

การศึกษาความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้น
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5



เสนอต่อมหาวิทยาลัยทักษิณ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์

พฤษภาคม 2547

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยทักษิณ

ISBN 974 – 451 – 536 – 8

The logo of Thaksin University is centered on the page. It features a blue sunburst at the top, a central emblem with a crown-like top and a shield-like base, and a circular border containing the university's name in Thai and English. The text is in a light blue color.

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัย
จากมหาวิทยาลัยทักษิณ
ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

คณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบปากเปล่าวิทยานิพนธ์ได้
พิจารณาวิทยานิพนธ์ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญา
การศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยทักษิณได้

คณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร. สมใจ จิตพิทักษ์)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ สมศักดิ์ โพธิ์วิจิตร)

คณะกรรมการสอบ

..... ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร. สมใจ จิตพิทักษ์)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ สมศักดิ์ โพธิ์วิจิตร)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์เสกสรรค์ คำกระบี่)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(อาจารย์ ดร. เรวดี กระโหมวงศ์)

มหาวิทยาลัยทักษิณอนุมัติให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยทักษิณ

..... ประธานอนุกรรมการบัณฑิตศึกษา

(อาจารย์ ดร.สมศักดิ์ โชนุกูล)

วันที่ เดือน พฤษภาคม พ.ศ. 2547

ประกาศคุณูปการ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จมาได้ด้วยความช่วยเหลือ แนะนำ ตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องของ วิทยานิพนธ์และให้คำปรึกษาอย่างดียิ่งจากรองศาสตราจารย์ ดร.สมใจ จิตพิทักษ์ ประธาน กรรมการ และรองศาสตราจารย์สมศักดิ์ โพธิ์วิจิตร กรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบคุณกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์เสกสรรค์ คำกระบี่ อาจารย์ ดร.เรวดี กระโหมวงส์ และอาจารย์ผู้สอนท่านอื่น ๆ ในระดับบัณฑิตศึกษา

ขอขอบคุณผู้อำนวยการ อาจารย์หมวดคณิตศาสตร์ และนักเรียนโรงเรียนนวมินทราชูทิศ ทักษิณ ที่ได้กรุณาให้ความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นอย่างดี

ขอขอบคุณนายศุภชัย เรืองเดช และนางสาวจินดา สวัสดิ์ทวี ที่ได้กรุณาให้คำแนะนำ และช่วยทำการวิเคราะห์ข้อมูล ซึ่งเป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อการศึกษาครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณ คุณแม่ และขอขอบคุณ พี่ ๆ เพื่อน ๆ น้อง ๆ ทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือและให้กำลังใจในการทำวิทยานิพนธ์ครั้งนี้จนสำเร็จ

คุณค่าทั้งหลายที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นกตัญญูกตเวทิตาแด่บิดา มารดา บุรพจารย์และญาติพี่น้องทุกท่านที่ให้ความเมตตาและสนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัย

ทรงวิทย์ ฤทธิกันท์

สารบัญ

| บทที่ | หน้า |
|--|------|
| 1 บทนำ | 1 |
| ภูมิหลัง | 1 |
| ความมุ่งหมายของการวิจัย | 3 |
| ความสำคัญของการวิจัย | 3 |
| ขอบเขตของการวิจัย | 4 |
| สมมติฐานการวิจัย | 5 |
| คำนิยามศัพท์เฉพาะ | 5 |
| 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง | 6 |
| ความมุ่งหมายของหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย | 6 |
| กรอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 และ | |
| สาระวิद्यุคคณิตศาสตร์ระดับมัธยม | 8 |
| ความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ | 11 |
| งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ | 15 |
| 3 วิธีดำเนินการวิจัย | 23 |
| ประชากร | 23 |
| กลุ่มตัวอย่าง | 23 |
| เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บข้อมูล | 23 |
| การดำเนินการวิจัยและการเก็บรวบรวมข้อมูล | 25 |
| การวิเคราะห์ข้อมูล | 26 |
| สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล | 26 |
| 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล | 28 |
| ขั้นตอนในการวิเคราะห์ข้อมูล | 28 |
| ผลการวิเคราะห์ข้อมูล | 28 |

| บทที่ | หน้า |
|--|------|
| 5 บทย่อ สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ | 31 |
| บทย่อ | 31 |
| ความมุ่งหมายของการวิจัย | 31 |
| การดำเนินการวิจัย | 31 |
| การวิเคราะห์ข้อมูล | 32 |
| สรุปผลการวิจัย | 32 |
| อภิปรายผล | 33 |
| ข้อเสนอแนะ | 35 |
| ข้อเสนอแนะทั่วไป | 35 |
| ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย | 35 |
| บรรณานุกรม | 36 |
| ภาคผนวก | 42 |
| ภาคผนวก ก บทเรียนเรื่องกราฟเบื้องต้น | 44 |
| ภาคผนวก ข แผนการสอนเรื่องกราฟเบื้องต้น | 82 |
| ภาคผนวก ค แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง กราฟเบื้องต้น | 93 |
| ภาคผนวก ง รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ | 103 |
| ภาคผนวก จ ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้น | 105 |
| บทคัดย่อ | 108 |
| ประวัติย่อผู้วิจัย | 113 |

บัญชีตาราง

ตาราง

หน้า

- 1 คำร้อยละของจำนวนนักเรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้น
ของกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 5 ที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป 29
- 2 การเปรียบเทียบความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้น
ของกลุ่มตัวอย่างระหว่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 30



บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง คณิตศาสตร์ถือเป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตและพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนาคนให้เป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์ มีความสมดุลทั้งทางร่างกาย จิตใจ สติปัญญา และอารมณ์ สามารถคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ. 2544 : 1)

พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 มาตรา 22 กำหนดแนวทางในการศึกษาไว้ว่า การจัดการศึกษาต้องยึดหลักว่าผู้เรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติและเต็มตามศักยภาพ (ราชกิจจานุเบกษา เล่ม 116 ตอนที่ 74 ก : 7) กระทรวงศึกษาธิการโดยกรมวิชาการจึงได้กำหนดจุดมุ่งหมายซึ่งถือเป็นมาตรฐานการเรียนรู้ให้ผู้เรียนมีทักษะและกระบวนการ โดยเฉพาะทางคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ โดยมีมาตรฐานในกลุ่มวิชาคณิตศาสตร์ 5 มาตรฐาน คือ 1. มีความสามารถในการแก้ปัญหา 2. มีความสามารถในการให้เหตุผล 3. มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ 4. มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้ และ 5. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (กรมวิชาการ. 2544 : 14) ซึ่งทางกรมวิชาการมีแนวในการจัดการเรียนรู้ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 ไว้ว่า การจัดการเรียนรู้ เริ่มเน้นเข้าสู่เฉพาะทางมากขึ้น มุ่งเน้นความสามารถ ความคิดสร้างสรรค์ ความถนัดและความต้องการของผู้เรียน ทั้งทางด้านอาชีพ การศึกษาเฉพาะทางตลอดจนการศึกษาต่อ (กรมวิชาการ. 2544 : 23)

ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ นักวิจัยทางการศึกษาได้นำเนื้อหาที่เคยสอนในระดับอุดมศึกษามาทดลองสอนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยได้มีการปรับปรุงเนื้อหาให้

เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน เช่น เสกสรรค์ คำกระบี่ (2517) นำเรื่องลิมิตไปทดลองสอนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 และมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ไม่มีความสามารถในการเรียนเรื่องลิมิต แต่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีความสามารถในการเรียนเรื่องลิมิตได้ วิจารณ์ ชาญศิริรัตน (2524) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ และดี บางกระ (2538) นำเรื่องฟังก์ชันก่อนำเนิดไปทดลองสอนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผลปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนเรื่องฟังก์ชันก่อนำเนิด

ตามหลักสูตรของ The Core – Plus Mathematics Project (CPMP) ที่ใช้ในโรงเรียนกล่าวว่าวิชาคณิตศาสตร์ (discrete mathematics) เป็นวิชาที่ประกอบด้วยความคิดรวบยอด รูปแบบสำหรับเทคนิคการคิด และการแก้ปัญหา ที่ก่อให้เกิดขบวนการที่สมบูรณ์ โดยกราฟเบื้องต้นเป็นหัวข้อหนึ่งของวิชานี้ ซึ่งมีโครงสร้างประกอบไปด้วยจุดกับเส้นที่เชื่อมระหว่างจุด 2 จุด สามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่สลับซับซ้อนในชีวิตประจำวัน (Hart, 1997 : 266) และ โรเซนสไตน์ (Rosenstein, 1997 : 415 – 421) ได้นำนักเรียนในระดับเกรด 8 เข้าอบรมหลักสูตรความเป็นผู้นำในวิชาคณิตศาสตร์ ในการอบรมมีทั้งภาคทฤษฎีและปฏิบัติ โดยได้นำเนื้อหาของกราฟและการประยุกต์เกี่ยวกับวงจรรอยเลอร์ วงจรแฮมิลตัน ปัญหาการเดินทางของพนักงานขาย ต้นไม้แบบทอดข้าม (spanning tree) และขั้นตอนวิธีการหาต้นไม้แบบทอดข้าม เข้าไปเป็นหัวข้อในการจัดอบรม และในหลักสูตรคณิตศาสตร์ของรัฐนิวเจอร์ซีย์ (New Jersey) ได้กำหนดให้นักเรียน ในระดับเกรด 9 – 12 เรียนตัวแบบคณิตศาสตร์กับการแก้ปัญหา ซึ่งประกอบไปด้วยหัวข้อ ทฤษฎีสีสี่ และประวัติของทฤษฎี การใช้ทฤษฎีสีสี่ในการติดตั้งกล่องวงจรปิดจำนวนน้อยสุดในพิพิธภัณฑสถาน การใช้กราฟระบุทิศทางแทนเส้นทางท่องเที่ยว และแทนสายใยอาหาร (ที่มีหลายบ่วงโซ่) หรือแม้แต่แทนการจัดเส้นทางจราจรแบบทิศทางเดียว และการใช้แผนภาพต้นไม้วิเคราะห์ การเล่นเกมทายใจ (Rosenstein, 1997 : 177 – 180)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้ดำเนินการจัดทำกรอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จึงได้จัดทำคู่มือการเรียนรู้สำหรับเป็นแนวทางในการจัดทำสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของสถานศึกษา โดยองค์ความรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 6 สาระคือ 1. จำนวนและการดำเนินการ 2. การวัด 3. เรขาคณิต 4. พีชคณิต 5. การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และ 6. ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และในการจัดทำสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของสถานศึกษาสำหรับช่วงชั้นที่ 4 คือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 ได้แบ่งสาระ

การเรียนรู้เป็น คณิตศาสตร์พื้นฐานและคณิตศาสตร์เลือก ในส่วนของคณิตศาสตร์เลือกได้บรรจุสาระการเรียนรู้วิชาวิद्यาคณิตเข้าไปด้วย โดยมีเนื้อหาเกี่ยวกับ กราฟ กราฟออยเลอร์ และการประยุกต์ของกราฟ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2545 : 6 - 153) สำหรับในช่วงชั้นที่ 4 นักเรียนจะมีอายุอยู่ในช่วง 16 – 18 ปี ซึ่งเด็กช่วงนี้มีพัฒนาการทางสติปัญญา ในด้านความจำและสติสัมปชัญญะดี มีความสามารถใช้ประสาทสัมผัสได้อย่างแม่นยำ สามารถใช้ความคิดของตนเองได้อย่างมีเหตุผล มีความสามารถในการแก้ปัญหา การใช้ภาษา พยายามแสวงหาความรู้ใหม่ ๆ เพื่อเพิ่มพูนความสามารถของตนเอง ตามทฤษฎีของเขาวินิจฉัยปัญหาถือว่า เด็กที่มีอายุในช่วงนี้มีความสามารถทางสมองดีที่สุด (สุชา จันทน์เอม, 2540 : 151 – 152)

ผู้วิจัยคิดว่าถ้ามีการนำบทเรียนเรื่องกราฟเบื้องต้นไปทดลองสอนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยจัดบทเรียนให้เหมาะสมกับวัยของนักเรียนแล้ว นักเรียนน่าจะสามารถเรียนเรื่องกราฟเบื้องต้นได้ ด้วยเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงต้องการศึกษาความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยทดลองสอนจากบทเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อเป็นประโยชน์ในการจัดทำหลักสูตรคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้น ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายต่อไป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้น
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้น

