- 2) นักเรียนบันทึกค่าพิกัดของแต่ละจุดของรูปกราฟจำลองภาพกึ่งหันลม
- 3) วัดมุม  $\text{COG}$  ,มุม  $\text{GOK}$  ,มุม  $\text{KOP}$  และ  $\text{POC}$  บันทึกผลที่ได้
- 4) ขณะที่กึ่งหันลมหมุน แต่ละจุดบนกึ่งหันจะทับตำแหน่งก่อนหน้าของจุดที่สมนัยกัน บนกึ่งหันอีกอันหนึ่ง นักเรียนเขียนตารางแสดงจุดยอดที่สมนัยกันบนกึ่งหันทั้ง 4 อัน

#### คำถามท้ายกิจกรรม

- 1) ใบบัดแต่ละอันของกึ่งหันลมเป็นรูปอะไร
- 2) กึ่งหันลมนี้หมุนไปในทิศทางใด (ทวนเข็มนาฬิกา/ตามเข็มนาฬิกา)
- 3) ค่าพิกัดของใบบัด ABCD เมื่อเปรียบเทียบกับค่าพิกัดของ EFGH เป็นอย่างไร
- 4) กึ่งหันหมุนจากจุด C ไปยังจุด G เป็นมุมกี่องศา
- 5) เปรียบเทียบค่าพิกัดของจุดยอดของใบบัด ABCD กับจุดยอดของใบบัด IJKL
- 6) กึ่งหันหมุนจากจุด C ไปยังจุด K เป็นมุมกี่องศา

## แบบบันทึกกิจกรรม

### ตอบคำถามท้ายกิจกรรม

- 1) ไบพัตแต่ละอันของกังหันลมเป็นรูป.....
- 2) กังหันลมนี้หมุนไปในทิศทาง.....
- 3) พิกัดจุด A คือ.....พิกัดจุด E คือ.....  
 พิกัดจุด B คือ.....พิกัดจุด F คือ.....  
 พิกัดจุด C คือ.....พิกัดจุด G คือ.....  
 พิกัดจุด D คือ.....พิกัดจุด H คือ.....  
 จะได้ว่าพิกัดยอดของไบพัต EFGH เกิดจาก.....  
 .....  
 .....
- 4) กังหันหมุนจากจุด C ไปยังจุด G เป็นมุม.....องศา
- 5) พิกัดจุด A คือ.....พิกัดจุด I คือ.....  
 พิกัดจุด B คือ.....พิกัดจุด J คือ.....  
 พิกัดจุด C คือ.....พิกัดจุด K คือ.....  
 พิกัดจุด D คือ.....พิกัดจุด L คือ.....  
 จะได้ว่าพิกัดยอดของไบพัต IJKL เกิดจาก.....  
 .....  
 .....
- 6) กังหันหมุนจากจุด C ไปยังจุด K เป็นมุม.....องศา

สมาชิกกลุ่มที่.....

- |        |        |
|--------|--------|
| 1..... | 2..... |
| 3..... | 4..... |
| 5..... | 6..... |

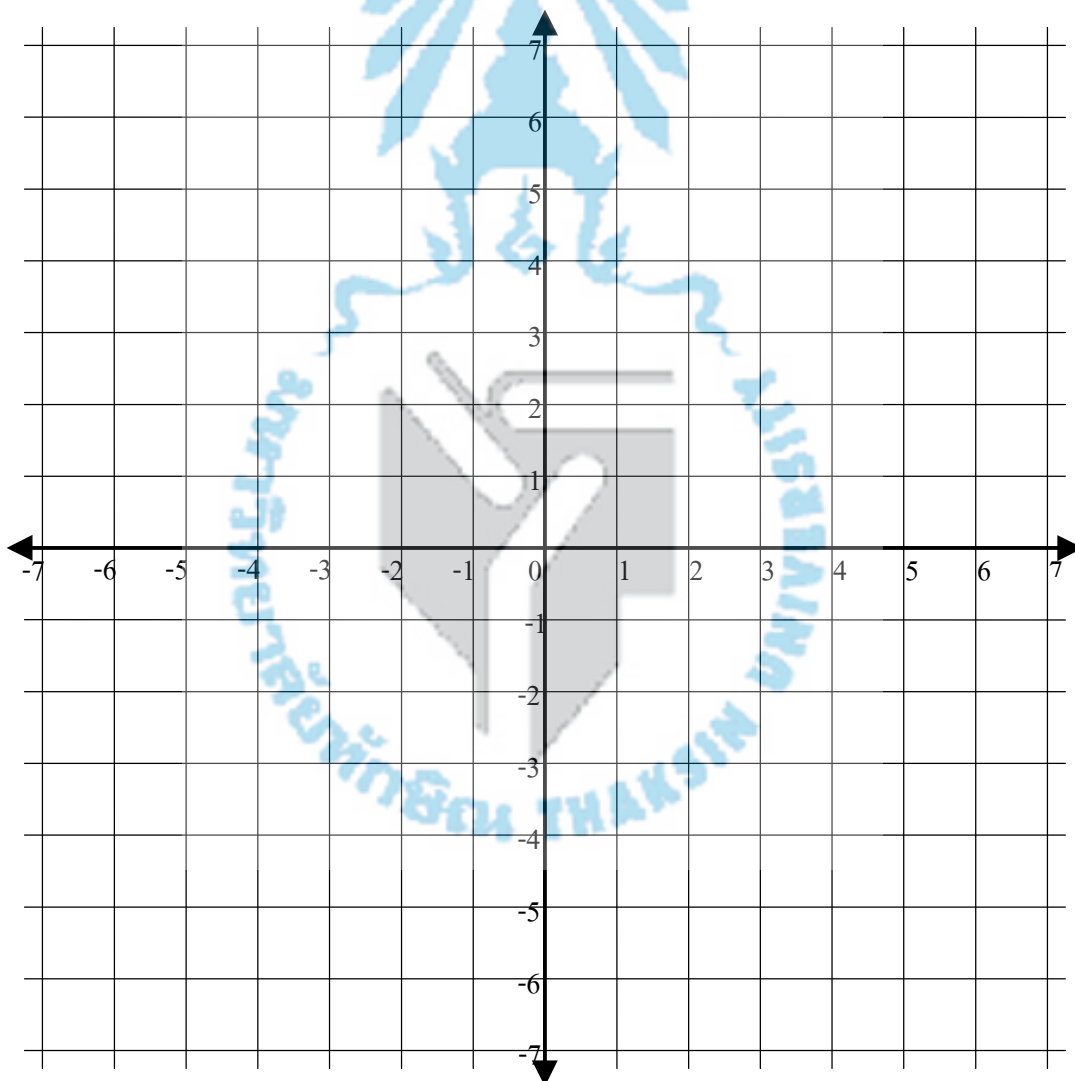
### ใบงาน 6 - A

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....

คำชี้แจง จงเขียนรูปสี่เหลี่ยม QRST ซึ่งมีจุดยอด  $Q(2, 6)$  ,  $R(5, 6)$  ,  $S(5, 4)$  และ  $T(2, 4)$  แล้ว

1. หมุนรูปสี่เหลี่ยม QRST ทวนเข็มนาฬิกา  $90^\circ$  รอบจุดกำเนิด หาพิกัดของจุด  $Q'$  ,  $R'$  ,  $S'$  และ  $T'$  แล้วเขียนรูปสี่เหลี่ยม  $Q'R'S'T'$

2 หมุนรูปสี่เหลี่ยม QRST ทวนเข็มนาฬิกา  $180^\circ$  รอบจุดกำเนิด หาพิกัดของจุด  $Q''$  ,  $R''$  ,  $S''$  และ  $T''$  แล้วและเขียนรูปสี่เหลี่ยม  $Q''R''S''T''$



พิกัดจุด  $Q'$  ( , ) ,  $R'$  ( , ) ,  $S'$  ( , ) และ  $T'$  ( , )

พิกัดจุด  $Q''$  ( , ) ,  $R''$  ( , ) ,  $S''$  ( , ) และ  $T''$  ( , )

## แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3

เรื่อง การสะท้อน

ชื่อกิจกรรม การสะท้อนรูปต้นแบบบนเส้นสะท้อนที่กำหนด

เวลา 1 ชั่วโมง

### จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายของการสะท้อนได้
2. บอกได้ว่ารูปที่กำหนดให้เกิดจากการสะท้อนหรือไม่
3. บอกได้ว่ารูปเรขาคณิตที่กำหนดให้มีสมมาตรการสะท้อนหรือไม่

ด้านทักษะ / กระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถ

4. ในการให้เหตุผล
5. ในการสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ

ด้านคุณลักษณะ : นักเรียน

6. มีความสามัคคีในการทำงาน
7. เป็นคนช่างสังเกต
8. มีความรับผิดชอบ

### สาระการเรียนรู้

การสะท้อนรูปต้นแบบข้ามเส้นสะท้อนเสมือนกับการพลิกรูปข้ามเส้นสะท้อนหรือการดูเงาสะท้อนบนกระจกเงาที่วางบนเส้นสะท้อน การสะท้อนเป็นการแปลงที่มีการจับคู่กันระหว่างจุดแต่ละจุดของรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนรูปสะท้อน โดยที่

- รูปที่เกิดจากการสะท้อนมีขนาดและรูปร่างเช่นเดิม หรือกล่าวได้ว่ารูปที่เกิดจาก

การสะท้อนเท่ากันทุกประการกับรูปต้นแบบ

- เส้นสะท้อนแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดแต่ละจุดบน

รูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนรูปสะท้อนที่สมนัยกัน นั่นคือระยะระหว่างจุดต้นแบบและเส้น

สะท้อนเท่ากับระยะระหว่างจุดสะท้อนและเส้นสะท้อน

- เมื่อทำการสะท้อน จุดบนเส้นสะท้อนไม่เปลี่ยนตำแหน่ง จุดเหล่านั้นจึงเป็นจุดคงที่

รูปหนึ่งที่มีสมมาตรการสะท้อน เมื่อมีเส้นสะท้อนบนรูปนั้นที่สะท้อนครึ่งหนึ่งของรูป

บนอีกครึ่งหนึ่งของรูปนั้น เส้นสะท้อนเส้นนั้นเรียกว่า **เส้นสมมาตร**



## สื่อการเรียนรู้

1. บัตรกิจกรรม 1 และ 2
2. ใบงาน 7-A และ 7-B
3. กระดาษ
4. สีเมจิก
5. แบบบันทึกกิจกรรม 1 และ 2
6. ตารางระนาบพิกัดฉาก
7. รูปเรขาคณิต

## แนวการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูนำเสนอเกี่ยวกับการมองเห็นภาพในกระจกเงา โดยให้นักเรียนช่วยกันคิดว่าเรามองเห็นภาพในกระจกเงาได้อย่างไร จนสรุปได้ว่า เรามองเห็นภาพในกระจกเงาได้เพราะเกิดการสะท้อน

2. ครูสาธิตเกี่ยวกับการสะท้อนรูปให้นักเรียนดู แล้วให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน ครูแจกรูปเรขาคณิตและตารางระนาบพิกัดฉาก ให้แต่ละกลุ่มฝึกสะท้อนรูปข้ามเส้นสะท้อนที่ครูกำหนด

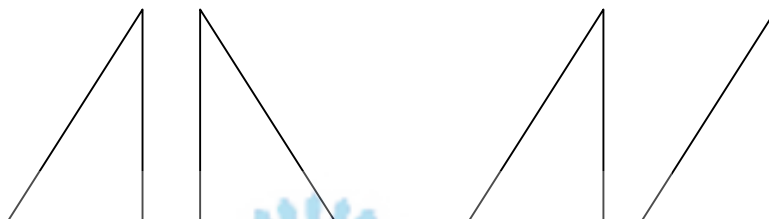
3. ครูแจกบัตรกิจกรรม 1 ให้แต่ละกลุ่มทำกิจกรรมตามบัตรกิจกรรม 1 เกี่ยวกับการสะท้อนรูป บันทึกผล แล้วร่วมกันอภิปรายผลการทำกิจกรรมตามบัตรกิจกรรม 1 จนได้ข้อสรุปว่าการสะท้อนรูปต้นแบบข้ามเส้นสะท้อนเสมือนกับการพลิกรูปข้ามเส้นสะท้อนหรือการดูเงาสะท้อนบนกระจกเงาที่วางบนเส้นสะท้อน การสะท้อนเป็นการแปลงที่มีการจับคู่กันระหว่างจุดแต่ละจุดของรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนรูปสะท้อน โดยที่

- รูปที่เกิดจากการสะท้อนมีขนาดและรูปร่างเช่นเดิม หรือกล่าวว่าเป็นรูปที่เกิดจากการสะท้อนเท่ากันทุกประการกับรูปต้นแบบ

- เส้นสะท้อนแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนรูปสะท้อนที่สมนัยกัน นั่นคือระยะระหว่างจุดต้นแบบและเส้นสะท้อนเท่ากับระยะระหว่างจุดสะท้อนและเส้นสะท้อน

- เมื่อทำการสะท้อน จุดบนเส้นสะท้อนไม่เปลี่ยนตำแหน่ง จุดเหล่านั้นจึงเป็นจุดคงที่

4. ครุยกตัวอย่างรูปที่เกิดจากการสะท้อน และรูปที่ไม่ได้เกิดจากการสะท้อน ดังนี้  
ตัวอย่าง



รูปที่เกิดจากการสะท้อน

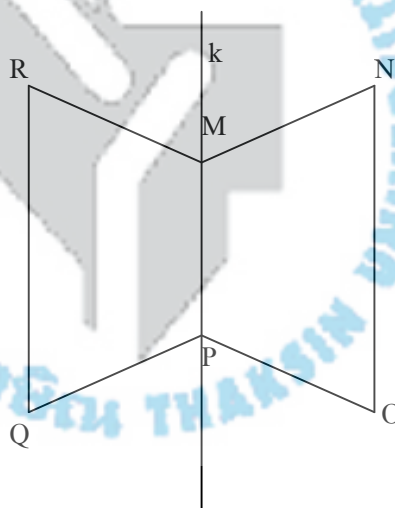
รูปที่ไม่ได้เกิดจากการสะท้อน

5. ครูแจกบัตรกิจกรรม 2 พร้อมอุปกรณ์ ให้แต่ละกลุ่มทำกิจกรรมตามบัตรกิจกรรม 2  
เกี่ยวกับสมมาตรการสะท้อน บันทึกผล แล้วร่วมกันอภิปรายผลจนได้ข้อสรุปว่า

รูปหนึ่งที่มีสมมาตรการสะท้อน เมื่อมีเส้นสะท้อนบนรูปนั้นที่สะท้อนครึ่งหนึ่งของรูป  
บนอีกครึ่งหนึ่งของรูปนั้น เส้นสะท้อนเส้นนั้นเรียกว่า เส้นสมมาตร

6. ครุยกตัวอย่างรูปที่มีสมมาตรการสะท้อน ดังนี้

ตัวอย่าง



รูป MNPQR มีสมมาตรการสะท้อน โดยที่เส้นสะท้อน  $k$  เป็นเส้นสมมาตรที่  
สะท้อนครึ่งรูปของรูป MNPQR บนอีกครึ่งหนึ่ง

7. ครูให้นักเรียนทำใบงาน 7-A และ 7-B

## การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
1. สังเกตจากการถาม-ตอบ และการร่วมอภิปรายในชั้นเรียน	1. นักเรียนส่วนมาก ถาม-ตอบและร่วมอภิปรายในชั้นเรียน
2. สังเกตจากการอภิปรายภายในกลุ่ม	1. นักเรียนส่วนมาก ร่วมอภิปรายงานของกลุ่ม
3. ตรวจสอบผลการทำงาน การนำเสนอของนักเรียนในกลุ่ม	2. ผลงานของนักเรียนส่วนมากหาผลสรุปได้ถูกต้อง
4. ตรวจสอบงาน 7-A และ 7-B	3. โดยเฉลี่ยนักเรียนทำใบงาน 7-A และ 7-B ได้ถูกต้องร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

## บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

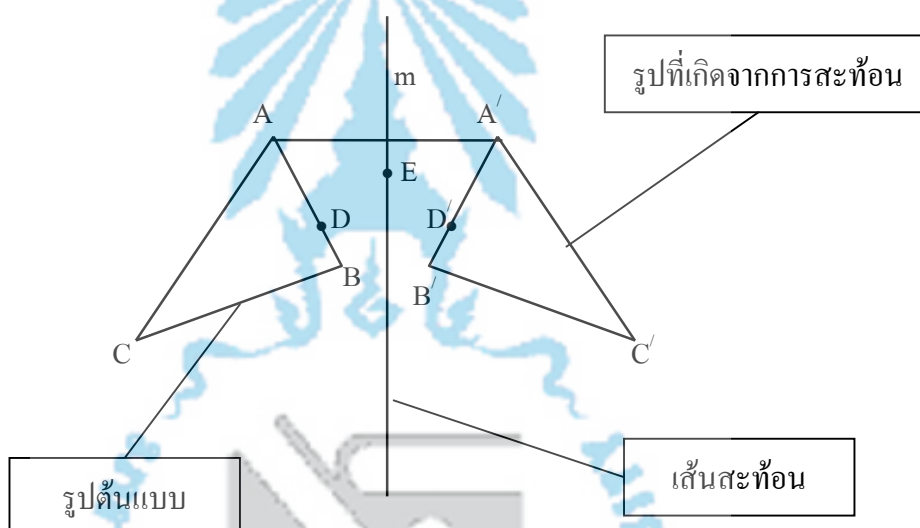
.....

## ภาคผนวก

รายละเอียดของสื่อการเรียนรู้ เป็นดังนี้

### บัตรกิจกรรม 1

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณารูปการสะท้อนต่อไปนี้แล้วตอบคำถาม



#### คำถามท้ายกิจกรรม

1. ในการสะท้อนรูปมีองค์ประกอบอะไรบ้าง
2. รูปต้นแบบกับรูปที่เกิดจากการสะท้อนมีขนาดเท่ากันหรือไม่
3.
  - ระยะทางจากจุด  $A$  ไปยังเส้นสะท้อน  $m$  และระยะทางจากจุด  $A'$  ไปยังเส้นสะท้อน  $m$  มีความสัมพันธ์กันอย่างไร
  - ระยะทางจากจุด  $B$  ไปยังเส้นสะท้อน  $m$  และระยะทางจากจุด  $B'$  ไปยังเส้นสะท้อน  $m$  มีความสัมพันธ์กันอย่างไร
  - ระยะทางจากจุด  $C$  ไปยังเส้นสะท้อน  $m$  และระยะทางจากจุด  $C'$  ไปยังเส้นสะท้อน  $m$  มีความสัมพันธ์กันอย่างไร
  - ระยะทางจากจุด  $D$  ไปยังเส้นสะท้อน  $m$  และระยะทางจากจุด  $D'$  ไปยังเส้นสะท้อน  $m$  มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

4. จากข้อ 3 ระยะทางจากจุดต้นแบบถึงเส้นสะท้อน และระยะทางจากจุดสะท้อนถึงเส้นสะท้อน แต่ละคู่มีความสัมพันธ์กันอย่างไร
5. เมื่อทำการสะท้อนจุด E มีการเปลี่ยนตำแหน่งหรือไม่



## แบบบันทึกกิจกรรม 1

### ตอบคำถามท้ายกิจกรรม

1. ในการสะท้อนรูปมืองค์ประกอบคือ.....  
.....
2. รูปต้นแบบกับรูปที่เกิดจากการสะท้อนมีขนาด.....
3. - ระยะทางจากจุด A ไปยังเส้นสะท้อน m และระยะทางจากจุด A' ไปยังเส้นสะท้อน m มีระยะทาง.....  
- ระยะทางจากจุด B ไปยังเส้นสะท้อน m และระยะทางจากจุด B' ไปยังเส้นสะท้อน m มีระยะทาง.....  
- ระยะทางจากจุด C ไปยังเส้นสะท้อน m และระยะทางจากจุด C' ไปยังเส้นสะท้อน m มีระยะทาง.....  
- ระยะทางจากจุด D ไปยังเส้นสะท้อน m และระยะทางจากจุด D' ไปยังเส้นสะท้อน m มีระยะทาง.....
4. จากข้อ 3 ระยะทางจากจุดต้นแบบถึงเส้นสะท้อน และระยะทางจากจุดสะท้อนถึงเส้นสะท้อน แต่ละคู่มีระยะทาง.....
5. เมื่อทำการสะท้อนจุด E จะ.....