ความสำคัญของการวิจัย

1. ผลจากการวิจัยจะทำให้ทราบความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้น
2. ผลจากการวิจัยสามารถนำบทเรียนไปใช้เป็นเอกสารในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้น
3. ผลจากการวิจัยจะเป็นประโยชน์ในการจัดทำหลักสูตรคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้นในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายต่อไป

ขอบเขตของการวิจัย

1. ขอบเขตของเนื้อหาในการวิจัยครั้งนี้ เป็นบทเรียนเรื่องกราฟเบื้องต้นที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งใช้เวลาในการสอน 15 คาบ คาบละ 50 นาที โดยมีเนื้อหาแบ่งออกเป็น 3 เรื่อง ดังนี้

1.1 กราฟ

1.1.1 ความรู้เบื้องต้นของกราฟ

1.1.2 บทนิยามกราฟ

1.1.3 วงวนและเส้นหลายชั้น

1.1.4 กราฟเชิงเดียว กราฟบริบูรณ์และกราฟเชื่อมโยง

1.1.5 วงจรและวัฏจักร

1.1.6 กราฟถ่วงน้ำหนัก

1.2. กราฟออยเลอร์

1.2.1 วงจรออยเลอร์ กราฟออยเลอร์ กราฟกึ่งออยเลอร์

1.2.2 วิธีออยเลอร์

1.3. การประยุกต์ของกราฟ

2. ประชากร เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 169 คนและนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 167 คน ของโรงเรียนนวมินทราชูทิศทักษิณ ตำบลพะวง อำเภอเมือง จังหวัดสงขลา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546

3. กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนนวมินทราชูทิศทักษิณ ตำบลพะวง อำเภอเมือง จังหวัดสงขลา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 โดยสุ่มแบ่งอย่างง่าย (simple random sampling) ได้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 30 คน และ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 30 คน รวม 60 คน

4. ตัวแปรที่ศึกษาในการวิจัย

4.1 ตัวแปรอิสระ (independent variables) คือระดับชั้นเรียนแบ่งเป็น 2 ระดับ คือ มัธยมศึกษาปีที่ 4 และ มัธยมศึกษาปีที่ 5

4.2 ตัวแปรตาม (dependent variables) คือความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น

สมมติฐานการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีความสามารถในการเรียนเรื่องกราฟเบื้องต้นได้สูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

คำนิยามศัพท์เฉพาะ

1. ความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้น หมายถึง จำนวนร้อยละของจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หรือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้คะแนนร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนรวมจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้นที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และจำนวนนี้ต้องมากกว่าหรือเท่ากับร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนแต่ละชั้น

2. กราฟเบื้องต้น หมายถึง วิชาในสาขาหนึ่งของคณิตศาสตร์ โดยมีโครงสร้างประกอบไปด้วยจุดและเส้นที่เชื่อมระหว่างจุด 2 จุด ในการศึกษาความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องนี้ผู้วิจัยได้สร้างเนื้อหาที่เกี่ยวกับ กราฟ กราฟออยเลอร์ การประยุกต์ของกราฟ โดยมีรายละเอียดดังที่ได้ระบุไว้ในขอบเขตการวิจัย

3. นักเรียน หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนนวมินทราชูทิศทักษิณ ตำบลพะวง อำเภอเมือง จังหวัดสงขลา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้นครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังนี้ ความมุ่งหมายของหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย กรอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 และสาระวิद्यุคคณิตระดับมัธยม ความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และงานวิจัยที่เกี่ยวกับความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ทั้งในประเทศและต่างประเทศ

ความมุ่งหมายของหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

จุดมุ่งหมายของหลักสูตรได้แก่การกำหนดทิศทางของหลักสูตรว่า หลักสูตรนั้นมีเป้าหมาย และมีเจตนารมณ์ที่จะพัฒนาให้ผู้เรียนมีคุณลักษณะอย่างไร (จันทร์เพ็ญ เชื้อพานิช และคณะ. 2536 : 39) การจัดการศึกษาในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย กระทรวงศึกษาธิการมุ่งปลูกฝังให้ผู้เรียนมีคุณลักษณะดังต่อไปนี้

1. มีความรู้และทักษะในวิชาสามัญเฉพาะด้าน
2. มีความรู้เกี่ยวกับวิทยาการและเทคโนโลยีต่าง ๆ
3. สามารถเป็นผู้นำ และเป็นผู้ให้บริการชุมชนที่เกี่ยวกับสุขภาพอนามัยทั้งส่วนบุคคลและส่วนรวม
4. สามารถวางแผนแก้ปัญหาในชุมชนของตน
5. มีความภูมิใจในความเป็นไทย เสียสละเพื่อส่วนรวม ให้ความช่วยเหลือผู้อื่นอย่างเท่าเทียมกัน
6. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และสามารถนำแนวทางหรือวิธีการใหม่ ๆ ไปใช้ในการพัฒนาชุมชนของตน
7. มีเจตคติที่ดีต่ออาชีพ และเห็นช่องทางในการประกอบอาชีพ
8. มีนิสัยรักการทำงาน เต็มใจในการทำงานร่วมกับผู้อื่น และมีทักษะในการจัดการ
9. เข้าใจสภาพและการเปลี่ยนแปลงของสังคมในประเทศ และในโลก มุ่งมั่นในการ

พัฒนาประเทศตามบทบาทและหน้าที่ของตน ตลอดจนอนุรักษ์ และเสริมสร้างทรัพยากร ศาสนา ศิลปะ วัฒนธรรมของประเทศ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2535 : 1)

หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของกระทรวงศึกษาธิการ ได้กำหนดจุดประสงค์ เพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้ ดังนี้ 1. เพื่อให้มีความรู้ความเข้าใจในหลักการและโครงสร้างของคณิตศาสตร์ สามารถคิดอย่างมีเหตุผลและให้เหตุผลในการแสดงความคิดเห็นอย่างเป็นระเบียบชัดเจนและรัดกุม 2. เพื่อให้มีทักษะในการคิดคำนวณและนำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหา 3. เพื่อให้ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์และมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ 4. เพื่อให้เป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาที่ต้องใช้คณิตศาสตร์หรือในการเรียนคณิตศาสตร์ชั้นสูง (กระทรวงศึกษาธิการ. 2535 : 131)

เนื่องจากในด้านคุณภาพของการศึกษาพบว่า ผลการเรียนรู้ของเด็กไทยในวิชาพื้นฐานที่สำคัญคือ คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ มีแนวโน้มต่ำลง ความสามารถของเด็กไทยในวิชาดังกล่าวยังไม่อาจเทียบกับมาตรฐานการเรียนรู้ของเด็กชาติอื่น ๆ ได้โดยมีปัจจัยหนึ่งที่สำคัญคือหลักสูตร ซึ่งจำเป็นต้องแก้ไขอย่างเร่งด่วน (เอกสารการสัมมนาโครงการ “การศึกษาไทยในยุคโลกาภิวัตน์” ธนาคารกสิกรไทย. 2538 : 36) ดังนั้นกระทรวงศึกษาธิการจึงได้จัดทำสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 โดยมีจุดมุ่งหมายให้นักเรียนเมื่อจบในช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6) ผู้เรียนควรจะสามารถ ดังนี้ 1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับระบบจำนวนจริง และสามารถนำสมบัติจำนวนจริงไปใช้ได้ 2. นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้คาดคะเนระยะทาง ความสูง และแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด 3. มีความเข้าใจและสามารถใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้ 4. มีความคิดรวบยอดในเรื่องเซต และการดำเนินการของเซต สามารถบอกได้ว่าการอ้างเหตุผล สมเหตุสมผลหรือไม่ โดยใช้แผนภาพแทนเซต มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สามารถใช้ความสัมพันธ์และฟังก์ชันแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้ 5. สามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้ เข้าใจความหมายของ n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต และผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต โดยใช้สูตรและนำไปใช้ได้ 6. สามารถสำรวจรวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และนำผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลไปช่วยในการตัดสินใจบางอย่างได้ 7. นำความรู้เรื่องความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ไปใช้ได้ และ 8. มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น สามารถแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย และใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม สามารถให้เหตุผลสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และ เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2544 : 4 – 5)

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่าจุดมุ่งหมายของหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ต้องการให้นักเรียน มีความรู้ ความเข้าใจ มีความสามารถในการคิดคำนวณ นำคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา และเป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาที่ต้องใช้คณิตศาสตร์ชั้นสูง

กรอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 และสาระวิद्यุคคณิตระดับมัธยม

กระทรวงศึกษาธิการโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ได้ดำเนินการจัดทำกรอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบไปด้วยมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เป็นเป้าหมายในการพัฒนาการศึกษาคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐานของผู้เรียนให้มีคุณภาพตามมาตรฐานที่กำหนด และสาระที่เป็นองค์ความรู้ของกลุ่มการเรียนรู้คณิตศาสตร์ประกอบด้วย จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ ข้อมูลและความน่าจะเป็น ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และในช่วงชั้นที่ 4 ได้บรรจุเนื้อหาวิชาวิद्यุคคณิตไว้ในคณิตศาสตร์เลือกโดยเลือกเนื้อหากราฟเบื้องต้นเป็นเนื้อหาหนึ่ง และสำหรับผู้เรียนที่มีความสนใจหรือมีความสามารถทางคณิตศาสตร์สูง สถานศึกษาอาจจัดให้ผู้เรียน เรียนรู้สาระที่เป็นเนื้อหาวิชาให้กว้างขึ้น หรือฝึกทักษะกระบวนการมากขึ้น โดยพิจารณาจากสาระหลักที่กำหนดไว้นี้ หรือสถานศึกษาอาจจัดสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์อื่น ๆ เพิ่มเติม เช่น แคลคูลัสเบื้องต้น หรือทฤษฎีกราฟเบื้องต้น โดยพิจารณาให้เหมาะสมกับความสามารถและความต้องการของผู้เรียน (กระทรวงศึกษาธิการ. 2545 : 1 – 6)

ฮาร์ท (Hart. 1997 : 266) ได้กล่าวว่าสำหรับวิद्यุคคณิตตามหลักสูตรของ The Core – Plus Mathematics Project (CPMP) เป็นวิชาที่ประกอบด้วยความคิดรวบยอด และรูปแบบสำหรับเทคนิค และการแก้ปัญหา ที่ก่อให้เกิดขบวนการที่สมบูรณ์ และ เมอเรอ (Maurer. 1997 : 129 – 130) กล่าวว่าหัวข้อที่จะเรียนในวิชาวิद्यุคคณิตระดับมัธยมศึกษา ตามมาตรฐานของสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของประเทศสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics : NCTM) มีด้วยกัน 4 หัวข้อดังต่อไปนี้ ขั้นตอนวิธีทางภาษา ทฤษฎีกราฟ ความน่าจะเป็นและสถิติ และเวกเตอร์และเมทริกซ์ สำหรับทฤษฎีกราฟเป็นสิ่งที่จำเป็นจะต้องเรียนเพราะปัญหาหลาย ๆ ปัญหาสามารถจำลองแบบได้ เช่น เมืองที่มีอาณาเขตติดต่อกัน ปัญหาข่ายงานโทรคมนาคม ปัญหาการเปลี่ยนแปลงระหว่างโครงสร้างของโมเลกุล ซึ่งนักเรียนจะต้องมีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับกราฟที่ใช้ในการแก้ปัญหา และสามารถเข้าใจถึงคุณสมบัติของกราฟ และเปรียบเทียบกราฟลักษณะต่าง ๆ ตลอดจนใช้เป็นแนวคิดในการศึกษาเรื่องกราฟสูงขึ้น

โรเซนสไตน์ (Rosenstein, 1997 : 134 – 136) ได้กล่าวว่าตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ของ รัฐนิวเจอร์ซีย์ มีดัชนีบ่งชี้และกิจกรรมสำหรับนักเรียนในระดับเกรด 9 – 12 ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 6 ข้อดังต่อไปนี้