สมาชิกกลุ่มที่.....

- |        |        |
|--------|--------|
| 1..... | 2..... |
| 3..... | 4..... |
| 5..... | 6..... |

## บัตรกิจกรรม 2

ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

กิจกรรมเรื่อง เส้นสมมาตรการสะท้อน

อุปกรณ์ กระดาษ ดินสอสี ไม้บรรทัด กระดาษ

วิธีดำเนินการ

1. วาดกระดาษบนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสในแบบบันทึกกิจกรรม แล้วมองไปที่กระจกสังเกตตำแหน่งของการสะท้อน
2. เคลื่อนกระดาษจนกระทั่งการสะท้อนรูปออกมาเป็นครึ่งหนึ่ง ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสพอดี ซึ่งสามารถมองเห็นในกระจก
3. ถีอกระจกตั้งตรง ใช้ดินสอสีลากไปตามรูปของกระจก
4. ให้ผู้เรียนมองดูส่วนของเส้นตรงที่ลากไว้ แล้วเปรียบเทียบส่วนต่าง ๆ ในแต่ละด้านของส่วนของเส้นตรง
6. มีเส้นสมมาตรในรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอยู่ 4 เส้น ให้ผู้เรียนใช้กระดาษหาเส้นเหล่านั้น

## แบบบันทึกกิจกรรม 2

เขียนเส้นสะท้อนทั้ง 4 เส้นได้ดังนี้



สมาชิกกลุ่มที่.....

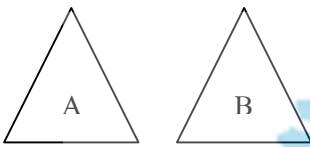
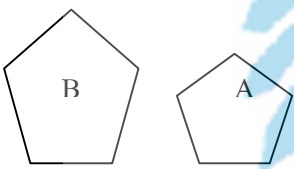
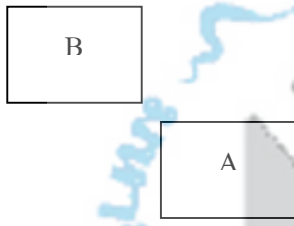
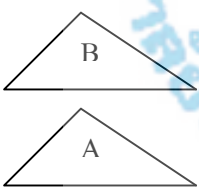
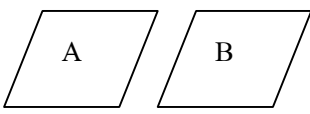
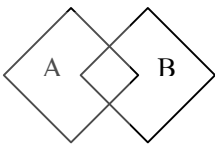
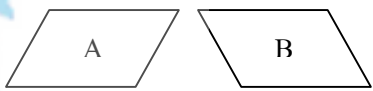
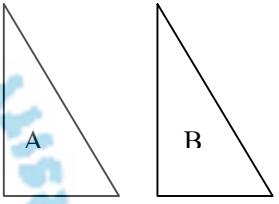
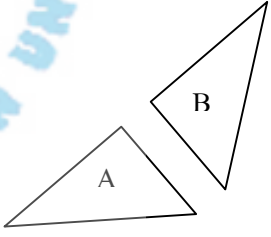
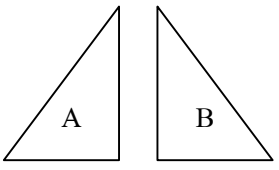
- |        |        |
|--------|--------|
| 1..... | 2..... |
| 3..... | 4..... |
| 5..... | 6..... |



### ใบงาน 7-A

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....
--------------------------------


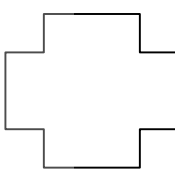
**คำชี้แจง** รูปที่กำหนดให้แต่ละข้อต่อไปนี้ รูป B เกิดจากการสะท้อนรูป A ใช่หรือไม่

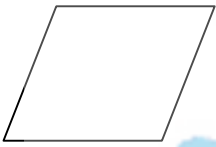
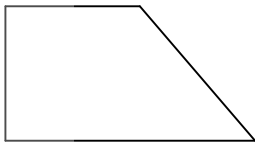
- |  |  |
|--|--|
| <p>(1) <br/>ใช่      ไม่ใช่</p> <hr style="border-top: 1px dotted black;"/> <p>(3) <br/>ใช่      ไม่ใช่</p> <hr style="border-top: 1px dotted black;"/> <p>(5) <br/>ใช่      ไม่ใช่</p> <hr style="border-top: 1px dotted black;"/> <p>(7) <br/>ใช่      ไม่ใช่</p> <hr style="border-top: 1px dotted black;"/> <p>(9) <br/>ใช่      ไม่ใช่</p> | <p>(2) <br/>ใช่      ไม่ใช่</p> <hr style="border-top: 1px dotted black;"/> <p>(4) <br/>ใช่      ไม่ใช่</p> <hr style="border-top: 1px dotted black;"/> <p>(6) <br/>ใช่      ไม่ใช่</p> <hr style="border-top: 1px dotted black;"/> <p>(8) <br/>ใช่      ไม่ใช่</p> <hr style="border-top: 1px dotted black;"/> <p>(10) <br/>ใช่      ไม่ใช่</p> |
|--|--|

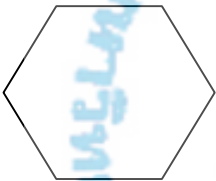
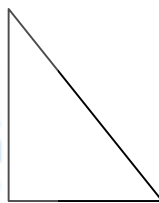
### ใบงาน 7 - B

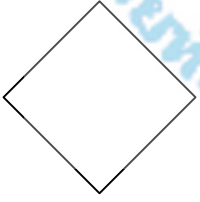
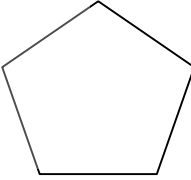
ชื่อ.....นามสกุล.....	ชั้น.....
-----------------------	-----------

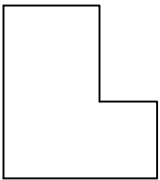
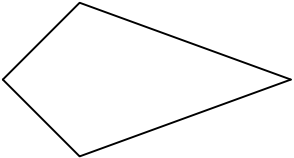
คำชี้แจง จงกากบาทข้อต่อไปนี้มีสมมาตรระสะท้อน

(1)  (2) 

(3)  (4) 

(5)  (6) 

(7)  (8) 

(9)  (10) 

## แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3

เรื่องการสะท้อน

ชื่อกิจกรรม การเขียนรูปที่เกิดจากการสะท้อนบนเส้นสะท้อนที่กำหนด

เวลา 1 ชั่วโมง

### จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. เขียนรูปเรขาคณิตที่เกิดจากการสะท้อน บนเส้นสะท้อนที่กำหนดได้
2. หาเส้นสะท้อนได้ เมื่อกำหนดรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการสะท้อนให้

ด้านทักษะ / กระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถ

3. ในการให้เหตุผล
4. ในการสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ

ด้านคุณลักษณะ : นักเรียน

5. มีความสามัคคีในการทำงาน
6. มีความรอบคอบ
7. มีความรับผิดชอบ

### สาระการเรียนรู้

1. การเขียนรูปที่เกิดจากการสะท้อน ทำได้ 2 วิธี คือ
  - 1.3 การเขียนรูปที่เกิดจากการสะท้อนโดยใช้กระดาษลอกลาย
  - 1.4 การเขียนรูปที่เกิดจากการสะท้อนโดยการหาจุดสะท้อนที่สมนัยกับจุดต้นแบบ
2. การหาเส้นสะท้อน

เมื่อกำหนดรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการสะท้อนมาให้ จะสามารถหาเส้นสะท้อนของรูปคู่กันได้โดยการลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดที่สมนัยกัน แล้วสร้างเส้นที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงนั้นก็ได้เส้นสะท้อน

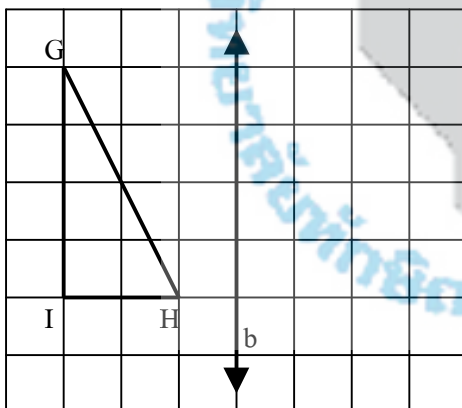
### สื่อการเรียนรู้

1. บัตรกิจกรรม
2. แบบบันทึกกิจกรรม
3. ใบงาน 8 – A และ 8 – B
4. สันตรง
5. แผ่นใส , ปากกาเขียนแผ่นใส
6. กระดาษลอกลาย

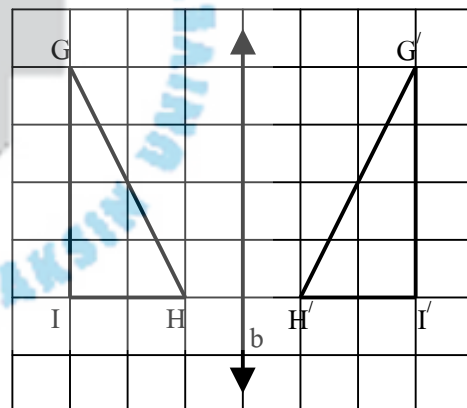
### แนวการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการสะท้อนในชีวิตประจำวัน
2. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน ครูแจกบัตรกิจกรรม พร้อมอุปกรณ์ และแบบบันทึกกิจกรรม ให้แต่ละกลุ่มทำกิจกรรมตามบัตรกิจกรรม เกี่ยวกับการเขียนรูปที่เกิดจากการสะท้อน บันทึกลงในแบบบันทึกกิจกรรม
3. ครูให้นักเรียนดูแผ่นใสที่มีรูปต้นแบบ และเส้นสะท้อน แล้วให้นักเรียนช่วยกันคิดวิธีการเขียนรูปที่เกิดจากการสะท้อน โดยไม่ใช้กระดาษลอกลาย
4. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายวิธีการเขียนรูปที่เกิดจากการสะท้อน โดยใช้วิธีการหาจุดสะท้อนที่สมนัยกับจุดของรูปต้นแบบ ซึ่งสรุปได้ว่าการเขียนรูปที่เกิดจากการสะท้อนเมื่อกำหนดรูปต้นแบบและเส้นสะท้อนมาให้ อาจทำได้โดยหาจุดสะท้อนที่สมนัยกับจุดต้นแบบแต่ละจุด จุดสะท้อนของจุดต้นแบบแต่ละจุดจะอยู่บนเส้นตรงที่ผ่านจุดต้นแบบและตั้งฉากกับเส้นสะท้อน และจุดสะท้อนจะอยู่ห่างจากเส้นสะท้อนเป็นระยะเท่ากับระยะห่างระหว่างจุดต้นแบบที่สมนัยกันถึงเส้นสะท้อน
5. ครูยกตัวอย่างการเขียนรูปที่เกิดจากการสะท้อน โดยใช้วิธีการหาจุดสะท้อนที่สมนัยกับจุดของรูปต้นแบบ ดังนี้

ตัวอย่าง



รูป 1



รูป 2

จากรูป 1 รูปสามเหลี่ยม  $GHI$  เป็นรูปต้นแบบ เส้นตรง  $b$  เป็นเส้นสะท้อน เมื่อต้องการหารูปสะท้อนของรูปสามเหลี่ยม  $GHI$  จะต้องหาจุดสะท้อนของจุด  $G$  , จุดสะท้อนของ

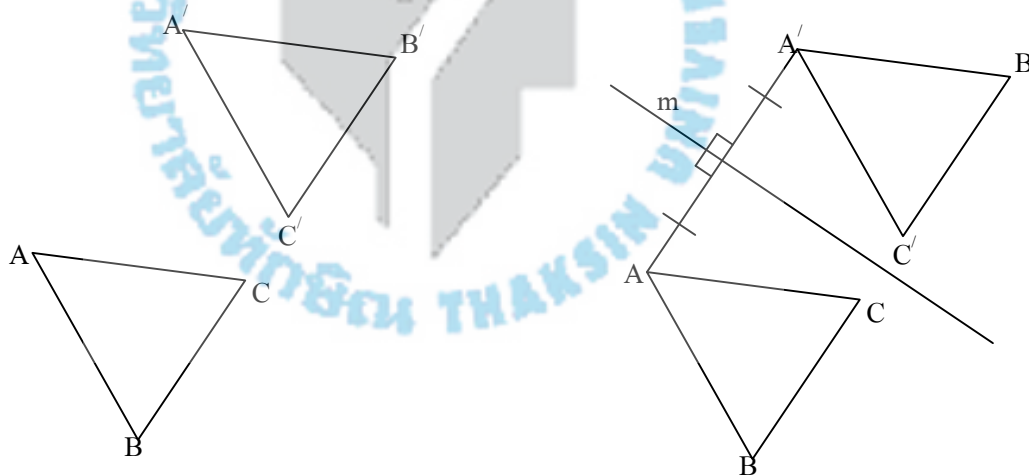
จุด H และจุดสะท้อนของจุด I ข้ามเส้นสะท้อน b ถ้าจุด G อยู่ห่างจากเส้นสะท้อน 3 หน่วย จุดสะท้อนของจุด G ในที่นี้จะเรียกว่าจุด  $G'$  จะต้องอยู่บนแนวเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นสะท้อน b และอยู่ห่างจากเส้นสะท้อนเป็นระยะ 3 หน่วย เราสามารถหาจุดสะท้อนของจุด H และจุด I ซึ่งเรียกว่าจุด  $H'$  และจุด  $I'$  ได้เช่นกัน ลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุด  $G'$  และ  $H'$  ก็จะได้รูปสามเหลี่ยม  $G'H'I'$  เป็นรูปสะท้อนรูปสามเหลี่ยม  $GHI$  ข้ามเส้นสะท้อน b ดังรูป 2

6. ครูให้นักเรียนดูแผ่นใสที่มีรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการสะท้อน แล้วให้นักเรียนช่วยกันคิดว่า เราจะหาเส้นสะท้อนได้อย่างไร โดยให้นักเรียนทบทวนสมบัติการสะท้อนที่ว่า เส้นสะท้อนแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนรูปสะท้อนที่สมนัยกัน นั่นคือระยะระหว่างจุดต้นแบบและเส้นสะท้อนเท่ากับระยะระหว่างจุดสะท้อนและเส้นสะท้อน

7. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปเกี่ยวกับวิธีการหาเส้นสะท้อน และครูยกตัวอย่างประกอบ ดังนี้

เมื่อกำหนดรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการสะท้อนมาให้ จะสามารถหาเส้นสะท้อนของรูปคู่กันได้โดยการลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดที่สมนัยกัน แล้วสร้างเส้นที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงนั้นก็จะได้เส้นสะท้อน

ตัวอย่าง



รูป 1

รูป 2

จากรูป 1 ถ้า  $\triangle A'B'C'$  เป็นรูปสะท้อนของ  $\triangle ABC$  จุด  $A'$  สมนัยกับจุด A จุด  $B'$  สมนัยกับจุด B และจุด  $C'$  สมนัยกับจุด C เมื่อสร้างเส้นตรง m แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของ

เส้นตรง  $AA'$  จะได้ว่าเส้นตรง  $m$  เป็นเส้นสะท้อนของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองดังรูป 2 ทั้งนี้เมื่อสร้างเส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันคู่อื่น ๆ ก็จะได้เส้นสะท้อนเดียวกันกับเส้น  $m$

9. ครูให้นักเรียนทำใบงาน 8-A และ 8-B

#### การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
1. สังเกตจากการถาม-ตอบ และการร่วมอภิปรายในชั้นเรียน	1. นักเรียนส่วนมาก ถาม-ตอบและร่วมอภิปรายในชั้นเรียน
2. สังเกตจากการอภิปรายภายในกลุ่ม	2. นักเรียนส่วนมาก ร่วมอภิปรายงานของกลุ่ม
3. ตรวจสอบผลการทำงาน การนำเสนอของนักเรียนในกลุ่ม	3. ผลงานของนักเรียนส่วนมาก หาผลสรุปได้ถูกต้อง
4. ตรวจสอบใบงาน 8-A และ 8-B	4. โดยเฉลี่ยนักเรียนทำใบงาน 8-A และ 8-B ได้ถูกต้องร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## ภาคผนวก

รายละเอียดของสื่อการเรียนรู้ เป็นดังนี้

### บัตรกิจกรรม

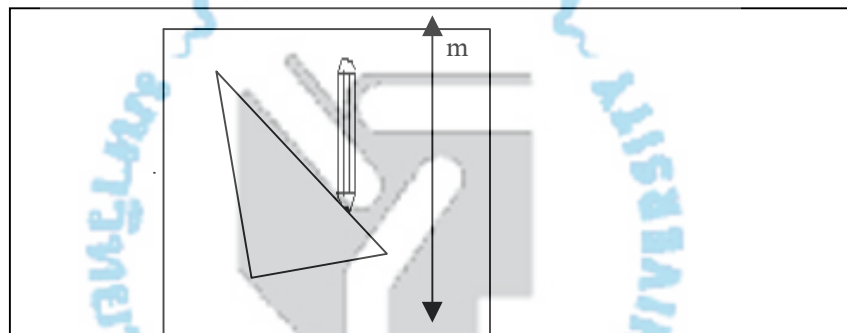
ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

**กิจกรรมเรื่อง** การเขียนรูปที่เกิดจากการสะท้อนโดยใช้กระดาษลอกลาย

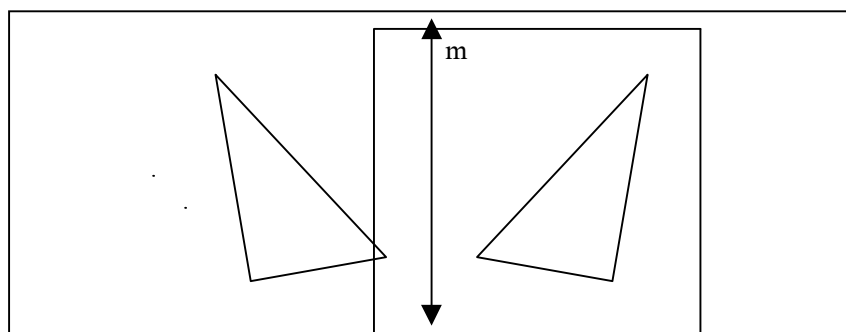
**อุปกรณ์** กระดาษลอกลาย แบบบันทึกกิจกรรม ดินสอ

**วิธีดำเนินการ**

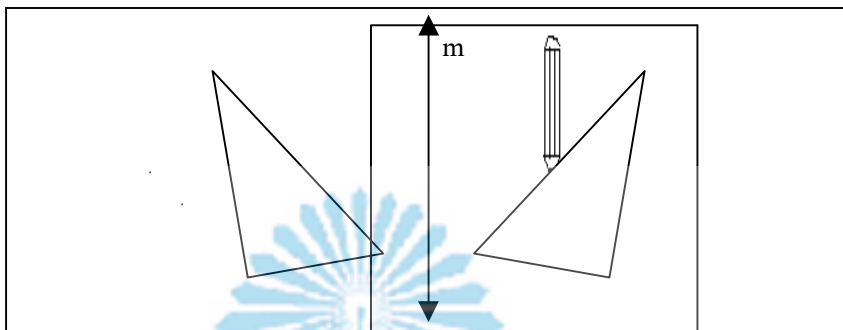
- นำกระดาษลอกลายทาบบนรูปต้นแบบ แล้วลอกรูปต้นแบบและเส้นสะท้อนลงบนกระดาษลอกลาย



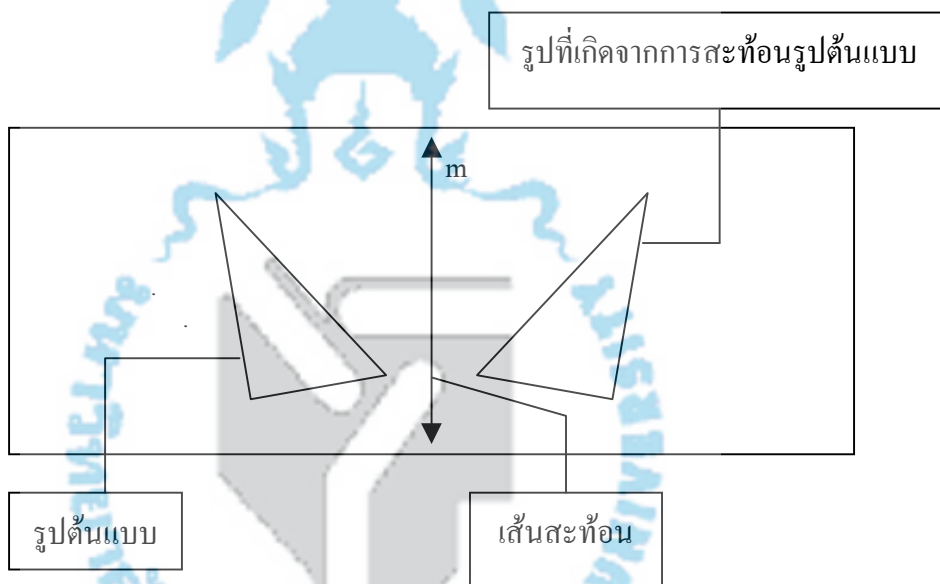
- พลิกกระดาษลอกลายตามแนวเส้นสะท้อน โดยให้เส้นสะท้อนบนกระดาษลอกลายซ้อนทับกับเส้นสะท้อนต้นแบบ



3) ลอกรูปที่กระดาษลอกวางลงบนกระดาษ



4) จะได้รูปที่เกิดจากการสะท้อนรูปต้นแบบบนเส้นสะท้อนที่กำหนด





### แบบบันทึกกิจกรรม

เมื่อนักเรียนศึกษาบทกริกรรม แล้วให้นักเรียนเขียนรูปที่เกิดจากการสะท้อน จากรูป  
ต้นแบบและเส้นสะท้อนที่กำหนดให้ต่อไปนี้ โดยใช้กระดาษลอกถ่าย

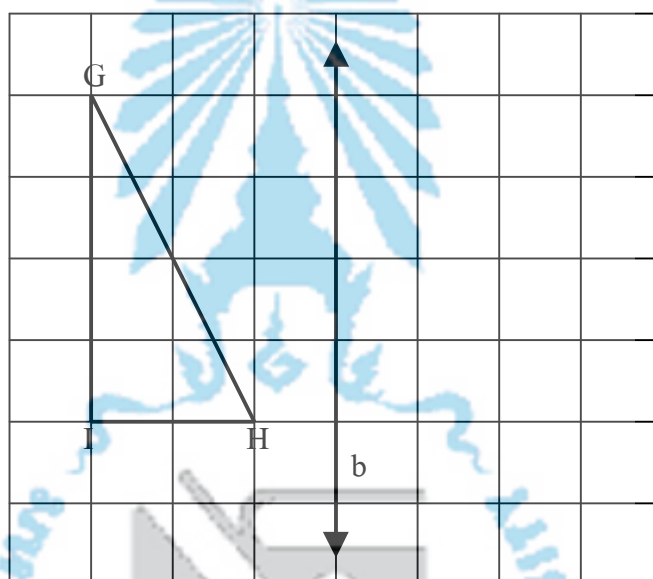


สมาชิกกลุ่มที่.....