1. มีความเข้าใจในหลักเบื้องต้นของการกระทำซ้ำ ๆ (iteration) การเวียนเกิด (recursion) และอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical induction)
2. สามารถใช้หลักเบื้องต้นเพื่อแก้ปัญหาเชิงการจัด (combinatorial) และปัญหาขั้นตอนวิธี (algorithmic)
3. สามารถใช้ตัวแบบวิฤตจำลองแบบและแก้ปัญหาธรรมชาติ
4. สามารถวิเคราะห์ขบวนการกระทำซ้ำ ๆ โดยอาศัยเครื่องคิดเลขและเครื่องคอมพิวเตอร์ช่วยได้
5. สามารถประยุกต์ระเบียบวิธีวิฤตเพื่อการจัดเก็บ การจัดการ และการสื่อสารข้อมูลได้
6. สามารถประยุกต์ระเบียบวิธีวิฤตกับปัญหาเลือกตั้ง การแบ่งปัน การจัดสรร ตลอดจนกลวิธีที่ลึกซึ้งในการแก้ปัญหาอย่างเหมาะสม

ในการเรียนเรื่องกราฟและการแก้ปัญหาตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ของรัฐนิวเจอร์ซีย์ ได้กำหนดให้นักเรียน ในระดับเกรด 9 – 12 เรียนตัวแบบวิฤตกับการแก้ปัญหา ซึ่งประกอบไปด้วย หัวข้อ ทฤษฎีสี่สี และประวัติของทฤษฎี การใช้ทฤษฎีสี่สีในการติดตั้งกล่องวงจรปิดจำนวนน้อยสุดในพีพิธภัณฑ์ การใช้กราฟระบุทิศทางแทนเส้นทางท่องเที่ยว และแทนสายใยอาหาร (ที่มีหลายบ่วงโซ่) หรือแม้แต่แทนการจัดเส้นทางจราจรแบบทิศทางเดียว และการใช้แผนภาพต้นไม้วิเคราะห์การเล่นเกมทายใจ

คลิสเลอร์ (Crisler, 1997 : 323 – 329) กล่าวว่าในตำราเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย มีด้วยกัน 8 บท ในบทที่ 4 เรื่องกราฟและการประยุกต์ เริ่มด้วยการกำหนดกิจกรรมให้นักเรียนทำ โดยให้นักเรียนช่วยกันกำหนดเวลาที่จะใช้ทั้งหมดในการทำ หนังสือรายงานประจำปีของโรงเรียน โดยหนังสือจะต้องบรรจุข้อมูลที่เน้นผลงาน เวลาที่ดำเนินงาน และลำดับสัมพันธก่อนหลังของชิ้นงาน เพื่อให้นักเรียนเห็นภาพของข่ายงานในกราฟ จากนั้นจึงนำเข้าสู่วิธีเรียนเรื่อง กราฟ นอกจากนี้ให้นักเรียนสำรวจเหตุการณ์ในโลกจริง ที่สามารถจำลองแบบโดยกราฟ ในเรื่องการเยี่ยมชมจุดให้ครบทุกจุดเพียงครั้งเดียวของกราฟ และเกี่ยวกับการเคลื่อนผ่านเส้นให้ครบทุกเส้นเพียงเส้นละครั้งเดียวในกราฟ สุดท้ายก่อนจบบทให้อธิบายปัญหากราฟสี่สี บทที่ 5 เรื่องกราฟ (เพิ่มเติม) กราฟย่อย และต้นไม้ บทนี้เริ่มต้นที่กราฟเชิงระนาบ (กราฟที่เขียนภาพบนระนาบได้โดยไม่มีเส้นตัดกัน) อธิบายเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างกราฟ

เชิงระนาบกับกราฟสี่เหลี่ยมในบทที่ 4 ให้นักเรียนศึกษาปัญหาเส้นทางเดินสายของพนักงานขายกรณีมีน้ำหนักซึ่งอาจเป็นราคาตัวหรือระยะทางกำกับไว้ที่เส้นของกราฟ แล้วตั้งเป้าหมายให้นักเรียนหาเส้นทางที่ผลรวมน้ำหนักต่ำสุด ศึกษาขั้นตอนวิธีการแก้ปัญหาชนิดนี้ จบบทด้วยการให้นักเรียนรู้จักตรวจสอบกราฟพิเศษที่เรียกว่าต้นไม้

บีห์ล (Biehl, 1997 : 317 – 321) ได้กล่าวว่าสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของประเทศสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics : NCTM) ได้นำเสนอให้นำวิชาคณิตวิเคราะห์ (Mathematical Analysis) มาเป็นหลักสูตรบังคับสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย วิชาคณิตวิเคราะห์มีเนื้อหาครอบคลุมเกี่ยวกับการประยุกต์ และแก้ปัญหา โดยใช้เวลาในการเรียนทั้งหมด 1 ปี มีเรื่องที่เรียน 3 หัวข้อคือ วิกฤตคณิต ตรรกศาสตร์ และความน่าจะเป็นและสถิติ โดยในหัวข้อวิกฤตคณิตจะประกอบไปด้วย เนื้อหาดังต่อไปนี้

1. วิธี และวงจรรอยเลอร์
2. วิธี และวงจรแฮมิลตัน
3. การประยุกต์ของกราฟสี่เหลี่ยม
4. ปัญหาวิธีสั้นที่สุด
5. วิเคราะห์วิธีวิกฤต และกำหนดการพลศาสตร์
6. ข่ายงาน และต้นไม้แบบทอดข้าม
7. จุดสีกับการประยุกต์

ที่กล่าวทั้งหมดข้างต้นสรุปได้ว่ากระทรวงศึกษาธิการโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้ดำเนินการจัดทำกรอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยในช่วงชั้นที่ 4 ได้บรรจุวิชาวิกฤตคณิต เนื้อหาเรื่องกราฟเบื้องต้นไว้ในคณิตศาสตร์เลือก โดยพิจารณาให้เหมาะสมกับความสามารถและความต้องการของผู้เรียน และสำหรับการเรียนในต่างประเทศ โดยเฉพาะในสหรัฐอเมริกาในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายได้มีการนำเนื้อหาเกี่ยวกับกราฟและการประยุกต์ มาสอนเพื่อให้นักเรียนมีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับกราฟ เข้าใจคุณสมบัติของกราฟ และใช้กราฟไปแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

ความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2535 ได้ให้ความหมายของคำว่า สามารถ หมายถึง คุณสมบัติเหมาะแก่การจัดทำสิ่งใดสิ่งหนึ่งได้

ประมวลศัพท์บัญญัติวิชาการ ของกรมวิชาการได้ให้คำว่า ความสามารถ ตรงกับภาษาอังกฤษว่า ability นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของ ความสามารถ ไว้ดังนี้