- |        |        |
|--------|--------|
| 1..... | 2..... |
| 3..... | 4..... |
| 5..... | 6..... |

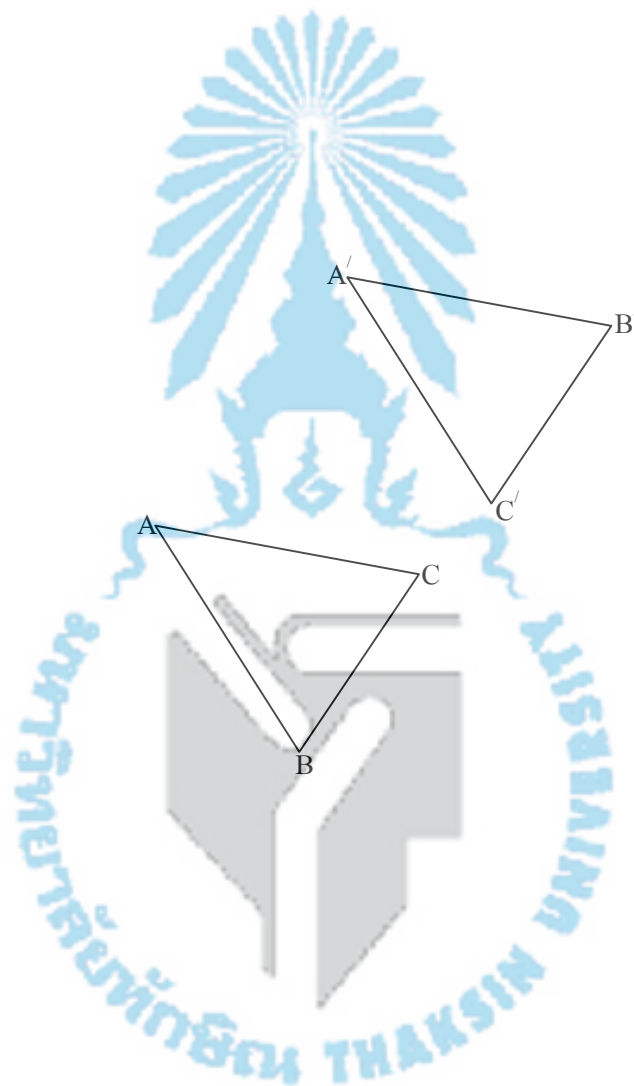
(แผ่นใส)

จากรูปต้นแบบ และเส้นสะท้อนที่กำหนดต่อไปนี้ จะเขียนรูปที่เกิดจากการสะท้อนได้อย่างไร



(แผ่นใส)

จากรูปต้นแบบ และรูปที่เกิดจากการสะท้อนที่กำหนดต่อไปนี้ จะหาเส้นสะท้อนของการสะท้อนนี้ได้อย่างไร

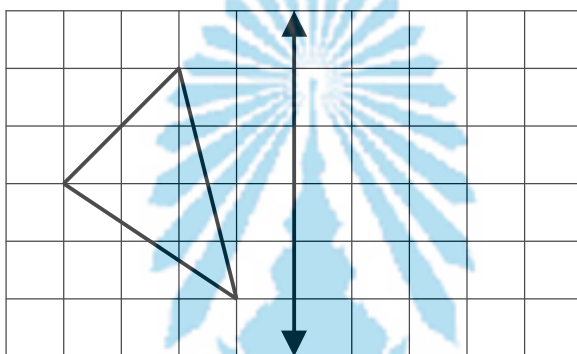


### ใบงาน 8 - A

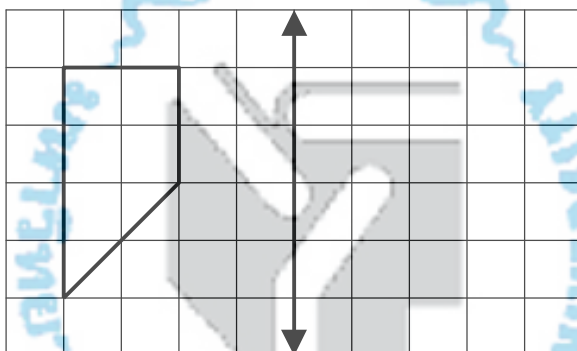
ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....

คำชี้แจง จงเขียนรูปที่เกิดจากการสะท้อน บนเส้นสะท้อนที่กำหนดไว้ในแต่ละข้อต่อไปนี้

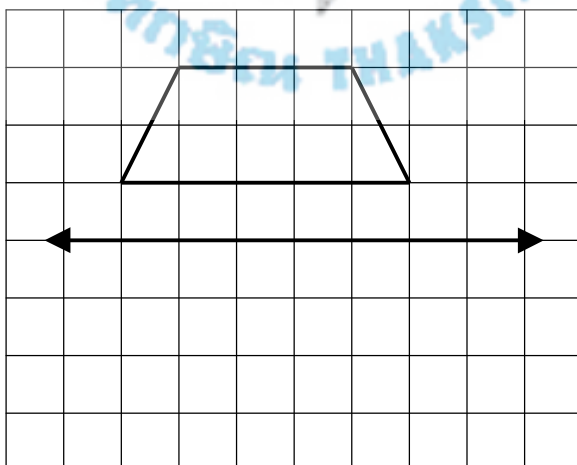
(1)



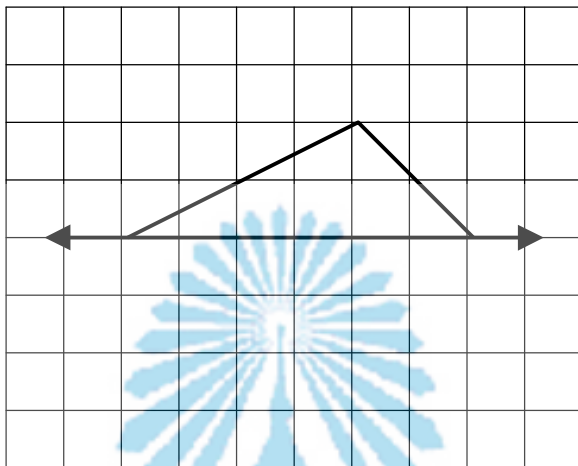
(2)



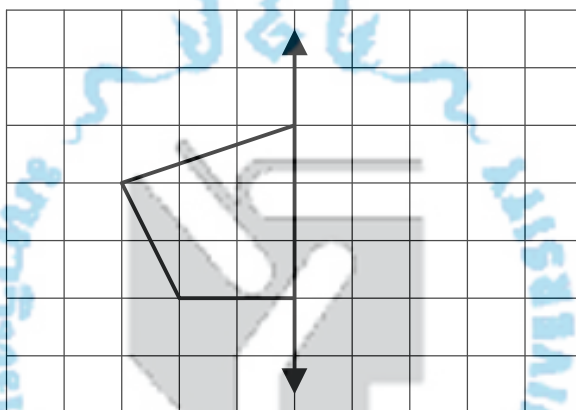
(3)



(4)



(5)

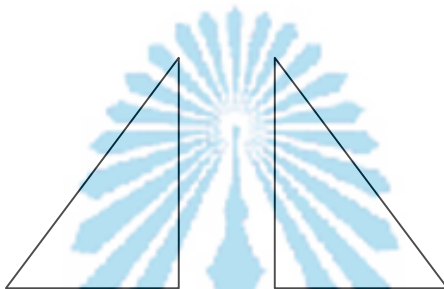


## ใบงาน 8 - B

ชื่อ.....นามสกุล.....	ชั้น.....
-----------------------	-----------

**คำชี้แจง** จงแสดงวิธีหาเส้นสะท้อน จากรูปในแต่ละข้อต่อไปนี้

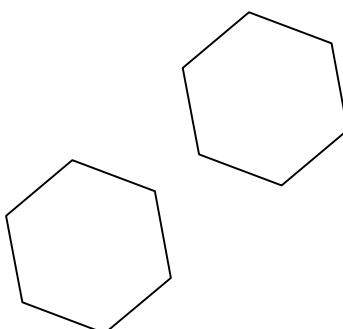
(1)



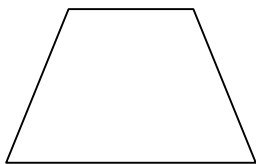
(2)



(3)



(4)



(5)



## แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3

เรื่องการสะท้อน

ชื่อกิจกรรม การหาพิกัดของรูปที่เกิดจากการสะท้อนบนระนาบพิกัดฉาก

เวลา 1 ชั่วโมง

### จุดประสงค์การเรียนรู้

#### ด้านความรู้ :

1. นักเรียนสามารถบอกพิกัดของรูปที่เกิดจากการสะท้อนบนระนาบพิกัดฉากได้

#### ด้านทักษะ / กระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถ

2. ในการให้เหตุผล
3. ในการสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ
4. ในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

#### ด้านคุณลักษณะ : นักเรียน

5. มีความซื่อสัตย์ในการทำงาน
6. เป็นคนช่างสังเกต
7. มีความรับผิดชอบ
8. มีความละเอียดรอบคอบ

### สาระการเรียนรู้

การหาพิกัดของรูปที่เกิดจากการสะท้อนบนระนาบพิกัดฉาก

การสะท้อนรูปต้นแบบข้ามแกน  $x$  จะหาค่าพิกัดของจุดยอดของรูปที่เกิดจากการสะท้อนได้โดยค่าพิกัด  $x$  เป็นค่าเดียวกับพิกัดของจุดต้นแบบ ส่วนค่าพิกัด  $y$  ให้คูณด้วย  $-1$

การสะท้อนจุดข้ามแกน  $y$  จะหาค่าพิกัดของจุดที่เกิดจากการสะท้อนได้โดยคูณค่าพิกัด  $x$  ด้วย  $-1$  ส่วนค่าพิกัด  $y$  เป็นค่าเดียวกับพิกัดของจุดต้นแบบ

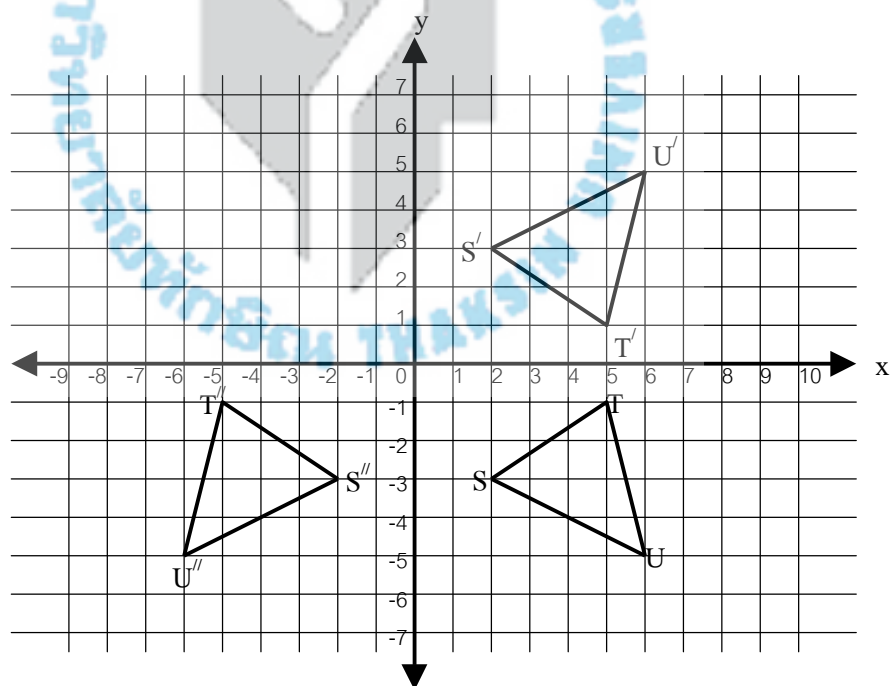
### สื่อการเรียนรู้

1. บัตรกิจกรรม
2. แบบบันทึกกิจกรรม
3. ใบงาน 9 – A , 9 – B
4. ตารางระนาบพิกัดฉาก
5. รูปเรขาคณิต
6. แผ่นใส , ปากกาเขียนแผ่นใส



### แนวการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับการเขียนรูปที่เกิดจากการสะท้อน บนเส้นสะท้อนที่กำหนด โดยให้นักเรียนทำใบงาน 9 – A
2. ครูสาธิตการหาพิกัดของรูปที่เกิดจากการสะท้อนให้นักเรียนดู แล้วครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน ครูแจกรูปเรขาคณิตและตารางระนาบพิกัดจากให้นักเรียนแต่ละกลุ่มฝึกหาพิกัดของรูปที่เกิดจากการสะท้อนตามเส้นสะท้อนที่ครูกำหนด
3. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมตามบัตรกิจกรรม เกี่ยวกับการสะท้อนรูปข้ามแกน  $x$  และการสะท้อนรูปข้ามแกน  $y$  บันทึกผลลงในแบบบันทึกกิจกรรม
4. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลจากการทำกิจกรรม จนได้ข้อสรุปเกี่ยวกับการสะท้อนรูปข้ามแกน  $x$  และการสะท้อนรูปข้ามแกน  $y$  ดังนี้  
 การสะท้อนรูปต้นแบบข้ามแกน  $x$  จะหาค่าพิกัดของจุดยอดของรูปที่เกิดจากการสะท้อนได้โดยค่าพิกัด  $x$  เป็นค่าเดียวกับพิกัดของจุดต้นแบบ ส่วนค่าพิกัด  $y$  ให้คูณด้วย  $-1$   
 การสะท้อนจุดข้ามแกน  $y$  จะหาค่าพิกัดของจุดที่เกิดจากการสะท้อนได้โดยคูณค่าพิกัด  $x$  ด้วย  $-1$  ส่วนค่าพิกัด  $y$  เป็นค่าเดียวกับพิกัดของจุดต้นแบบ
5. ครูยกตัวอย่างเกี่ยวกับการสะท้อนรูปข้ามแกน  $x$  และแกน  $y$  ดังนี้  
 ตัวอย่าง จงเขียนรูปสามเหลี่ยม  $S'T'U'$  ที่เกิดจากการสะท้อนรูปสามเหลี่ยม  $STU$  ข้ามแกน  $x$  และเขียนรูป  $S''T''U''$  ที่เกิดจากการสะท้อนรูปสามเหลี่ยม  $STU$  ข้ามแกน  $y$



6. ครูให้นักเรียนทำใบงาน 9-B เกี่ยวกับการหาพิกัดของรูปที่เกิดจากการสะท้อนบนระนาบพิกัดฉาก

**การวัดผลและประเมินผล**

การวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
1. สังเกตจากการถาม-ตอบ และการร่วมอภิปรายในชั้นเรียน	1. นักเรียนส่วนมาก ถาม-ตอบและร่วมอภิปรายในชั้นเรียน
2. สังเกตจากการอภิปรายภายในกลุ่ม	2. นักเรียนส่วนมาก ร่วมอภิปรายงานของกลุ่ม
3. ตรวจสอบผลการทำงาน การนำเสนอของนักเรียนในกลุ่ม	3. ผลงานของนักเรียนส่วนมาก หาผลสรุปได้ถูกต้อง
4. ตรวจสอบใบงาน 9-B	4. โดยเฉลี่ยนักเรียนทำใบงาน 9-B ได้ถูกต้องร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## ภาคผนวก

รายละเอียดของสื่อการเรียนรู้ เป็นดังนี้

### บัตรกิจกรรม

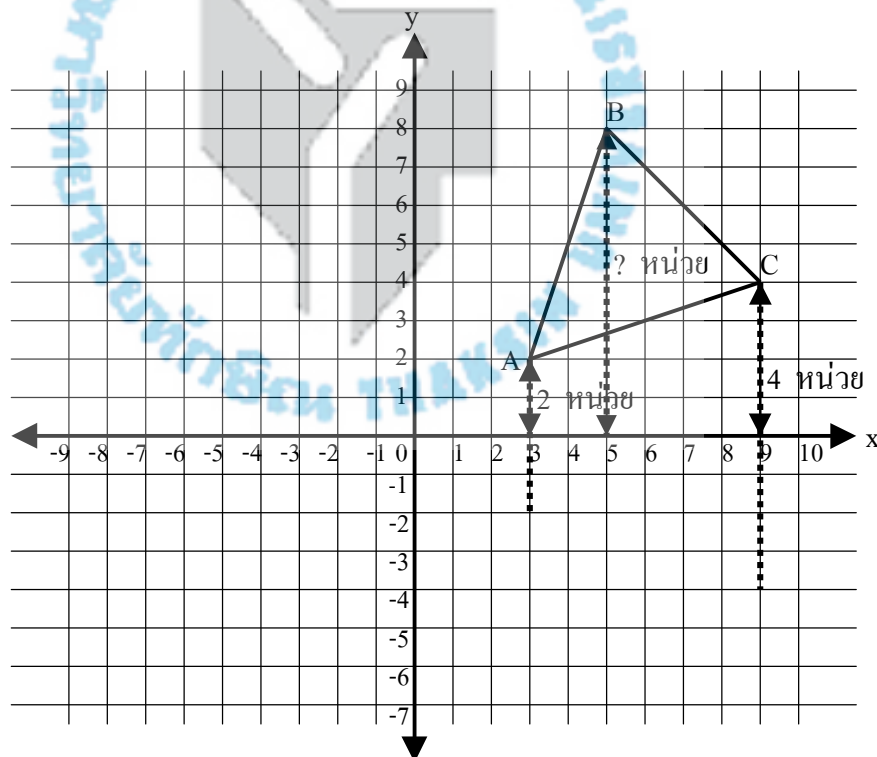
ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