สุวิทย์ หิรัญภามนท์ และคณะ (2540 : 1) ให้ความหมายของความสามารถว่า หมายถึง สมรรถภาพประจำตัวบุคคลที่จะทำกิจการใด ๆ ให้สำเร็จได้ด้วยดี ซึ่งความสามารถนั้นเกิดจาก ทักษะ

กู๊ด (Good. 1959 : 1 – 2) ให้ความหมายของความสามารถในการเรียนรู้ว่าหมายถึง ความสามารถที่มีมาโดยกำเนิด หรือได้รับการพัฒนาขึ้นเป็นรูปแบบของพฤติกรรม ทักษะคิด และการตอบสนองสิ่งที่มีมากระตุ้น โดยการฝึกฝน ทั้งทางกายและจิตใจ (เช่น ความจำ การให้เหตุผล กิจกรรมที่ต้องใช้ความคิด เป็นต้น) ซึ่งเกี่ยวข้องกับการกระตุ้น ของการตอบสนอง ครั้งใหม่ หรือความสามารถจากการใช้ประโยชน์จากประสบการณ์ที่ผ่านมา

ดี บางกระ (2538 : 7) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการเรียนว่า หมายถึง นักเรียนที่สอบผ่านเกณฑ์มากกว่าหรือเท่ากับร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด และเกณฑ์ หมายถึงเกณฑ์ของกระทรวงศึกษาธิการซึ่งกำหนดไว้ว่านักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ 50% ขึ้นไป ของคะแนนรวมถือว่าผ่านเกณฑ์

สุธรรม กิตติพิพิงส์ (2544 : 8) ได้ให้ความหมายของความสามารถหมายถึงสมรรถภาพ ของบุคคลที่เหมาะสมแก่การดำเนินการกระทำสิ่งใดสิ่งหนึ่งให้สำเร็จได้ด้วยดี และความสามารถ ในการเรียนหมายถึงจำนวนร้อยละของนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนน รวมและจำนวนนี้ต้องมากกว่าหรือเท่ากับร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

วิลสัน (อำพล โต้ตอบ. 2539 : 5 ; อ้างอิงมาจาก Wilson. 1971 : 643 - 696) ได้ให้ ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึงความสามารถทางด้านสติปัญญา (cognitive domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยได้จำแนกพฤติกรรมทางด้านสติปัญญาในการ เรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาออกเป็น 4 ระดับด้วยกันดังนี้

1. ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็น พฤติกรรมที่อยู่ในระดับที่ต่ำสุด แบ่งออกเป็น 3 ขั้นดังนี้

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (knowledge of specific facts) เป็นความสามารถที่จะระลึกถึงข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่นักเรียนเคยได้รับการเรียนการสอนมาแล้ว คำถามที่วัดความสามารถในระดับนี้จะเกี่ยวกับ ข้อเท็จจริงตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้ตั้งสมมติเป็นเวลานานแล้ว

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (knowledge of terminology) เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์และนิยามต่าง ๆ ได้ โดยคำถามอาจจะถามโดยตรงหรือโดยอ้อมก็ได้ แต่ไม่ต้องอาศัยการคำนวณ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (ability of carry out algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้ว มาคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มา ข้อสอบที่วัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็น โจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจในการเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับระดับความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณแต่ซับซ้อนกว่า แบ่งออกเป็น 6 ชั้นดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (knowledge of concept) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจำที่เกี่ยวกับข้อเท็จจริงเพราะมโนคติเป็นนามธรรมที่ประมวลข้อเท็จจริงต่าง ๆ ซึ่งต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของมโนคตินั้น โดยใช้คำพูดของตนหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ซึ่งเขียนในรูปแบบหรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนในชั้นเรียน มิฉะนั้นจะเป็นการวัดความจำ

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์ และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป (knowledge of principles, rules and generalization) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎ และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหา จนได้แนวทางในการแก้ปัญหา ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการ และกฎที่นักเรียนพบเห็นเป็นครั้งแรก อาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (knowledge of mathematical structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมนี้เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับคุณสมบัติของระบบจำนวน และโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบของปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (ability of transform problem from one mode to another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นสมการที่มี

ความหมายคงเดิม โดยไม่รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหาลังจากการแปลแล้ว อาจกล่าวได้ว่าเป็นพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมระดับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล (ability to follow a line of reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่ว ๆ ไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ability of read and interpret a problems) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้อาจคัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่นๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ปัญหา ซึ่งอาจอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติ หรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหที่นักเรียนคุ้นเคยเพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนพบในระหว่างเรียน นักเรียนต้องเลือกกระบวนการแก้ปัญห และดำเนินการแก้ปัญหจนได้คำตอบ พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งได้เป็น 4 ชั้นคือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (ability to solve routing problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหจนได้คำตอบของปัญหานั้น

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (ability to make comparision) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหานี้อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณและจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (ability to analyze data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง พิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่ประสบอยู่หรือต้องแยกโจทย์ปัญหาออก พิจารณาเป็นส่วน ๆ มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกัน และการสมมาตร (ability to recognize patterns, isomorphisms and symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่องตั้งแต่การระลึกได้ ข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำข้อมูล และการระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งที่คุ้นเคยกันจากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาให้พบ

4. การวิเคราะห์ (analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลงแต่ก็อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาวิชาที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าวต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหา พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 5 ชั้นดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์ที่ไม่เคยประสบมาก่อน (ability to solve nonroutine problems) คำถามในชั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อนไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง นักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจโมติ นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่างๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (ability to discover relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่างๆ ที่โจทย์ให้แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นมาใหม่ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาแทนการจำความสัมพันธ์เดิมที่เคยพบมาแล้ว

4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (ability to criticize proofs) เป็นความสามารถในการสร้างภาษาเพื่อยืนยันข้อความทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล โดยอาศัยนิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบทต่างๆ ที่เรียนมาแล้ว ไปพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน

4.4 ความสามารถในการสร้างสูตรและทดสอบความถูกต้องให้มีเหตุผลใช้ได้ในกรณีทั่วไป (ability to formulate and validate generalizations) เป็นความสามารถในการค้นพบสูตรหรือกระบวนการแก้ปัญหาและพิสูจน์ว่าใช้เป็นกรณีทั่วไปได้

กล่าวโดยสรุปได้ว่าความสามารถหมายถึงสมรรถภาพของบุคคลที่จะทำกิจกรรมใดกิจกรรมหนึ่ง ให้ประสบความสำเร็จ และความสามารถในการเรียนหมายถึง จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ 50% ขึ้นไป ของคะแนนรวมจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ต้องมากกว่าหรือเท่ากับ 50% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

จากการศึกษางานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับกราฟเบื้องต้นโดยตรงนั้น ยังไม่มีผู้ใดได้ทำการวิจัยไว้ ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้ทำการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่นำเนื้อหาในระดับสูงมาทดลองสอนในระดับต่ำกว่า ซึ่งผู้วิจัยได้นำเสนอเรียงตามลำดับชั้นตั้งแต่ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นถึงระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ดังต่อไปนี้

ทวิชัย ลิทธิศร (2516 : 28) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการเรียนเรื่องกลุ่มเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนบุษยจันทร์ อำเภอบุษยจันทร์ จังหวัดศรีสะเกษ จำนวนชั้นละ 40 คน โดยมีเนื้อหาประกอบด้วยดังต่อไปนี้ การดำเนินการทวิภาคและคุณสมบัติปิด หลักการเปลี่ยนกลุ่ม สมาชิกผกผัน สมาชิกเอกลักษณ์ กลุ่มที่มีสมาชิกอันดับสอง กลุ่มทางเรขาคณิต “ไคลน์โฟลด์กลุ่ม” (Klein’s Four Group) หลักการสลับที่ กลุ่มอาบีเลียน กลุ่มย่อย กลุ่มวัฏจักร สมมติฐาน ผลการศึกษาปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สามารถเรียนเรื่องกลุ่มเบื้องต้นได้ และจากการเปรียบเทียบความสามารถในการเรียนระหว่างชั้นปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถในการเรียนไม่แตกต่างกัน แต่มีความสามารถในการเรียนเรื่องนี้สูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

วิทยา รุ่งอรุณพิศาล (2517 : 39) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรขาคณิตการแปลงสภาพ (Transformation Geometry) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนมัธยมศึกษาสัตตวิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร กรุงเทพฯ จำนวนชั้นละ 40 คนใช้เวลาชั้นละ 15 ชั่วโมง โดยมีเนื้อหาประกอบ 5 หัวข้อคือ ระบบแกนมุมฉาก การสะท้อน การเลื่อน การหมุน และความสัมพันธ์ของการแปลงสภาพกับเรื่องอื่น ๆ ผลการศึกษาปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 มีความสามารถในการเรียนเรื่องนี้ในระดับเดียวกัน แต่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถในการเรียนวิชานี้สูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2

สุเทพ ทองอยู่ (2517 : 17 – 19) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนวัดเขมาภิรตาราม อำเภอเมือง จังหวัดนนทบุรี จำนวนชั้นละ 50 คน ใช้เวลาในการเรียนแต่ละกลุ่ม กลุ่มละ 9 ชั่วโมง ผลการศึกษาปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ไม่สามารถเรียนเรื่องความน่าจะเป็นได้ แต่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สามารถเรียนเรื่องความน่าจะเป็นตามเนื้อหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้

พิชากร แปลงประสพโชค (2518 : 39) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนมัธยมสาธิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิไลฒ ประสานมิตร กรุงเทพฯ ๑ กลุ่มตัวอย่างชั้นละ 30 คน โดยเนื้อหาประกอบด้วยหัวข้อดังต่อไปนี้ การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ส่วนประกอบของระบบคณิตศาสตร์ (อนิยาม นิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท) การพิสูจน์และแบบต่าง ๆ ของการพิสูจน์ (วิธีพิสูจน์ทางตรง วิธีพิสูจน์ทางอ้อม) และตัวอย่างระบบคณิตศาสตร์ขนาดอันตะ ผลการศึกษาปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ไม่มีความสามารถเพียงพอที่จะเรียนโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ส่วนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ 3 มีความสามารถเพียงพอที่จะเรียนโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ได้

ชวลิต เอี่ยมเจริญ (2519 : 25) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตโปรเจกตีฟ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนวัดธาตุทอง พระโขนง กรุงเทพฯ ๑ กลุ่มตัวอย่างชั้นละ 15 คน โดยมีเนื้อหาประกอบดังต่อไปนี้ การฉาย สัจพจน์พื้นฐาน การทับกัน ปริภูมิแบบ ภาวะคู่กัน ภาวะมีแกนร่วม ผลการศึกษาปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3 มีความสามารถในการเรียนวิชาเรขาคณิตโปรเจกตีฟเบื้องต้น ตามเนื้อหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้ และนักเรียนในระดับชั้นที่สูงกว่าจะมีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนสูงกว่านักเรียนในระดับชั้นที่ต่ำกว่า แต่คะแนนเฉลี่ยที่ได้ จากการทดสอบผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนทั้ง 3 ชั้นนี้ไม่มีความแตกต่างกัน

ณรงค์ ปั้นนัม (2519 : 19) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องอสมการ และค่าสัมบูรณ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ 3 ของโรงเรียนบางกรวย อำเภอบางกรวย จังหวัดนนทบุรี จำนวนชั้นละ 50 คน ใช้เวลาในการสอน 10 ชั่วโมงโดยมีเนื้อหาประกอบด้วยเรื่องดังต่อไปนี้ เซตของจำนวนเต็ม เซตของจำนวนตรรกยะ การแทนจำนวนด้วยจุดบนเส้นจำนวน อสมการ และค่าสัมบูรณ์ ผลการศึกษาปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ 3 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนเรื่องอสมการ และค่าสัมบูรณ์เบื้องต้นที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้

ประเวศ ก่อเกียรติศิริกุล (2519 : 23 – 26) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์เบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนอุดรพิทยานุกูล อำเภอเมือง จังหวัดอุดรธานี กลุ่มตัวอย่างจำนวน 30 คน โดยมีเนื้อหาเกี่ยวกับหัวข้อต่อไปนี้คือ เซตเบื้องต้น ระบบแกนฉากโปรเจกชัน การหาระยะทางระหว่างจุดสองจุด การแบ่งส่วนของเส้นตรงตามอัตราส่วนที่กำหนดให้ ความชันของเส้นตรง เส้นตั้งฉาก ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นวงกลม ผลการศึกษาปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ไม่มีความสามารถเพียงพอที่จะเรียนวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์เบื้องต้นที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ส่วนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ 3 มีความสามารถเพียงพอที่จะเรียนวิชาดังกล่าวได้