**กิจกรรมที่ 1** การสะท้อนรูปข้ามแกน x

**อุปกรณ์** แบบบันทึกกิจกรรม ดินตรง

**วิธีดำเนินการ**

1. สร้างรูป  $\triangle ABC$  ให้มีจุดยอด  $A(3, 2)$ ,  $B(5, 8)$  และ  $C(9, 4)$
2. นับจำนวนหน่วยที่จุด  $A$  ห่างจากแกน x แล้วนับจำนวนหน่วยนั้นไปอีกด้านหนึ่งของแกน x กำหนดให้เป็นจุด  $A'$
3. นับจำนวนหน่วยที่จุด  $B$  และจุด  $C$  ห่างจากแกน x ใช้วิธีการเดียวกับข้อ 2 หาจุด  $B'$  และ  $C'$
4. วาดรูป  $\triangle A'B'C'$  แล้วพับตามแกน x



**คำถามท้ายกิจกรรม**

1. เมื่อพับกระดาษ นักเรียนสังเกตเห็นอะไรบ้างเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมสองรูป
2. เปรียบเทียบค่าพิสัยของ A กับ  $A'$  , B กับ  $B'$  และ C กับ  $C'$  นักเรียนสังเกตเห็นอะไรบ้าง

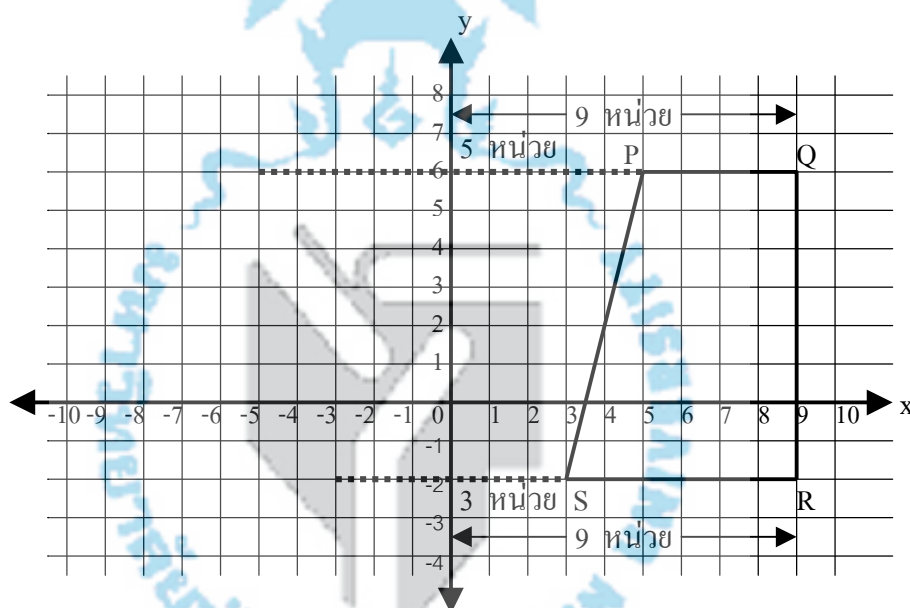


**กิจกรรมที่ 2** การสะท้อนรูปข้ามแกน  $y$

**อุปกรณ์** แบบบันทึกกิจกรรม สั้นตรง

**วิธีดำเนินการ**

1. พิจารณาการสะท้อนรูปสี่เหลี่ยมคางหมู PQRS ข้ามแกน  $y$  เมื่อจุดยอดคือ P (5, 6), Q (9, 6), R (9, -2) และ S (3, -2)
2. นับจำนวนหน่วยที่จุด P ห่างจากแกน แล้วนับจำนวนหน่วยนั้นไปอีกด้านหนึ่งของแกน  $y$  กำหนดให้เป็นจุด P'
3. นับจำนวนหน่วยที่จุด Q, จุด R และจุด S ห่างจากแกน  $y$  ใช้วิธีการเดียวกับข้อ 2 หาจุด Q', R' และ S'
4. วาดรูป P'Q'R'S' แล้วพับตามแกน  $y$

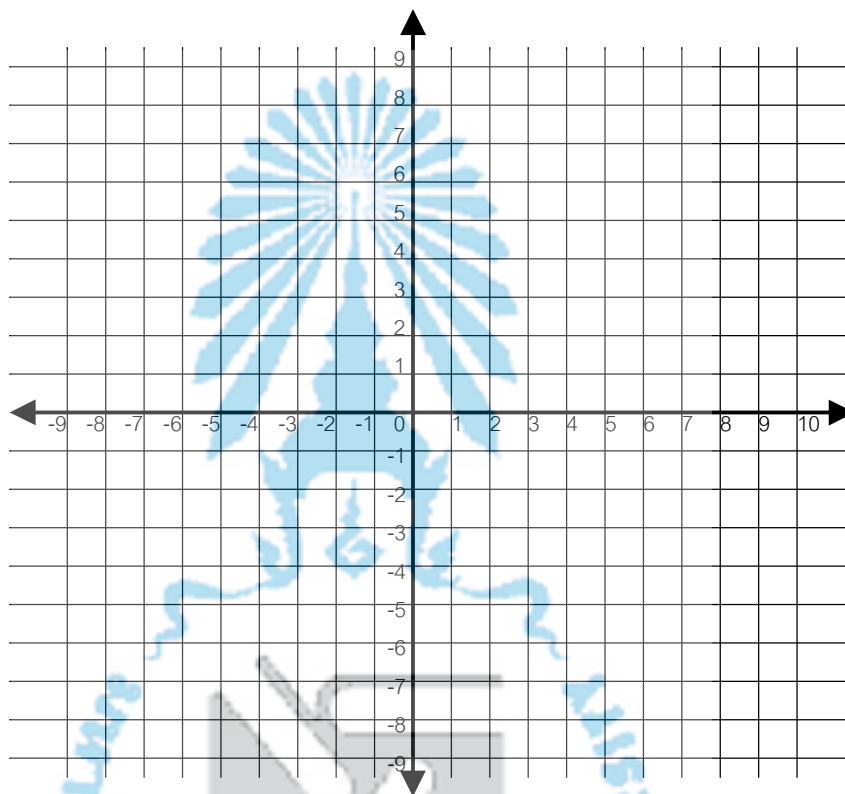


**คำถามท้ายกิจกรรม**

1. เมื่อพับกระดาษ นักเรียนสังเกตเห็นอะไรบ้างเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมสองรูป
2. เปรียบเทียบค่าพิกัดของ P กับ P', Q กับ Q', R กับ R' และ S กับ S' นักเรียนสังเกตเห็นอะไรบ้าง

## แบบบันทึกกิจกรรม

### กิจกรรมที่ 1 การสะท้อนรูปข้ามแกน x



#### ตอบคำถามท้ายกิจกรรม

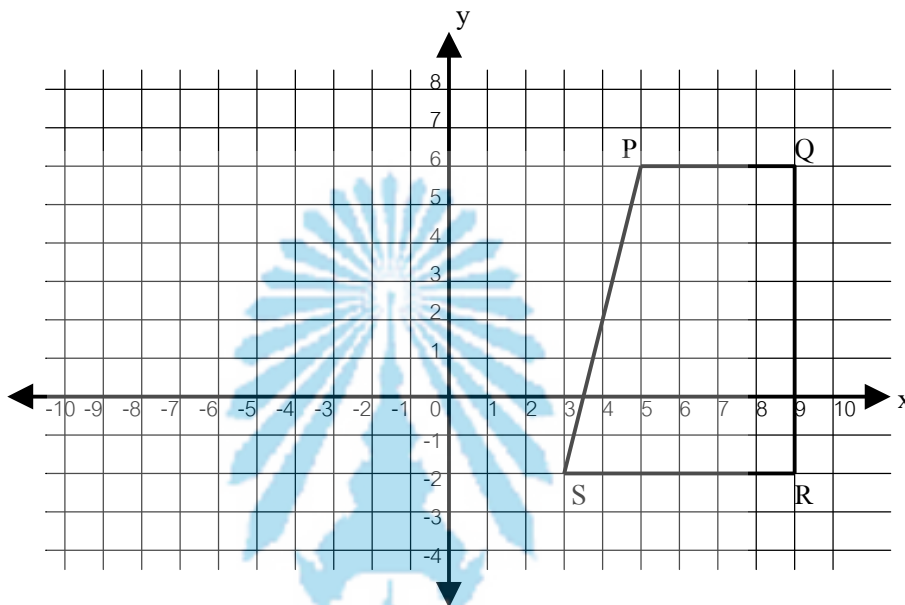
- เมื่อพับกระดาษตามแกน x จะได้ว่ารูปสามเหลี่ยมทั้งสอง.....
- พิกัดจุด A คือ .....พิกัดจุด A' คือ.....  
 - พิกัดจุด B คือ .....พิกัดจุด B' คือ.....  
 - พิกัดจุด C คือ .....พิกัดจุด C' คือ.....
- จากข้อ (2) จะได้ว่าเราสามารถหาพิกัดของจุดที่เกิดจากการสะท้อนได้โดย.....

.....  
 .....

สมาชิกกลุ่มที่.....

- |        |        |
|--------|--------|
| 1..... | 2..... |
| 3..... | 4..... |
| 5..... | 6..... |

กิจกรรมที่ 2 การสะท้อนรูปข้ามแกน y



ตอบคำถามท้ายกิจกรรม

1. เมื่อพับกระดาษตามแกน y จะได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมทั้งสอง.....
2. - พิกัดจุด P คือ .....พิกัดจุด P' คือ.....  
 - พิกัดจุด Q คือ .....พิกัดจุด Q' คือ.....  
 - พิกัดจุด R คือ .....พิกัดจุด R' คือ.....  
 - พิกัดจุด S คือ .....พิกัดจุด S' คือ.....
3. จากข้อ (2) จะได้ว่าเราสามารถหาพิกัดของจุดที่เกิดจากการสะท้อนข้ามแกน y ได้ โดย.....  
 .....

สมาชิกกลุ่มที่.....

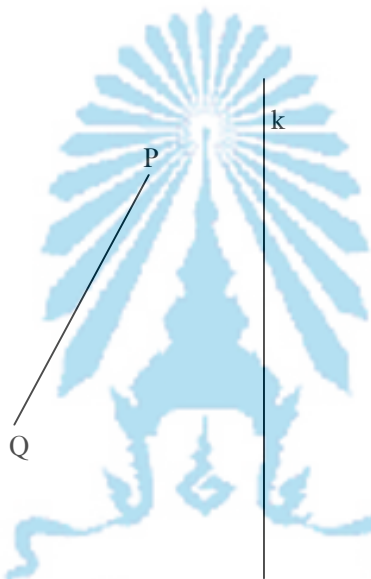
- |        |        |
|--------|--------|
| 1..... | 2..... |
| 3..... | 4..... |
| 5..... | 6..... |

### ใบงาน 9 - A

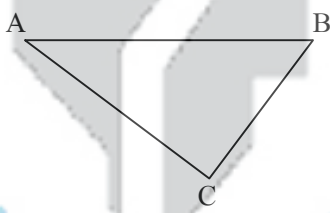
ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....

คำชี้แจง จงหารูปที่เกิดจากการสะท้อน บนเส้นสะท้อนที่กำหนดให้ต่อไปนี้

(1)



(2)





## ใบงาน 9 – B

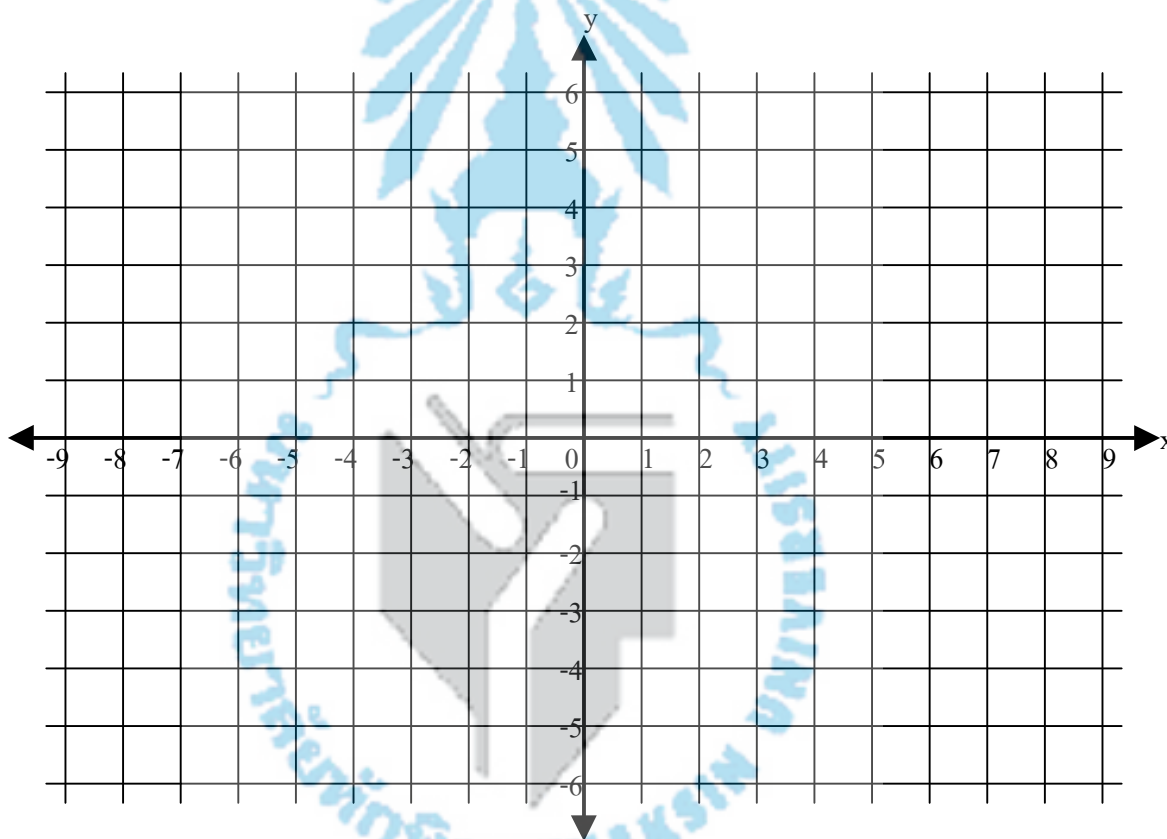
ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....

**คำชี้แจง** จงทำกิจกรรมในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. จงเขียนรูป  $\triangle ABC$  ที่มีจุดยอด  $A(-7, 5)$  ,  $B(-4, 0)$  และ  $C(-2, 3)$  แล้ว

1.1 หาพิกัดของจุดยอดภายหลังการสะท้อนข้ามแกน  $y$

1.2 เขียนรูป  $\triangle A'B'C'$



พิกัดจุด  $A'$  คือ.....

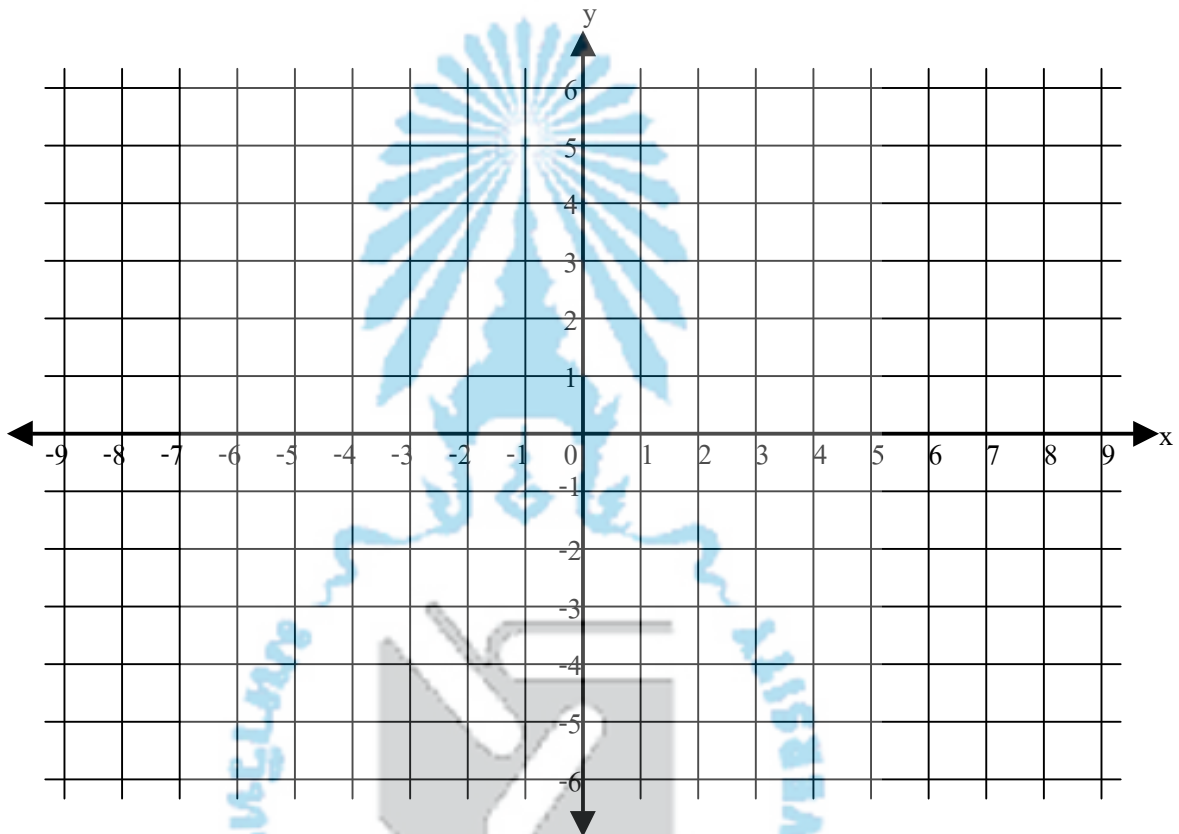
พิกัดจุด  $B'$  คือ.....

พิกัดจุด  $C'$  คือ.....

2. จงเขียนรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน MNOP ที่มีจุดยอด  $M(-4, 2)$  ,  $N(1, 2)$  ,  $O(0, 0)$  และ  $P(-5, 0)$  แล้ว

2.1 หาพิกัดของจุดยอดภายหลังการสะท้อนข้ามแกน x

2.2 เขียนรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน  $M'N'O'P'$



พิกัดจุด  $M'$  คือ.....

พิกัดจุด  $N'$  คือ.....

พิกัดจุด  $O'$  คือ.....

พิกัดจุด  $P'$  คือ.....

## แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3

เรื่องการนำไปใช้

ชื่อกิจกรรม การหาผลที่เกิดจากการแปลงสองครั้ง

เวลา 1 ชั่วโมง

### จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. บอกความสัมพันธ์ระหว่างการเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อนได้
2. หาผลที่เกิดจากการแปลงสองครั้งได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถ

3. ในการให้เหตุผล
4. ในการสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ
5. ในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

ด้านคุณลักษณะ : นักเรียน

6. มีความสามัคคีในการทำงาน
7. เป็นคนช่างสังเกต
8. มีความรับผิดชอบ

### สาระการเรียนรู้

การสะท้อนข้ามเส้นสะท้อน 2 เส้นที่ขนานกัน

กำหนดเส้นสะท้อน 2 เส้นที่ขนานกัน เมื่อสะท้อนรูปต้นแบบข้ามเส้นสะท้อนเส้นแรก แล้วสะท้อนรูปที่ได้ข้ามเส้นสะท้อนเส้นที่สอง จะพบว่ารูปที่เกิดจากการสะท้อนครั้งที่สองเหมือนกับรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบ

การสะท้อนข้ามเส้นสะท้อน 2 เส้นที่ตัดกัน

เมื่อสะท้อนรูปต้นแบบข้ามเส้นสะท้อนเส้นแรก แล้วสะท้อนรูปที่ได้ข้ามเส้นสะท้อนเส้นที่สอง จะพบว่ารูปที่เกิดจากการสะท้อนครั้งที่สองเหมือนกับรูปที่เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบ

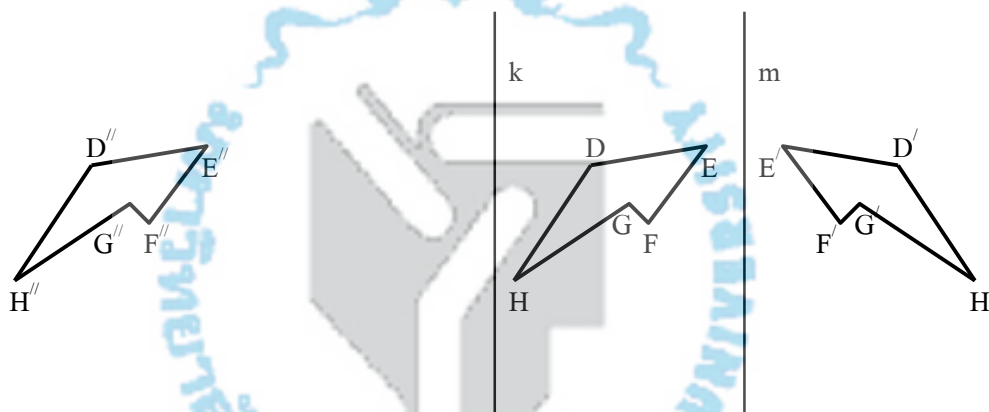
### สื่อการเรียนรู้

1. บัตรกิจกรรม 1 และ 2
2. แบบบันทึกกิจกรรม 1 และ 2
3. ใบงาน 10 – A และ 10 – B
4. รูปเรขาคณิต
5. ตารางระนาบพิกัดฉาก

### แนวการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับการเขียนรูปที่เกิดจากการสะท้อน บนเส้นสะท้อนที่กำหนด โดยให้นักเรียนเขียนรูปที่เกิดจากการสะท้อน ในใบงาน 10 – A
2. ครูสาธิตการสะท้อนรูปข้ามเส้นสะท้อน 2 เส้นที่ขนานกัน แล้วให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน ครูแจกรูปเรขาคณิตและตารางระนาบพิกัดมาให้แก่นักเรียนแต่ละกลุ่มฝึกสะท้อนรูปข้ามเส้นสะท้อน 2 เส้นที่ขนานกัน ตามเส้นสะท้อนที่ครูกำหนด
3. ให้นักเรียนทำกิจกรรมตามบัตรกิจกรรม 1 เกี่ยวกับการสะท้อนข้ามเส้นสะท้อน 2 เส้นที่ขนานกัน บันทึกผลลงในแบบบันทึกกิจกรรม 1 แล้วร่วมกันอภิปรายผลจนได้ข้อสรุปว่า กำหนดเส้นสะท้อน 2 เส้นที่ขนานกัน เมื่อสะท้อนรูปต้นแบบข้ามเส้นสะท้อนเส้นแรก แล้วสะท้อนรูปที่ได้ข้ามเส้นสะท้อนเส้นที่สอง จะพบว่ารูปที่เกิดจากการสะท้อนครั้งที่สองเหมือนกับรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบ
4. ครูยกตัวอย่างเกี่ยวกับการสะท้อนข้ามเส้นสะท้อน 2 เส้นที่ขนานกัน ดังนี้

#### ตัวอย่าง



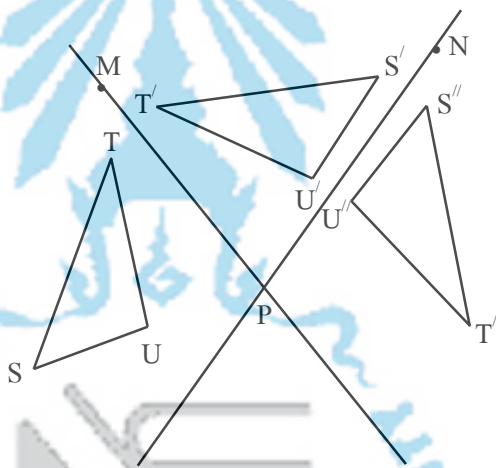
จากรูป เส้นสะท้อน  $k$  และเส้นสะท้อน  $m$  เป็นเส้นสะท้อนที่ขนานกัน รูป  $DEFG$  เป็นรูปต้นแบบ เมื่อสะท้อนรูป  $DEFG$  ข้ามเส้นสะท้อน  $m$  ได้รูปสะท้อน  $D'E'F'G'$  แล้วสะท้อนรูป  $D'E'F'G'$  ข้ามเส้นสะท้อน  $k$  จะได้รูป  $D''E''F''G''$  เป็นรูปสะท้อนครั้งที่สอง ของรูปต้นแบบ  $DEFG$  และจะพบว่ารูป  $D''E''F''G''$  ยังเป็นรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบ  $DEFG$  ไปทางซ้ายตามแนวเส้นที่ตั้งฉากกับเส้นสะท้อนทั้งสอง และระยะทางที่ใช้ในการเลื่อนขนานเป็นสองเท่าของระยะห่างระหว่างเส้นสะท้อนที่ขนานกันนั้น

5. ครูสาธิตการสะท้อนรูปข้ามเส้นสะท้อน 2 เส้นที่ตัดกัน แล้วให้นักเรียนแต่ละกลุ่มฝึกการสะท้อนรูปข้ามเส้นสะท้อน 2 เส้นที่ตัดกันตามเส้นสะท้อนที่ครูกำหนด

6. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมตามบัตรกิจกรรม 2 เกี่ยวกับการสะท้อนรูปข้ามเส้นสะท้อน 2 เส้นที่ตัดกัน บันทึกผลลงในแบบบันทึกกิจกรรม 2 แล้วร่วมกันอภิปรายผลจนได้ข้อสรุปว่า

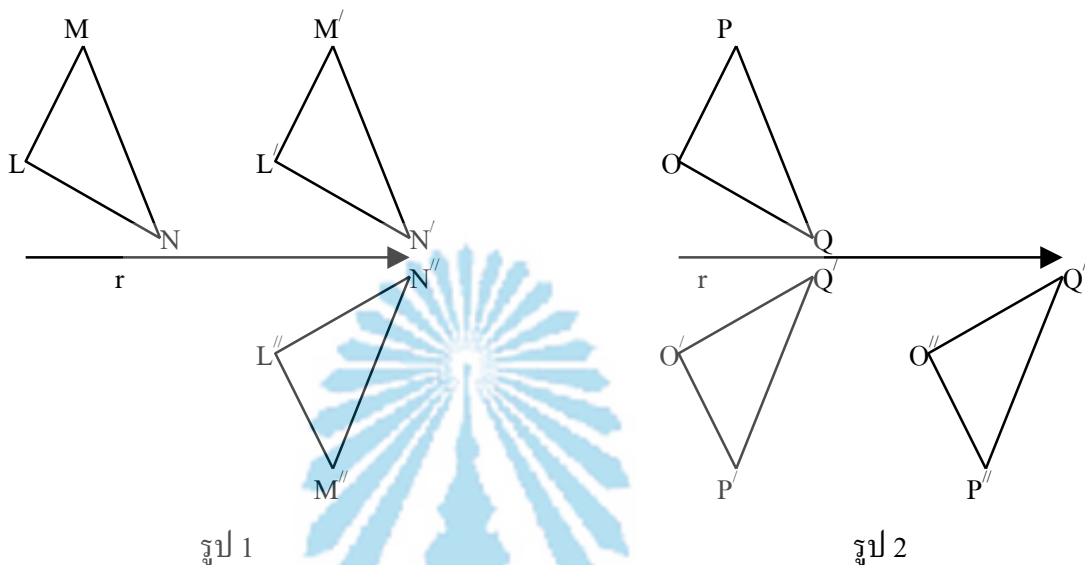
เมื่อสะท้อนรูปต้นแบบข้ามเส้นสะท้อนเส้นแรก แล้วสะท้อนรูปที่ได้ข้ามเส้นสะท้อนเส้นที่สอง จะพบว่ารูปที่เกิดจากการสะท้อนครั้งที่สองเหมือนกับรูปที่เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบ

7. ครูยกตัวอย่างเกี่ยวกับการสะท้อนรูปข้ามเส้นสะท้อน 2 เส้นที่ตัดกัน ดังนี้



จากรูป เส้นสะท้อน MP ตัดกับเส้นสะท้อน NP ที่จุด P รูป STU เป็นรูปต้นแบบ สะท้อนรูป STU ข้ามเส้นสะท้อน MP ได้รูป  $S'T'U'$  เป็นรูปที่เกิดจากการสะท้อน สะท้อนรูป  $S'T'U'$  ข้ามเส้นสะท้อน NP ได้รูป  $S''T''U''$  เป็นรูปสะท้อนครั้งที่สองของรูปต้นแบบ STU จะพบว่าถ้าหมุนรูปต้นแบบ STU ตามเข็มนาฬิการอบจุด P ด้วยขนาดของมุม 2 เท่าของขนาดของมุม MPN จะได้รูป  $S''T''U''$  เป็นรูปที่เกิดจากการหมุน

8. ครูสาธิตและอธิบายเกี่ยวกับการสะท้อนแบบเลื่อน พร้อมยกตัวอย่างประกอบ ดังนี้ การสะท้อนแบบเลื่อนเป็นการผสมผสานระหว่างการเลื่อนขนานและการสะท้อน นั่นคือการสะท้อนแบบเลื่อนอาจเกิดจากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบ แล้วสะท้อนรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานนั้นข้ามเส้นที่ขนานกับเส้นที่กำหนดทิศทางของการเลื่อนขนาน หรือการสะท้อนแบบเลื่อนเกิดจากการสะท้อนรูปต้นแบบแล้วเลื่อนขนานรูปที่เกิดจากการสะท้อนไปในทิศทางเดียวกันกับเส้นสะท้อน



จากรูป 1 รูป  $L''M''N''$  เป็นรูปที่เกิดจากการสะท้อนแบบเลื่อน โดยการเลื่อนขนานรูป  $LMN$  ด้วยทิศทางและระยะทางเท่ากับ  $r$  ได้รูป  $L'M'N'$  แล้วสะท้อนรูป  $L'M'N'$  ข้ามเส้น  $r$

จากรูป 2 รูป  $O''P''Q''$  เป็นรูปที่เกิดจากการสะท้อนแบบเลื่อน โดยการสะท้อนรูป  $OPQ$  ข้ามเส้น  $r$  ได้รูป  $O'P'Q'$  แล้วเลื่อนขนานรูป  $O'P'Q'$  ด้วยทิศทางและระยะทางเท่ากับ  $r$

9. ครูให้นักเรียนทำใบงาน 10-B

#### การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
1. สังเกตจากการอภิปรายภายในกลุ่ม	1. นักเรียนส่วนมาก ร่วมอภิปรายงานของกลุ่ม
2. ตรวจสอบผลการทำงาน การนำเสนอของงานของกลุ่ม	2. ผลงานของนักเรียนส่วนมาก หาผลสรุปได้ถูกต้อง
3. ตรวจสอบงาน 10-B	3. โดยเฉลี่ยนักเรียนทำใบงาน 10-B ได้ถูกต้องร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

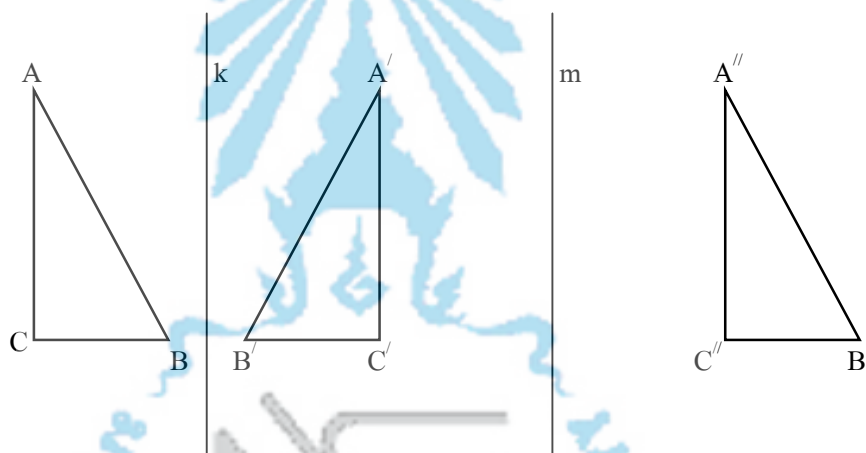


## ภาคผนวก

รายละเอียดของสื่อการเรียนรู้ เป็นดังนี้

### บัตรกิจกรรม 1

คำชี้แจง จงพิจารณารูปต่อไปนี้แล้วตอบคำถาม



คำถาม

1. เส้นสะท้อน  $k$  และเส้นสะท้อน  $m$  ขนานกันหรือตัดกัน
2. รูป  $\triangle A'B'C'$  เกิดจากการสะท้อนของรูปใด ข้ามเส้นสะท้อนใด
3. รูป  $\triangle A''B''C''$  เกิดจากการสะท้อนของรูปใด ข้ามเส้นสะท้อนใด
4. รูปที่เกิดจากการสะท้อน 2 ครั้ง ของ  $\triangle ABC$  ข้ามเส้นสะท้อน  $k$  และเส้นสะท้อน  $m$  คือรูปใด
5. ถ้ารูป  $\triangle A''B''C''$  เกิดจากการแปลงเพียงครั้งเดียวของรูป  $\triangle ABC$  การแปลงนั้นคืออะไร (การเลื่อนขนาน / การหมุน / การสะท้อน)
6. ระยะห่างระหว่างเส้นสะท้อน 2 เส้นเท่ากับกี่เซนติเมตร
7. ระยะห่างระหว่างจุดที่สมนัยกันของรูป  $\triangle ABC$  กับรูป  $\triangle A''B''C''$  เท่ากับกี่เซนติเมตร
8. จากข้อ 6 และ 7 จะได้ว่าระยะห่างระหว่างจุดที่สมนัยกันของรูป  $\triangle ABC$  กับรูป  $\triangle A''B''C''$  เป็นกี่เท่าของระยะห่างระหว่างเส้นสะท้อน 2 เส้น



## แบบบันทึกกิจกรรม 1

### ตอบคำถามจากบัตรกิจกรรม 1

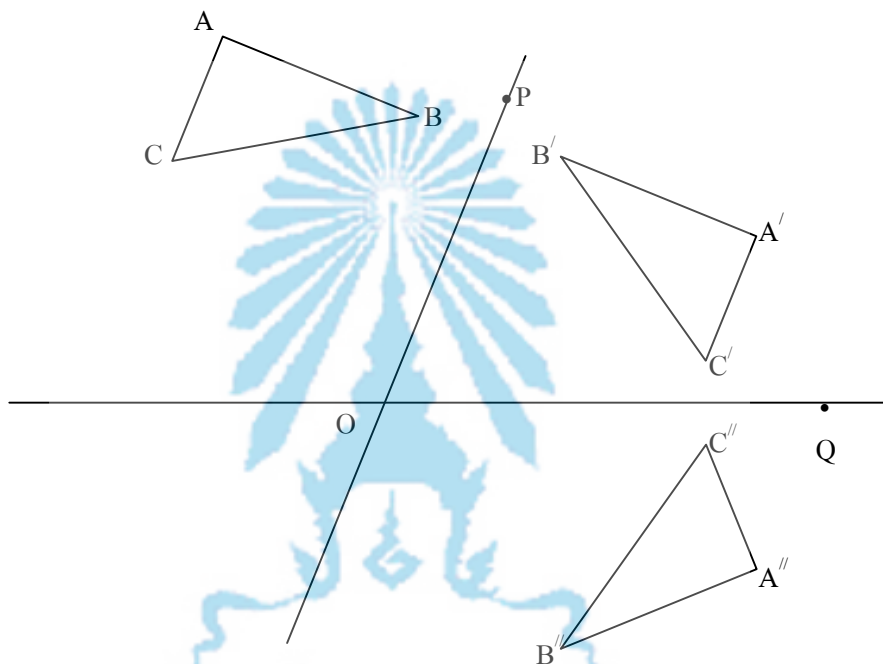
1. เส้นสะท้อน  $k$  และเส้นสะท้อน  $m$  .....
  2. รูป  $\triangle A'B'C'$  เกิดจากการสะท้อนของรูป.....ข้ามเส้นสะท้อน.....
  3. รูป  $\triangle A''B''C''$  เกิดจากการสะท้อนของรูป..... ข้ามเส้นสะท้อน.....
  4. รูปที่เกิดจากการสะท้อน 2 ครั้ง ของ  $\triangle ABC$  ข้ามเส้นสะท้อน  $k$  และเส้นสะท้อน  $m$  คือรูป.....
  5. ถ้ารูป  $\triangle A''B''C''$  เกิดจากการแปลงเพียงครั้งเดียวของรูป  $\triangle ABC$  การแปลงนั้นคือ .....
  6. ระยะห่างระหว่างเส้นสะท้อน 2 เส้นเท่ากับ.....เซนติเมตร
  7. ระยะห่างระหว่างจุดที่สมนัยกันของรูป  $\triangle ABC$  กับรูป  $\triangle A''B''C''$  เท่ากับ .....
- .....เซนติเมตร
8. จากข้อ 6 และ 7 จะได้ว่าระยะห่างระหว่างจุดที่สมนัยกันของรูป  $\triangle ABC$  กับรูป  $\triangle A''B''C''$  เป็น.....เท่าของระยะห่างระหว่างเส้นสะท้อน 2 เส้น

สมาชิกกลุ่มที่.....

- |        |        |
|--------|--------|
| 1..... | 2..... |
| 3..... | 4..... |
| 5..... | 6..... |

## บัตรกิจกรรม 2

คำชี้แจง จงพิจารณารูปต่อไปนี้แล้วตอบคำถาม



คำถาม

1. เส้นสะท้อน P และเส้นสะท้อน Q ขนานกันหรือตัดกัน
2. รูป  $\triangle A'B'C'$  เกิดจากการสะท้อนของรูปใด ข้ามเส้นสะท้อนใด
3. รูป  $\triangle A''B''C''$  เกิดจากการสะท้อนของรูปใด ข้ามเส้นสะท้อนใด
4. รูปที่เกิดจากการสะท้อน 2 ครั้ง ของ  $\triangle ABC$  ข้ามเส้นสะท้อน k และเส้นสะท้อน m คือรูปใด
5. ถ้ารูป  $\triangle A''B''C''$  เกิดจากการแปลงเพียงครั้งเดียวของรูป  $\triangle ABC$  การแปลงนั้นคืออะไร (การเลื่อนขนาน / การหมุน / การสะท้อน)
6. ขนาดของมุม POQ เท่ากับกี่องศา
7. ขนาดของมุม COC'' เท่ากับกี่องศา
8. มุม COC'' มีขนาดเป็นกี่เท่าของมุม POQ

**แบบบันทึกกิจกรรม 2**

**ตอบคำถามจากบัตรกิจกรรม 2**

1. เส้นสะท้อน P และเส้นสะท้อน Q .....
2. รูป  $\triangle A'B'C'$  เกิดจากการสะท้อนของรูป.....ข้ามเส้นสะท้อน.....
3. รูป  $\triangle A''B''C''$  เกิดจากการสะท้อนของรูป..... ข้ามเส้นสะท้อน.....
4. รูปที่เกิดจากการสะท้อน 2 ครั้ง ของ  $\triangle ABC$  ข้ามเส้นสะท้อน P และเส้นสะท้อน Q  
คือรูป.....
5. ถ้ารูป  $\triangle A''B''C''$  เกิดจากการแปลงเพียงครั้งเดียวของรูป  $\triangle ABC$  การแปลงนั้นคือ  
.....
6. ขนาดของมุม POQ เท่ากับ.....องศา
7. ขนาดของมุม COC'' เท่ากับ.....องศา
8. มุม COC'' มีขนาดเป็น.....เท่าของมุม POQ

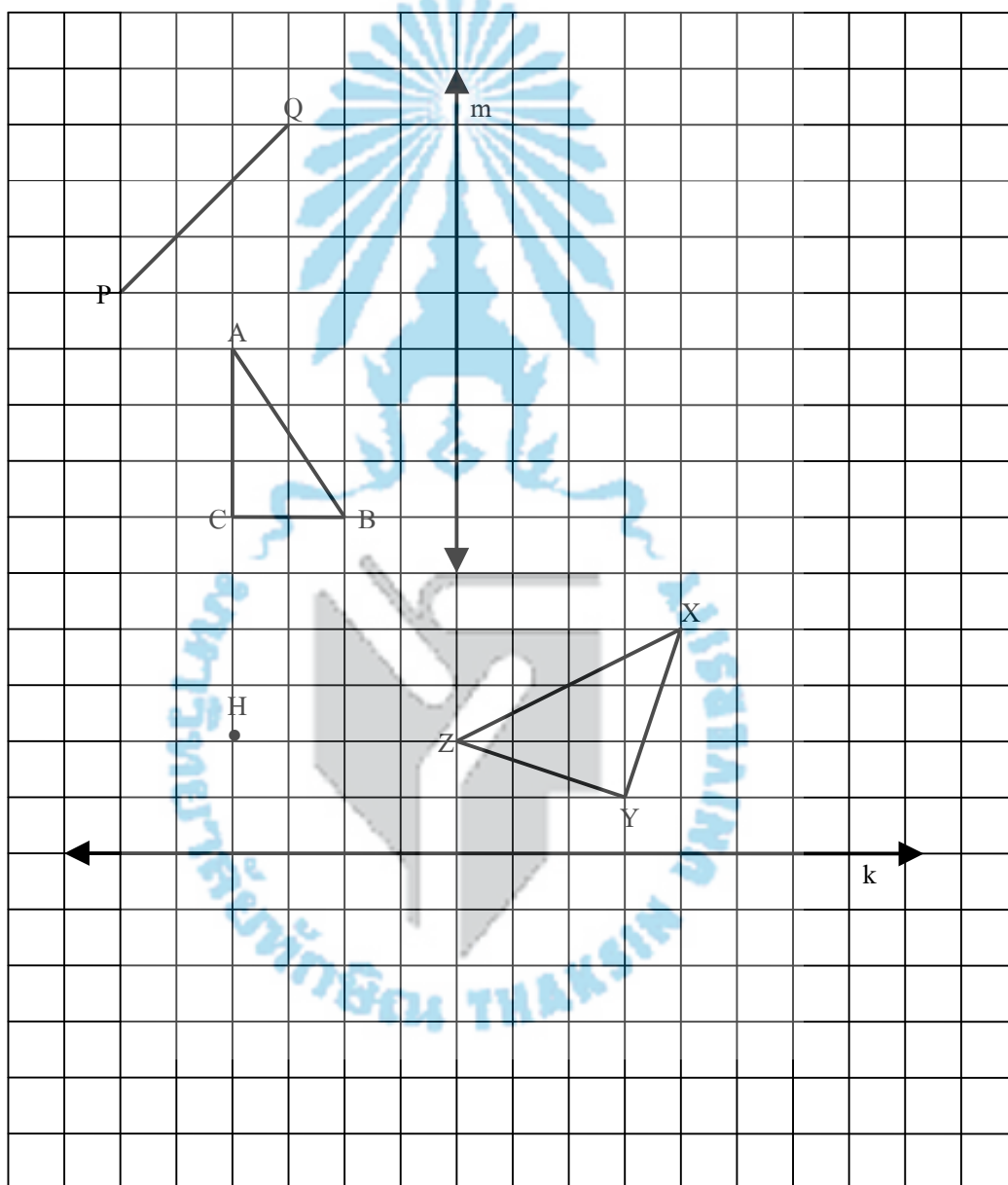
สมาชิกกลุ่มที่.....

- |        |        |
|--------|--------|
| 1..... | 2..... |
| 3..... | 4..... |
| 5..... | 6..... |

### ใบงาน 10 - A

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....

คำชี้แจง จงหาจุด เส้น หรือรูป ที่เกิดจากการสะท้อน บนเส้นสะท้อนที่กำหนดให้ต่อไปนี้



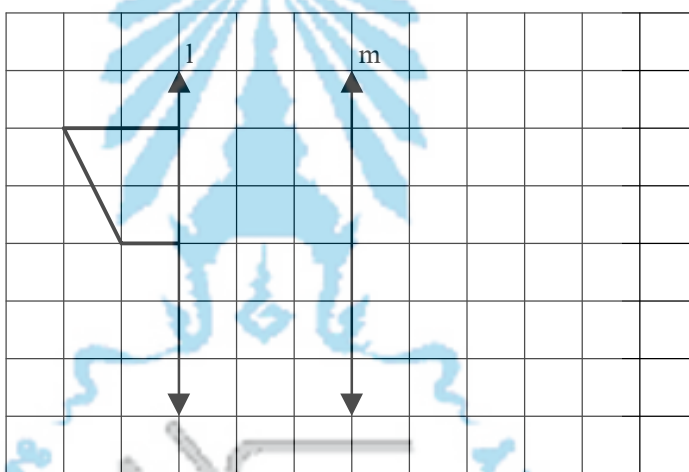
## ใบงาน 10 – B

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....

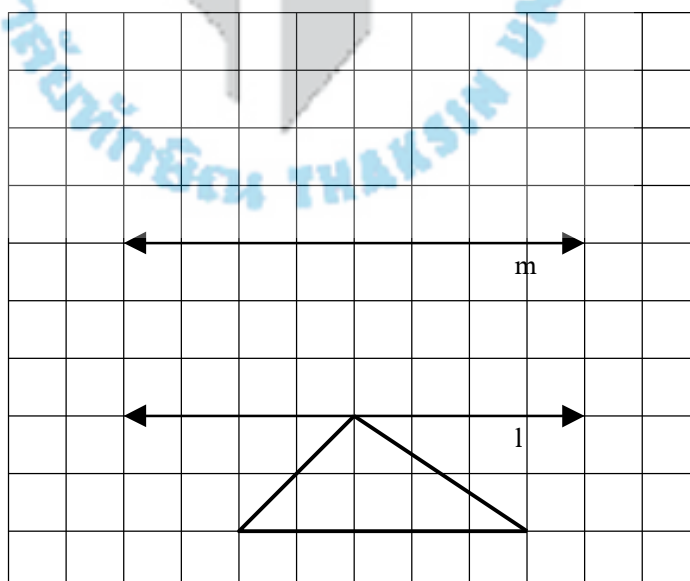
**คำชี้แจง** จงทำกิจกรรมต่อไปนี้

1. จงเขียนรูปที่เกิดจากการสะท้อนรูปที่กำหนดบนเส้นสะท้อน  $l$  และ  $m$  ตามลำดับ

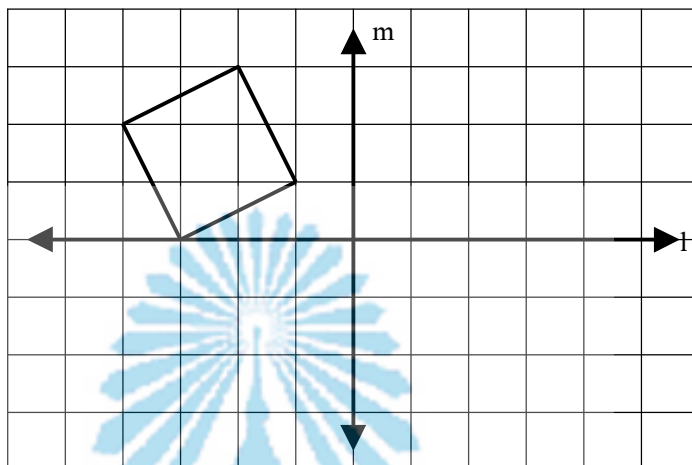
(1)



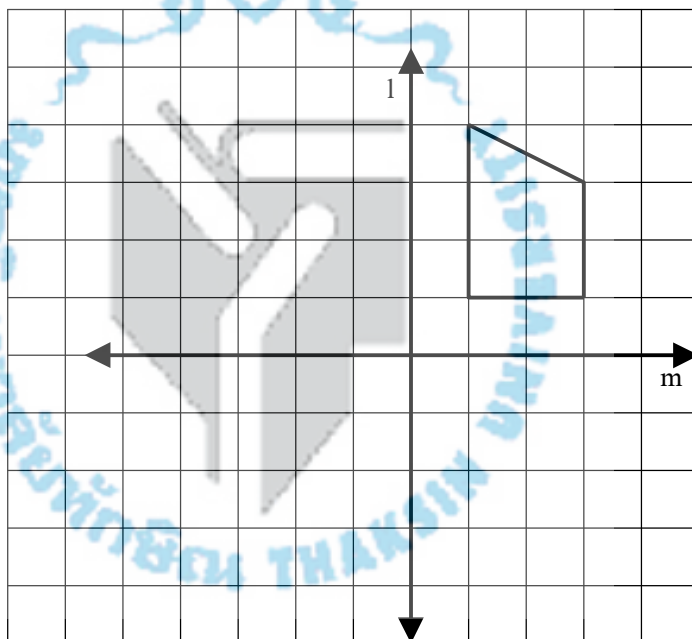
(2)



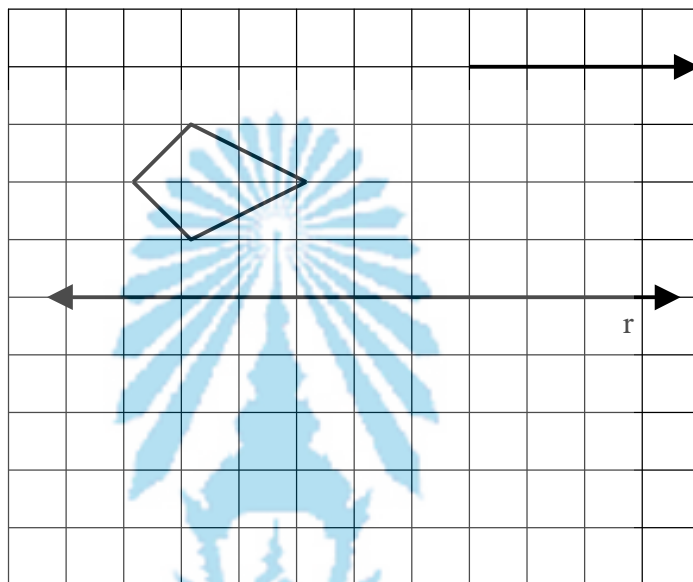
(3)



(4)



5. จงหาผลที่เกิดจากการสะท้อนและเลื่อนขนานรูปตามเส้นสะท้อน  $r$  ทิศทางและระยะทางของการเลื่อนที่กำหนดในรูปลูกศร



## แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3

เรื่องการนำไปใช้

ชื่อกิจกรรม การแก้ปัญหาโดยใช้การแปลงทางเรขาคณิต

เวลา 1 ชั่วโมง

### จุดประสงค์การเรียนรู้

#### ด้านความรู้ :

1. นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องการเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อน ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

#### ด้านทักษะ / กระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถ

2. ในการแก้ปัญหา
4. ในการสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ
5. ในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

#### ด้านคุณลักษณะ : นักเรียน

6. มีความสามัคคีในการทำงาน
7. เป็นคนช่างสังเกต
8. มีความรับผิดชอบ

### สาระการเรียนรู้

โจทย์ปัญหาเรขาคณิตบางรูปแบบสามารถแก้ปัญหาค้นหาได้โดยง่ายเมื่อใช้ความรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ในเรื่องการเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อน

### สื่อการเรียนรู้

1. บัตรกิจกรรม
2. แบบบันทึกกิจกรรม
3. ใบงาน 11 – A
4. แผ่นใสสรุปสูตรการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม สามเหลี่ยม และวงกลม
5. แผ่นใสแบบซ้อนทับแสดงการหาพื้นที่ของรูป

### แนวการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม สามเหลี่ยม วงกลม โดยสรุปสูตรลงแผ่นใสให้นักเรียนดู



2. ครูให้นักเรียนดูโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาพื้นที่แรเงาของรูป แล้วให้ช่วยกันคิดว่า จะใช้ความรู้เกี่ยวกับการเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อน ช่วยในการแก้ปัญหาให้ง่ายขึ้นได้อย่างไร

3. ครูใช้แผ่นใสแบบซ้อนทับสาธิตเกี่ยวกับการนำความรู้เรื่องการเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อน ช่วยในการแก้ปัญหาให้ง่ายขึ้น

4. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน ทำกิจกรรมตามบัตรกิจกรรม แล้วบันทึกลงในแบบบันทึกกิจกรรม

5. ให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลการทำกิจกรรม แล้วร่วมกันอภิปรายจนได้ข้อสรุปว่า

โจทย์ปัญหาเรขาคณิตบางรูปแบบสามารถแก้ปัญหาก็ได้ง่ายเมื่อใช้ความรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ในเรื่องการเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อน

6. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมเกี่ยวกับการแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องการเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อน ดังนี้

7. ครูให้นักเรียนทำใบงาน 11 – A

**การวัดผลและประเมินผล**

การวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
1. สังเกตจากการอภิปรายภายในกลุ่ม	1. นักเรียนส่วนมาก ร่วมอภิปรายงานของกลุ่ม
2. ตรวจสอบผลการทำงาน การนำเสนอของนักเรียนในกลุ่ม	2. ผลงานของนักเรียนส่วนมาก หาผลสรุปได้ถูกต้อง
3. ตรวจสอบใบงาน 11 – A	3. โดยเฉลี่ยนักเรียนทำใบงาน 11 – A ได้ถูกต้องร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



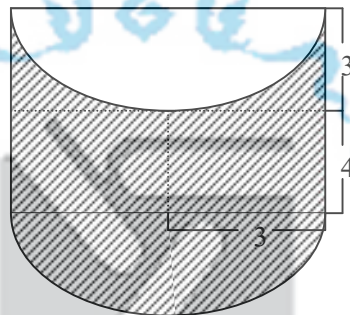
## ภาคผนวก

รายละเอียดของสื่อการเรียนรู้ เป็นดังนี้

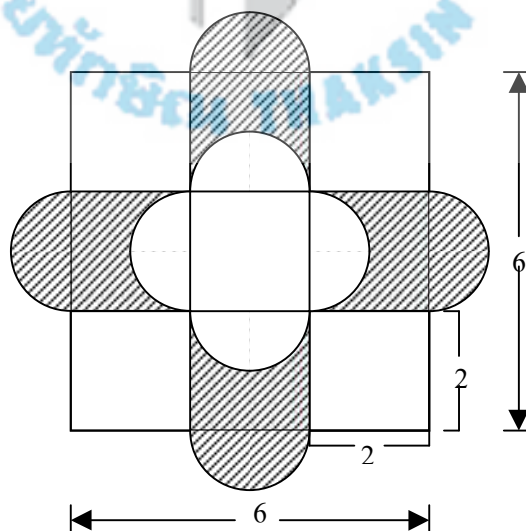
### บัตรกิจกรรม

คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้ความรู้เกี่ยวกับการเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อน ในการหาพื้นที่ของรูปต่อไปนี้

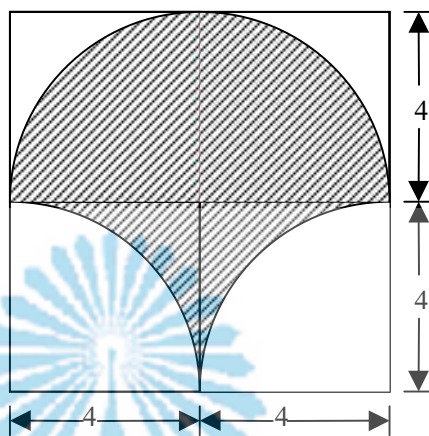
รูป 1



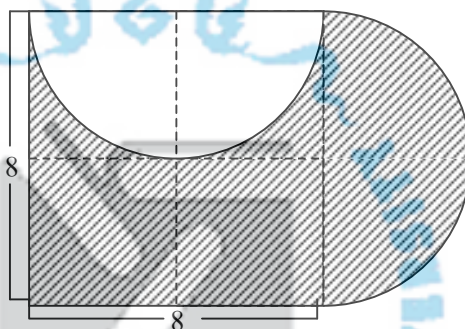
รูป 2



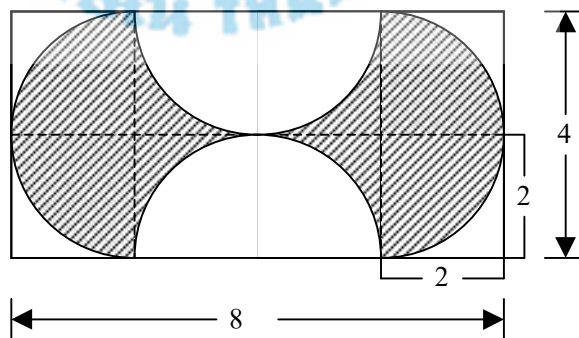
រូប 3



រូប 4



រូប 5



### แบบบันทึกกิจกรรม

- (1) พื้นที่แรงแรง รูป 1 เท่ากับ.....ตารางหน่วย
- (2) พื้นที่แรงแรง รูป 2 เท่ากับ.....ตารางหน่วย
- (3) พื้นที่แรงแรง รูป 3 เท่ากับ.....ตารางหน่วย
- (4) พื้นที่แรงแรง รูป 4 เท่ากับ.....ตารางหน่วย
- (5) พื้นที่แรงแรง รูป 5 เท่ากับ.....ตารางหน่วย

สมาชิกกลุ่มที่.....

- |        |        |
|--------|--------|
| 1..... | 2..... |
| 3..... | 4..... |
| 5..... | 6..... |

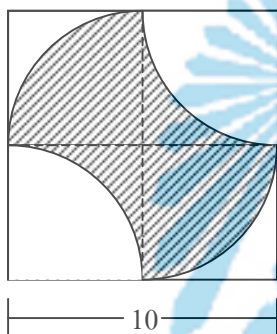


ใบงาน 11 - A

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....

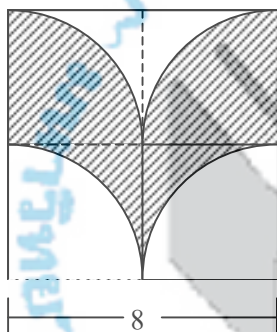
คำชี้แจง จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาจากภาพในแต่ละข้อต่อไปนี้ พร้อมทั้งบอกวิธีการหาคำตอบ

(1)



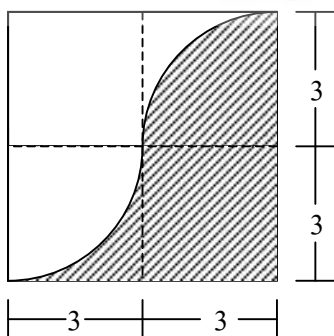
มีพื้นที่แรเงาเท่ากับ.....ตารางหน่วย  
ใช้ความรู้เกี่ยวกับ.....

(2)



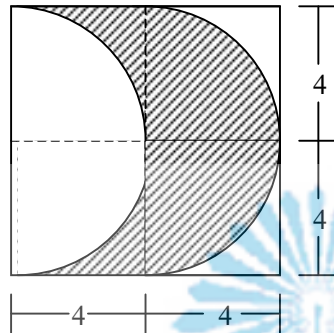
มีพื้นที่แรเงาเท่ากับ.....ตารางหน่วย  
ใช้ความรู้เกี่ยวกับ.....

(3)



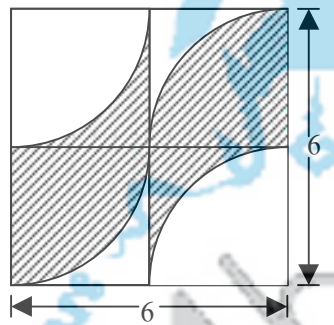
มีพื้นที่แรเงาเท่ากับ.....ตารางหน่วย  
ใช้ความรู้เกี่ยวกับ.....

(4)



มีพื้นที่แรเงาเท่ากับ.....ตารางหน่วย  
ใช้ความรู้เกี่ยวกับ.....

(5)



มีพื้นที่แรเงาเท่ากับ.....ตารางหน่วย  
ใช้ความรู้เกี่ยวกับ.....



## แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3

เรื่องการนำไปใช้

ชื่อกิจกรรม การสร้างสรรค์งานศิลปะด้วยการแปลงทางเรขาคณิต

เวลา 1 ชั่วโมง

### จุดประสงค์การเรียนรู้

#### ด้านความรู้ :

1. นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องการเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อน ไปใช้ในการสร้างสรรค์งานศิลปะได้

#### ด้านทักษะ / กระบวนการ : นักเรียนมีความสามารถ

2. ในการสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ
3. ในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ
4. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

#### ด้านคุณลักษณะ : นักเรียน

5. มีความละเอียดรอบคอบ
6. มีระเบียบวินัย
7. มีความรับผิดชอบ

### สาระการเรียนรู้

ความรู้เกี่ยวกับเรื่องการเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อน สามารถนำไปใช้ในการสร้างสรรค์งานศิลปะ ในเรื่องการออกแบบลวดลายต่าง ๆ ได้

### สื่อการเรียนรู้

1. บัตรกิจกรรม
2. ใบงาน 12 – A
3. สันตรง
4. สีเมจิก
5. เทปใส
6. กระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

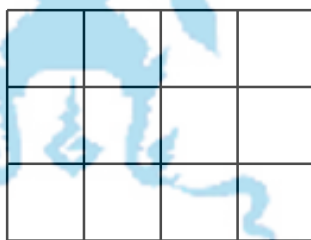


### แนวการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

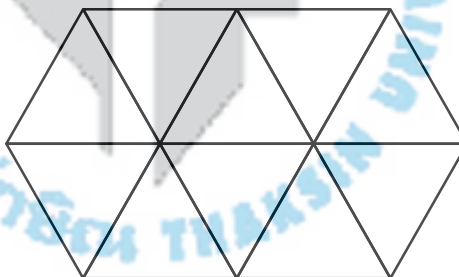
1. ครูให้นักเรียนดูวาดลายต่าง ๆ ที่ออกแบบโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต

2. ครูอธิบายเกี่ยวกับการนำความรู้เรื่องการเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อนไปใช้ในการสร้างเศษเสี้ยน พร้อมอธิบายความหมายของเศษเสี้ยนดังนี้

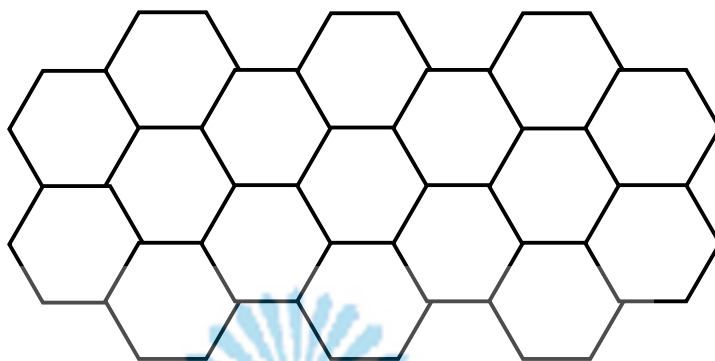
เศษเสี้ยน คือการจัดรูปปิดหลายรูปให้คลุมระนาบ โดยไม่ให้เกิดการเหลื่อมล้ำหรือซ้อนทับกันระหว่างรูป และไม่ให้ช่องว่างในระนาบเหลืออยู่ ซึ่งอาจประกอบด้วยรูปเหลี่ยมด้านเท่า มุมเท่า ได้แก่ สามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม และหกเหลี่ยมด้านเท่า ดังรูป 1-3



รูป 1



รูป 2



รูป 3

3. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน แล้วทำกิจกรรมตามบัตรกิจกรรมเกี่ยวกับการออกแบบขวดตายโดยใช้ความรู้เรื่องการเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อน แล้วส่งตัวแทนนำเสนอหน้าชั้นเรียน

4. ครูใช้แผ่นใสสาธิตการสร้างทศเซเลชันโดยใช้ความรู้เรื่องการเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อน

5. ครูให้นักเรียนทำใบงาน 12 – A เกี่ยวกับการสร้างทศเซเลชันโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับการเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อน

#### การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
1. สังเกตจากการอภิปรายภายในกลุ่ม	1. นักเรียนส่วนมาก ร่วมอภิปรายงานของกลุ่ม
2. ตรวจสอบผลการทำงาน การนำเสนอของงานของกลุ่ม	3. ผลงานของนักเรียนส่วนมาก หาผลสรุปได้ถูกต้อง
3. ตรวจสอบใบงาน 12 – A	4. โดยเฉลี่ยนักเรียนทำใบงาน 12 – A ได้ถูกต้องร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....



## ภาคผนวก

รายละเอียดของสื่อการเรียนรู้ เป็นดังนี้

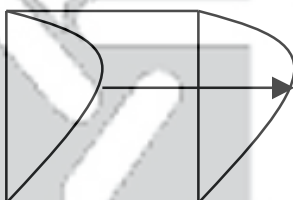
### บัตรกิจกรรม

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนทำกิจกรรมการออกแบบลวดลายตามขั้นตอน ดังนี้

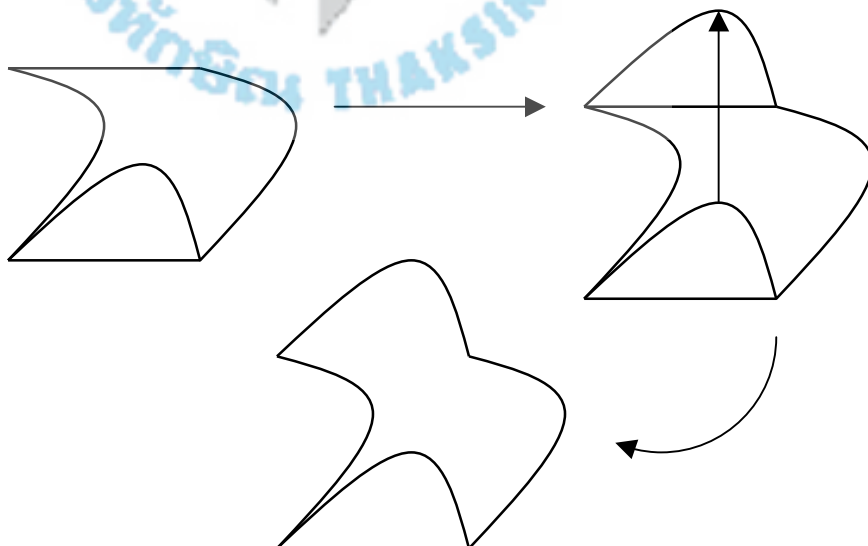
1. ให้นักเรียนนำรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่แจกให้ วาดลวดลายด้านใดด้านหนึ่งตามต้องการ



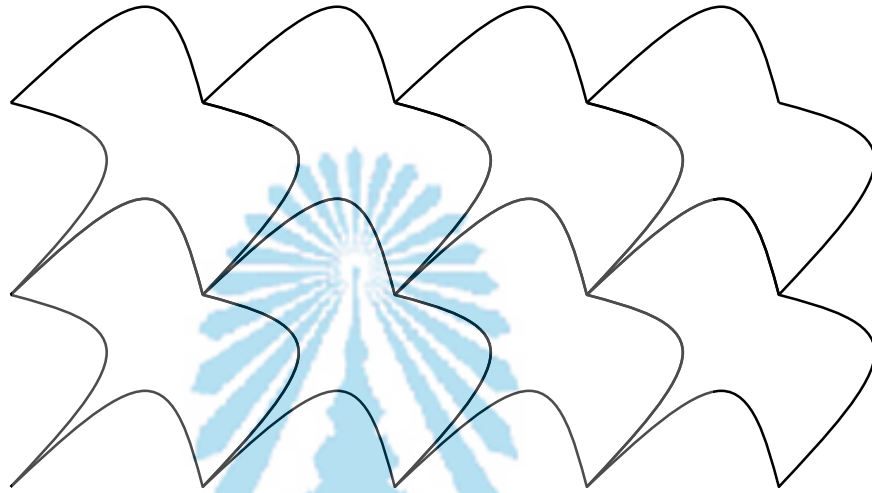
2. ตัดตามรอยที่วาดไว้ แล้วเลื่อนขนานไปติดไว้ด้านตรงข้าม ติดเทปใสตั้งรูป



3. อาจทำเช่นเดียวกับข้อ 1 และข้อ 2 กับด้านที่เหลือ



4. นำแบบที่ได้มาวางดลงบนกระดาษ โดยให้แต่ละด้านประชิดกันดังรูป ระบายสีตาม  
ต้องการ

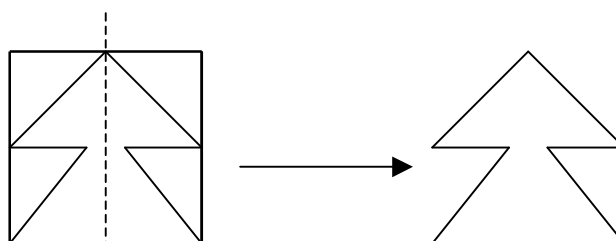


หมายเหตุ ในการออกแบบลวดลายในขั้นตอนที่ 2 อาจใช้การหมุนหรือการสะท้อนแทนการ  
เลื่อนดังตัวอย่าง

การออกแบบลวดลายโดยใช้การหมุน



การออกแบบลวดลายโดยใช้การสะท้อน



รอยพับครึ่งใช้เป็นแนวเส้นสะท้อน

แบบบันทึกกิจกรรม



สมาชิกกลุ่มที่.....

1.....

2.....

3.....

4.....

5.....

6.....

## ใบงาน 12 – A

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนสร้างทศเชลชัน โดยใช้ความรู้เรื่อง การเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อน โดยเลือกใช้รูป สี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า หรือ รูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า มากนละ 1 ชิ้น พร้อมระบายสีให้สวยงาม








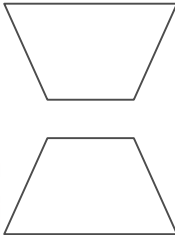
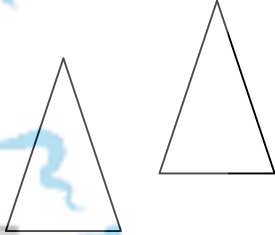
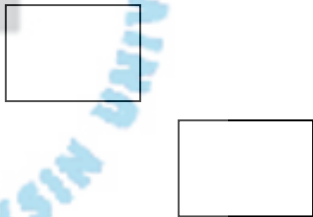
The logo of Thaksin University is centered in the background. It features a blue sunburst at the top, a central emblem with a book and a quill, and a circular border containing the university's name in Thai and English: "มหาวิทยาลัยทักษิณ THAKSIN UNIVERSITY".

**แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน**

**เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต**

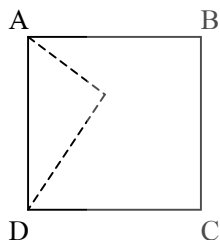
## แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต

คำชี้แจง จงเลือกคำตอบที่นักเรียนเห็นว่าถูกต้องเพียงข้อเดียว โดยให้นักเรียนกากบาทลงในช่อง ที่เป็น  
ตัวเลือกในกระดาษคำตอบ

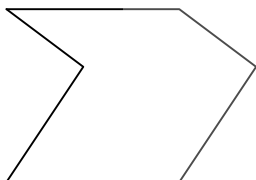
<p><b>จุดประสงค์ที่ 1</b> นักเรียนสามารถบอกความหมายและสมบัติของการเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อนได้</p> <p>1. ข้อความในข้อใดหมายถึงการเลื่อนขนาน</p> <p>ก. การเคลื่อนที่ที่รอบจุดคงที่จุดหนึ่ง</p> <p>ข. การเคลื่อนที่ที่ทุกจุดของรูปเคลื่อนไปในทิศทางเดียวกันเป็นระยะทางเท่ากัน</p> <p>ค. การเคลื่อนที่ที่ทิศทางของรูปพลิกกลับกับรูปเดิม</p> <p>ง. การเคลื่อนที่ที่ทำให้ขนาดและรูปร่างของรูปเปลี่ยนแปลงไป</p> <p>2. เหตุการณ์ในข้อใดต่อไปนี้มีสมบัติการหมุน</p> <p>ก. รถไฟที่แล่นตรงไป</p> <p>ข. เข็มนาฬิกาที่กำลังเดิน</p> <p>ค. เด็กบนไม้ลื่น</p> <p>ง. รูปเงาดันไม้ในสระน้ำ</p> <p><b>จุดประสงค์ที่ 2</b> นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปที่กำหนดให้เกิดจากการเลื่อนขนานหรือไม่</p> <p>3. รูปในข้อใดไม่ได้เกิดจากการเลื่อนขนาน</p> <p>ก.</p> <div style="text-align: center;">  </div>	<p>ข.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>ค.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>ง.</p> <div style="text-align: center;">  </div>
---	--

**จุดประสงค์ที่ 3** เมื่อกำหนดรูปให้นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปใดเกิดจากการเลื่อนขนานตามทิศทางและระยะทางของการเลื่อนที่กำหนดได้

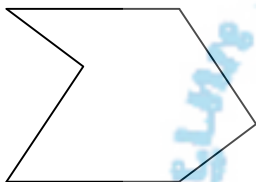
4. กำหนดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD ดังรูป ถ้าตัดตามรอยประ แล้วเลื่อนรูปสามเหลี่ยมไปด้านตรงข้ามจะได้รูปใด



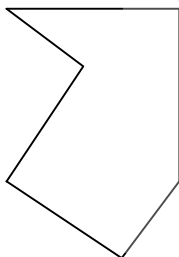
ก.



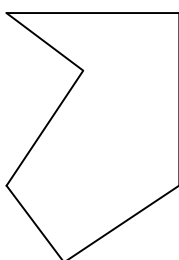
ข.



ค.

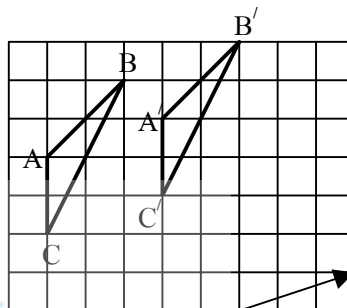


ง.

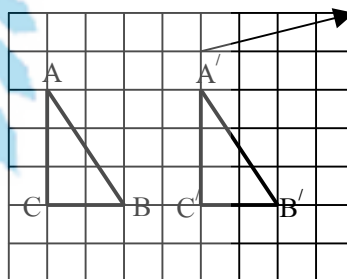


5. ข้อใดเขียนรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานตามทิศทางและระยะทางที่กำหนดได้ถูกต้อง

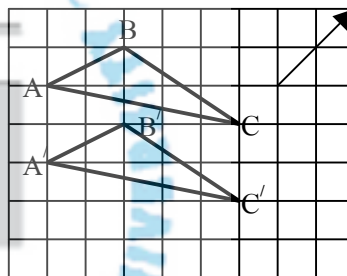
ก.



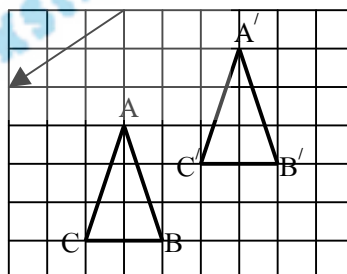
ข.



ค.

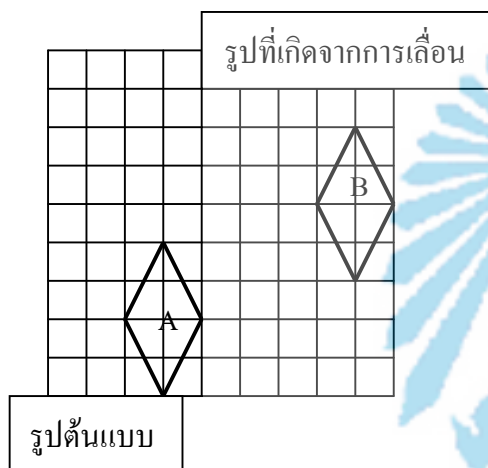


ง.



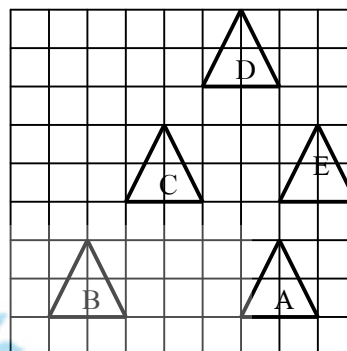
**จุดประสงค์ที่ 4** นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะการเลื่อนขนานได้เมื่อกำหนดรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานให้

6. จากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้ สามารถอธิบายลักษณะการเลื่อนขนานได้ตามข้อใด



- รูป B เกิดจากการเลื่อนขนานรูป A ไปทางขวา 5 หน่วย
- รูป B เกิดจากการเลื่อนขนานรูป A ไปทางซ้าย 5 หน่วย
- รูป B เกิดจากการเลื่อนขนานรูป A ไปทางขวา 5 หน่วย และเลื่อนขึ้นด้านบน 3 หน่วย
- รูป B เกิดจากการเลื่อนขนานรูป A ไปทางซ้าย 5 หน่วย และเลื่อนลงด้านล่าง 3 หน่วย

7. พิจารณาแผนภาพต่อไปนี้



ถ้ารูป E เกิดจากการเลื่อนขนานของรูป B จะอธิบายลักษณะการเลื่อนขนานได้ตามข้อใด

- เลื่อนขนานไปทางซ้าย 6 หน่วย และเลื่อนลงด้านล่าง 3 หน่วย
- เลื่อนขนานไปทางซ้าย 4 หน่วย และเลื่อนลงด้านล่าง 1 หน่วย
- เลื่อนขนานไปทางขวา 6 หน่วย และเลื่อนขึ้นด้านบน 3 หน่วย
- เลื่อนขนานไปทางขวา 4 หน่วย และเลื่อนขึ้นด้านบน 1 หน่วย

**จุดประสงค์ที่ 5** นักเรียนสามารถบอกพิกัดของรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานบนระนาบพิกัดฉากได้

8. รูป PQRS มีจุดยอด  $P(-3, -1)$ ,  $Q(-4, 1)$ ,  $R(2, 4)$  และ  $S(3, 2)$  ถ้าหลังการเลื่อนขนานได้พิกัดของ  $P'$  คือ  $(-1, 2)$  พิกัดของจุดยอด  $Q'$ ,  $R'$  และ  $S'$  เป็นเท่าไร

- ก.  $Q'(-8, 2)$ ,  $R'(-2, 5)$  และ  $S'(1, 3)$
- ข.  $Q'(-6, 0)$ ,  $R'(0, 3)$  และ  $S'(1, 1)$
- ค.  $Q'(-6, -2)$ ,  $R'(0, 2)$  และ  $S'(1, -1)$
- ง.  $Q'(-2, 4)$ ,  $R'(4, 7)$  และ  $S'(5, 5)$

9. ข้อใดเป็นลักษณะของพิกัดจุดที่เกิดจากการเลื่อนขนาน

- ก. ถ้ารูปเลื่อนขนานไปทางขวาพิกัดตัวหน้าจะเพิ่มขึ้น
- ข. ถ้ารูปเลื่อนขนานลงด้านล่างพิกัดตัวหน้าจะลดลง
- ค. ถ้ารูปเลื่อนขนานไปทางซ้ายพิกัดตัวหลังจะลดลง
- ง. ถ้ารูปเลื่อนขนานขึ้นด้านบนพิกัดตัวหน้าจะเพิ่มขึ้น

**จุดประสงค์ที่ 6** นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปที่กำหนดให้เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบหรือไม่

10. รูปในข้อใดต่อไปนี้เกิดจากการหมุน

ก.



ข.



ก.



ง.



**จุดประสงค์ที่ 7** นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปที่กำหนดให้มีสมมาตรแบบหมุนหรือไม่

11. รูปในข้อใดเมื่อหมุนรอบจุดที่กำหนดเป็นมุม  $180^\circ$  แล้วรูปนั้นยังอยู่ในลักษณะเดิม

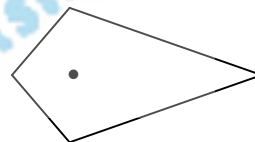
ก.



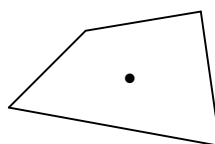
ข.



ค.

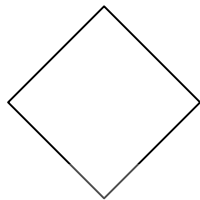


ง.

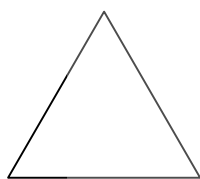


12. รูปในข้อใดต่อไปนี้ไม่มีสมมาตรแบบหมุน

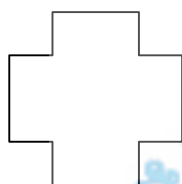
ก.



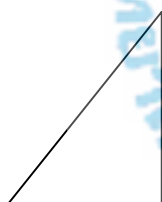
ข.



ค.

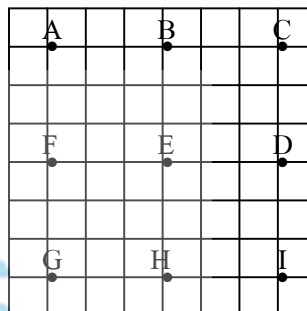


ง.



จุดประสงค์ที่ 8 เมื่อกำหนดรูปให้นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปใดเกิดจากการหมุนรูปต้นแบบตามจุดหมุนและมุมของการหมุนที่กำหนด

13. จากแผนภาพต่อไปนี้

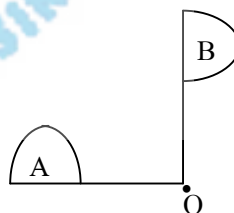


จุดใดเกิดจากการหมุนจุด G รอบจุด I ตามเข็มนาฬิกา  $90^\circ$

- ก. จุด A
- ข. จุด E
- ค. จุด C
- ง. จุด D

จุดประสงค์ที่ 9 นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะการหมุนของรูปเรขาคณิตได้ เมื่อกำหนดรูปต้นแบบและรูปที่เกิดจากการหมุนให้

14. ถ้ารูป A เป็นรูปต้นแบบและจุด O เป็นจุดหมุนแล้วรูป B เป็นผลจากการหมุนรูป A ในลักษณะใด



- ก. หมุนทวนเข็มนาฬิกา 90 องศา
- ข. หมุนทวนเข็มนาฬิกา 180 องศา
- ค. หมุนตามเข็มนาฬิกา 90 องศา
- ง. หมุนทวนเข็มนาฬิกา 270 องศา

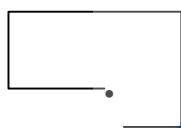
**จุดประสงค์ที่ 10** นักเรียนสามารถบอกพิกัดของรูปที่เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบบนระนาบพิกัดฉากได้

15. รูป  $\triangle PQR$  มีจุดยอด  $P(1, 4)$ ,  $Q(3, 2)$ , และ  $R(5, 3)$  ถ้ารูป  $\triangle P'Q'R'$  เกิดจากการหมุนรูป  $\triangle PQR$  ทวนเข็มนาฬิกา  $270^\circ$  รอบจุดกำเนิด จะได้จุดยอดของรูป  $\triangle P'Q'R'$  ตรงตามข้อใด

- ก.  $P'(-1, -4)$ ,  $Q'(-3, -2)$  และ  $R'(-5, -3)$
- ข.  $P'(4, -1)$ ,  $Q'(2, -3)$  และ  $R'(3, -5)$
- ค.  $P'(-4, 1)$ ,  $Q'(-2, 3)$  และ  $R'(-3, 5)$
- ง.  $P'(-1, 4)$ ,  $Q'(-3, 2)$  และ  $R'(-5, 3)$

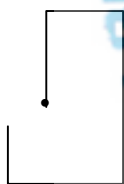
**จุดประสงค์ที่ 11** นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปที่กำหนดให้เกิดจากการสะท้อนหรือไม่

16. รูปในข้อใดเป็นรูปที่เกิดจากการสะท้อนรูป A เพียงอย่างเดียว

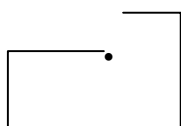


รูป A

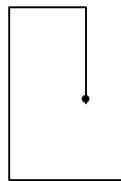
ก.



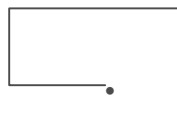
ข.



ก.



ง.



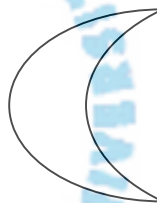
**จุดประสงค์ที่ 12** นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปที่กำหนดให้มีสมมาตรการสะท้อนหรือไม่

17. รูปในข้อใดต่อไปนี้ไม่มีสมมาตรการสะท้อน

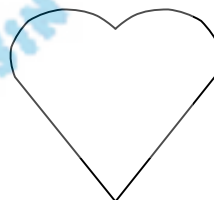
ก.



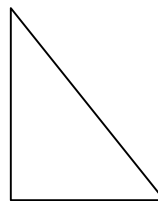
ข.



ค.

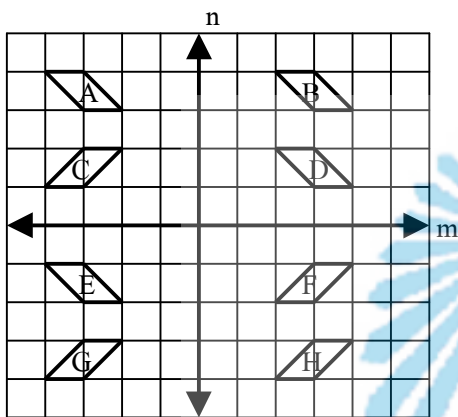


ง.



จุดประสงค์ที่ 13 เมื่อกำหนดรูปให้นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปใดเกิดจากการสะท้อน บนเส้นสะท้อนที่กำหนด

จงพิจารณาแผนภาพต่อไปนี้แล้วตอบคำถามข้อ 18

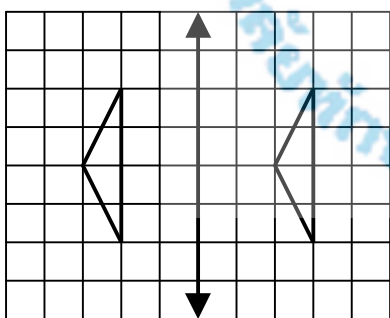


18. รูปในข้อใดเกิดจากการสะท้อนรูป H บนเส้น m

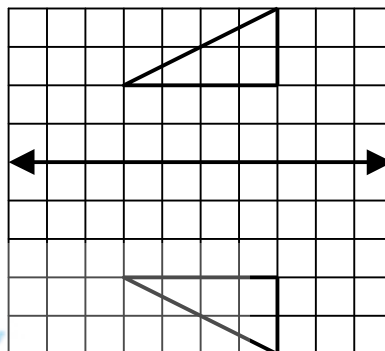
- ก. รูป B
- ข. รูป D
- ค. รูป E
- ง. รูป G

19. ข้อใดเขียนรูปที่เกิดจากการสะท้อนบนเส้นสะท้อนที่กำหนดได้ถูกต้อง

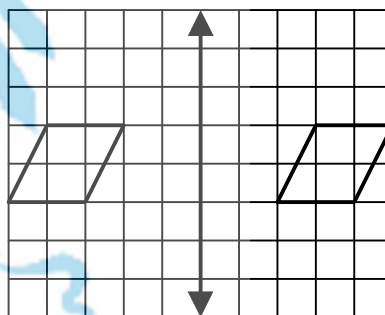
ก.



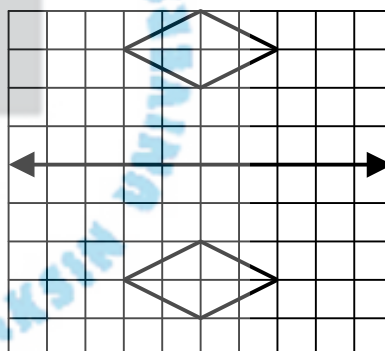
ข.



ค.



ง.



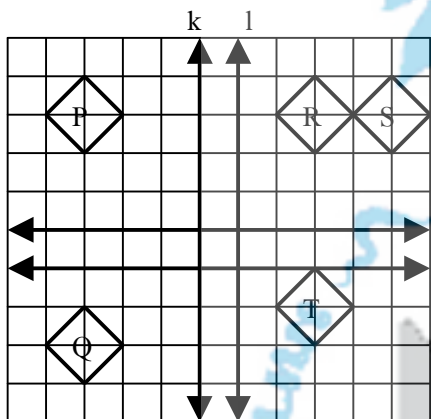


20. ถ้าสะท้อนรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยใช้ด้านตรงข้ามมุมฉากเป็นเส้นสะท้อน รูปที่เกิดขึ้นเป็นรูปเหลี่ยมชนิดใด

- รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
- รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า
- รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
- รูปสี่เหลี่ยมคางหมู

จุดประสงค์ที่ 14 นักเรียนสามารถหาเส้นสะท้อนได้เมื่อกำหนดรูป ต้นแบบและรูปที่เกิดจากการสะท้อนให้

จงพิจารณาแผนภาพแล้วตอบคำถามข้อ 21



21. ถ้ารูป R เกิดจากการสะท้อนรูป P เส้นสะท้อนของการสะท้อนนี้คือเส้นใด

- เส้น k
- เส้น l
- เส้น m
- เส้น n

จุดประสงค์ที่ 15 นักเรียนสามารถบอกพิกัดของรูปที่เกิดจากการสะท้อนบนระนาบพิกัดฉากได้ ใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 22 – 23

รูป PQRS มีจุดยอด  $P(3, -2)$ ,  $Q(7, -2)$ ,  $R(1, -5)$  และ  $S(5, -5)$

22. พิกัดจุดยอดของ  $P'Q'R'S'$  ที่เกิดจากการสะท้อนรูป PQRS ข้ามแกน x คือข้อใด

- $P'(3, 2)$ ,  $Q'(7, 2)$ ,  $R'(1, 5)$  และ  $S'(5, 5)$
- $P'(-3, -2)$ ,  $Q'(-7, -2)$ ,  $R'(-1, -5)$  และ  $S'(-5, -5)$
- $P'(-3, 2)$ ,  $Q'(-7, 2)$ ,  $R'(-1, 5)$  และ  $S'(-5, 5)$
- $P'(-2, 3)$ ,  $Q'(-2, 7)$ ,  $R'(-5, 1)$  และ  $S'(-5, 5)$

23. พิกัดจุดยอดของ  $P''Q''R''S''$  ที่เกิดจากการสะท้อนรูป PQRS ข้ามแกน y คือข้อใด

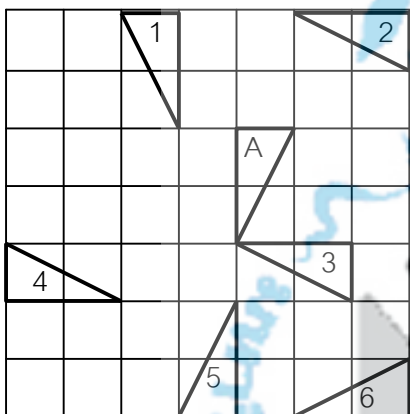
- $P''(3, 2)$ ,  $Q''(7, 2)$ ,  $R''(1, 5)$  และ  $S''(5, 5)$
- $P''(-3, -2)$ ,  $Q''(-7, -2)$ ,  $R''(-1, -5)$  และ  $S''(-5, -5)$
- $P''(-3, 2)$ ,  $Q''(-7, 2)$ ,  $R''(-1, 5)$  และ  $S''(-5, 5)$
- $P''(-2, 3)$ ,  $Q''(-2, 7)$ ,  $R''(-5, 1)$  และ  $S''(-5, 5)$

**จุดประสงค์ที่ 16** นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ระหว่างการเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อนได้

24. รูปที่เกิดจากการสะท้อนข้ามเส้นสะท้อน 2 เส้นที่ขนานกัน จะเหมือนกับรูปที่เกิดจากการแปลงแบบใด

- ก. การเลื่อนขนาน
- ข. การหมุน
- ค. การสะท้อนแบบเลื่อน
- ง. การสะท้อนข้ามเส้นสะท้อน 2 เส้นที่ตัดกัน

จงพิจารณาแผนภาพแล้วตอบคำถามข้อ 25

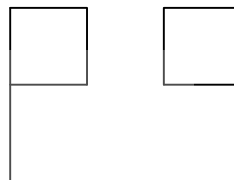


25. รูป 1 เกิดจากการแปลงรูป A โดยใช้การแปลงแบบใด

- ก. การสะท้อนสองครั้ง
- ข. การสะท้อนแบบเลื่อน
- ค. การหมุนและการเลื่อน
- ง. การสะท้อนและการหมุน

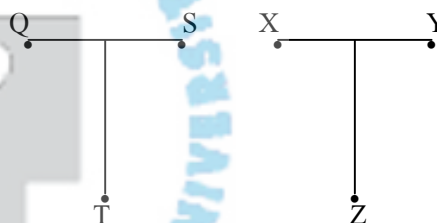
**จุดประสงค์ที่ 17** เมื่อกำหนดรูปให้นักเรียนสามารถบอกได้ว่า เป็นการเลื่อนขนาน การหมุน หรือการสะท้อน

26. รูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้เกิดจากการแปลงแบบใด



- ก. การเลื่อนขนาน
- ข. การหมุน
- ค. การสะท้อน
- ง. การสะท้อนข้ามเส้นสะท้อน 2 เส้นที่ขนานกัน

27. ถ้ารูป XYZ เกิดจากการแปลงรูป QST โดยที่จุด Q แปลงไปเป็นจุด X จุด S แปลงไปเป็นจุด Y และจุด T แปลงไปเป็นจุด Z ดังรูป



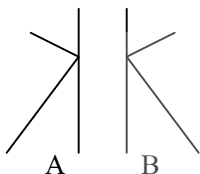
การแปลงดังกล่าวเป็นการแปลงแบบใด

- ก. การหมุน
- ข. การเลื่อนขนาน
- ค. การสะท้อน
- ง. การสะท้อนแบบเลื่อน

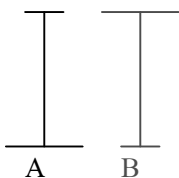
**จุดประสงค์ที่ 18** นักเรียนสามารถหาผลที่เกิดจากการแปลงสองครั้งได้

28. รูปในข้อใดที่รูป A เกิดจากการสะท้อนรูป B บนเส้นสะท้อนสองเส้นที่ขนานกัน

ก.



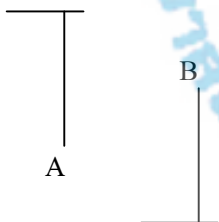
ข.



ค.

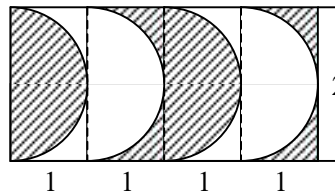


ง.



**จุดประสงค์ที่ 19** นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องการเลื่อนขนาน การหมุน และการสะท้อน ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

29. ส่วนที่แรเงามีพื้นที่เท่าใด



ก. 2 ตารางหน่วย

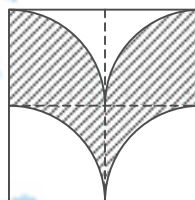
ข. 4 ตารางหน่วย

ค. 6 ตารางหน่วย

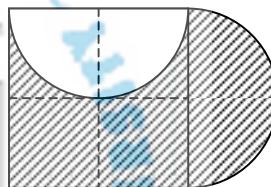
ง. 8 ตารางหน่วย

30. การหาพื้นที่แรเงาของรูปในข้อใดต่อไปนี้ต้องอาศัยความรู้เรื่องการหมุน

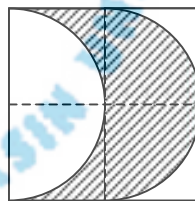
ก.



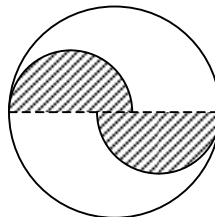
ข.



ค.



ง.





ภาคผนวก ก

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

## รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์เมธี ลิ้มอักษร      อาจารย์พิเศษประจำภาควิชาคณิตศาสตร์  
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ  
อำเภอเมือง จังหวัดสงขลา
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์เฉลิมศรี ชำนิ      อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์  
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ  
อำเภอเมือง จังหวัดสงขลา
3. อาจารย์เอมอร สิทธิรักษ์      อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์  
สถาบันราชภัฏนครศรีธรรมราช  
อำเภอเมือง จังหวัดนครศรีธรรมราช





บทคัดย่อ

การสร้างชุดการเรียนรู้การสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต  
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2



บทคัดย่อ  
ของ  
จिरา ไชยศรียา

เสนอต่อมหาวิทยาลัยทักษิณ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์

ตุลาคม 2546

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยทักษิณ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการสร้างชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 70/70 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนป่าพะยอมพิทยาคม อำเภอป่าพะยอม จังหวัดพัทลุง จำนวน 40 คน ซึ่งเลือกโดยวิธีสุ่มอย่างง่าย ผู้วิจัยดำเนินการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต 12 ชั่วโมง แล้วทำการทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต จากนั้นนำผลที่ได้จากการทดลองมาวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตตามเกณฑ์ 70 / 70 โดยการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

ผลการวิจัยพบว่า ชุดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ 88.16 / 74.00 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้





**A CONSTRUCTION OF AN INSTRUCTIONAL PACKAGE ON  
GEOMETRIC TRANSFORMATION FOR MATHAYOMSUKSA – 2 STUDENTS**



**AN ABSTRACT**

**BY**

**JIRA CHAISRIYA**

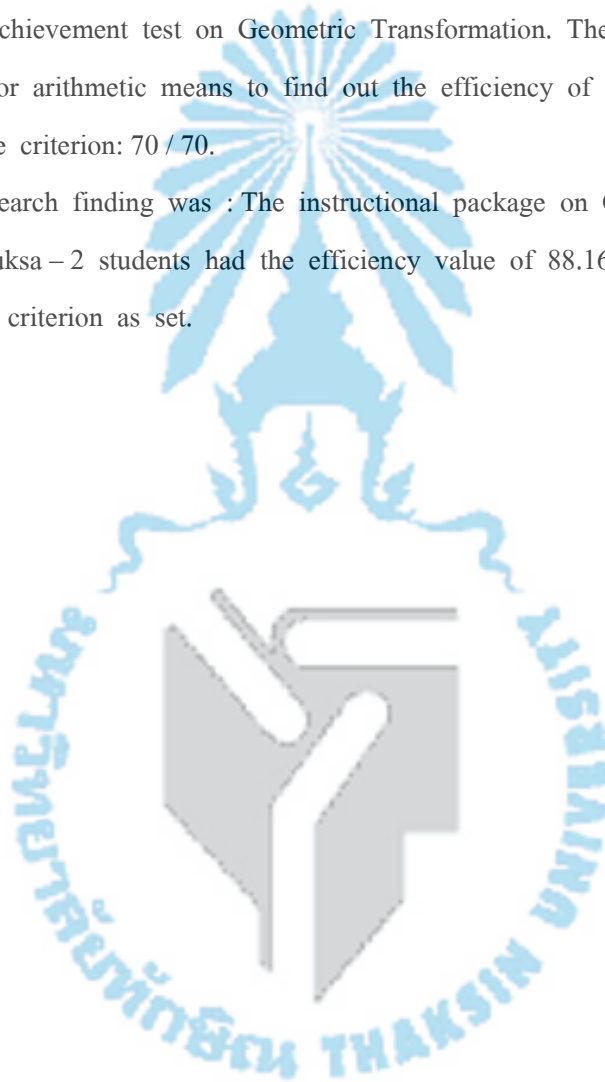
**Presented to Thaksin University in partial fulfillment of the requirements  
for the Master of Education degree in Mathematics**

**October, 2003**

**Copyrighted by Thaksin University**

The purpose of this research was : To construct an instructional package on Geometric Transformation for Mathayomsuksa – 2 students. The sample obtained by simple random sampling consisted of 40 of Mathayomsuksa – 2 students at Phapayompitthayakom School, Phapayom District, Phatthalung Province. The sample group was taught using an instructional package on Geometric Transformation by the researcher for 12 hours and then took the achievement test on Geometric Transformation. The student's scores were then analysed for arithmetic means to find out the efficiency of the instructional package according to the criterion: 70 / 70.

The research finding was : The instructional package on Geometric Transformation for Mathayomsuksa – 2 students had the efficiency value of 88.16 / 74.00, which was higher than the criterion as set.



## ประวัติย่อของผู้วิจัย

ชื่อ นางสาวจิรา ชื่อสกุล ไชยศรียา

เกิด วันที่ 4 เดือนกรกฎาคม พุทธศักราช 2516

สถานที่อยู่ปัจจุบัน

61 หมู่ 7 ตำบลแพรกหา

อำเภอควนขนุน จังหวัดพัทลุง 93110

ตำแหน่งหน้าที่ปัจจุบัน

อาจารย์ผู้สอน

สถานที่ทำงานปัจจุบัน

โรงเรียนวัดคลองใหญ่ ตำบลเกาะเต่า

อำเภอป่าพะยอม จังหวัดพัทลุง 93110

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2539

ครุศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์)

สถาบันราชภัฏนครศรีธรรมราช

อำเภอเมือง จังหวัดนครศรีธรรมราช

พ.ศ. 2546

การศึกษามหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์)

มหาวิทยาลัยทักษิณ

อำเภอเมือง จังหวัดสงขลา