สุมานะ อาจหาญ (2521 : 20) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องพีชคณิตเชิงเส้นเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถที่จะเรียนวิชาพีชคณิตเชิงเส้นเบื้องต้นตามเนื้อหาที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้นได้ จากการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ในการเรียนระหว่างชั้นปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ 3 มีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชานี้ไม่แตกต่างกัน

เฉลียว เทศกลิ่น (2526 : 17 - 31) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องจำนวนเชิงซ้อนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเบญจมเทพอุทิศ จังหวัดเพชรบุรี กลุ่มตัวอย่างชั้นละ 35 คน ใช้เวลาในการสอนชั้นละ 15 คาบ โดยมีเนื้อหาประกอบด้วยหัวข้อต่อไปนี้ จำนวนเชิงซ้อน จำนวนจริงในระบบจำนวนเชิงซ้อน จำนวนจินตภาพ การเขียนจำนวนเชิงซ้อนในแบบพิกัดฉาก เอกล็กษณ์และการผกผันการบวก เอกล็กษณ์และการผกผันการคูณ การลบและการหารระนาบเชิงซ้อน ค่าสัมบูรณ์ การหารากของสมการ ผลการศึกษาปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ไม่สามารถเรียนเรื่องจำนวนเชิงซ้อนได้แต่สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สามารถเรียนเรื่องจำนวนเชิงซ้อน ตามที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

บุญเกิด ชำนาญคำ (2526 : 21 - 34) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาแคลคูลัสเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 วิชาเลือกสายที่ 1 โรงเรียนวัดไร่จิงวิทยา อำเภอสามพราณ จังหวัดนครปฐม กลุ่มตัวอย่างจำนวน 35 คน ใช้เวลาในการสอน 23 คาบ ซึ่งเนื้อหาประกอบด้วยเรื่อง การเคลื่อนที่ในทางตรง อัตราเร็วเฉลี่ยและความเร็วเฉลี่ย อัตราการเปลี่ยนแปลง ค่าขีดอันตะ อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ความชันของเส้นโค้ง สูตรสำหรับการหาอนุพันธ์ การประยุกต์ของอนุพันธ์ การดำเนินการตรงกันข้ามกับการหาอนุพันธ์ ผลการศึกษาปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 วิชาเลือกสายที่ 1 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนวิชาแคลคูลัสเบื้องต้นตามแบบเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้

นวลสวาท ปิ่นแก้ว (2527 : 15-25) ได้ทำการทดลองสอนเรื่องการบวกการลบจำนวนเต็มชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนศรีศักดิ์สุวรรณวิทยา อำเภอบางระจัน จังหวัดสิงห์บุรี ทำการทดลองใช้กลุ่มตัวอย่าง 40 คน ซึ่งมีเนื้อหาดังต่อไปนี้ จำนวนเต็มบวกและศูนย์ จำนวนเต็มลบ จำนวนตรงกันข้าม คุณสมบัติการบวกจำนวนเต็ม การบวกจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มบวก การบวกจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มบวก การบวกจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบหรือกลับกัน

และการลบจำนวนเต็ม ผลการศึกษาปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ส่วนใหญ่สามารถเรียน เรื่องการบวกการลบจำนวนเต็มจากบทเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ

สาธิต ผลเจริญ (2527 : 17-32) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องเลขฐานต่าง ๆ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบุรีรัมย์พิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดบุรีรัมย์ กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 45 คน โดยมีเนื้อหาประกอบไปด้วยหัวข้อดังต่อไปนี้ ความหมายของเลขฐานต่าง ๆ การอ่านเลขฐานต่าง ๆ ค่าประจำหลักของเลขฐานต่าง ๆ การเปลี่ยนเลขฐานต่าง ๆ เป็นเลขฐานสิบ การเปลี่ยนเลขฐานสิบเป็นเลขฐานต่าง ๆ การเปลี่ยนเลขฐานหนึ่งไปอีกฐานหนึ่ง การบวก – ลบ เลขฐานต่าง ๆ การคูณ –หารเลขฐานต่าง ๆ ผลการศึกษาปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถในการเรียนเรื่องเลขฐานต่าง ๆ ได้

ศุภชัย ทองศิริ (2527 : 36 – 37) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่อง “กลุ่มเบื้องต้น” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอยุธยาวิทยาลัย จังหวัดพระนครศรีอยุธยา กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 35 คน ใช้เวลาในการสอน 9 คาบ โดยมีเนื้อหาประกอบไปด้วยหัวข้อดังต่อไปนี้ การดำเนินการทวิภาค กิ่งกลุ่ม กลุ่ม อาบีเลียนกลุ่ม ทฤษฎีเบื้องต้นเกี่ยวกับกลุ่ม กลุ่มย่อย กลุ่มวัฏจักร ผลการศึกษาปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 วิชาเลือกสายที่ 1 สามารถเรียน เรื่องกลุ่มเบื้องต้นได้

วันชัย ทัพพะปุระณะ (2529 : 30 – 31) ได้ทำการทดลองสอนเวกเตอร์ในระดับมัธยมศึกษา ปีที่ 3 วิชาเลือกสายที่ 1 โรงเรียนดิบุกพังงาวิทยายน จังหวัดพังงา กลุ่มตัวอย่างจำนวน 72 คน ใช้เวลาในการสอน 8 คาบ โดยสร้างเนื้อหาประกอบด้วยหัวข้อดังต่อไปนี้ เวกเตอร์ การบวกและการลบเวกเตอร์ การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ เวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก ผลคูณเชิงสเกลาร์ ผลการทดลองสอนปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 วิชาเลือกสายที่ 1 มีความสามารถเพียงพอที่จะเรียนเวกเตอร์ ตามแบบเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้

อำพล โต้ตอบ (2539 : 25) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเชิงซ้อนของสมการพหุนาม นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 และ ค 012 โรงเรียนวัดจันทราวาส (สุขประसारราษฎร์) จังหวัดเพชรบุรี กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 40 คน ใช้เวลาในการสอน 8 คาบ โดยมีเนื้อหาประกอบด้วยหัวข้อต่อไปนี้ จำนวนเชิงซ้อน (ความหมายและการเท่ากันของจำนวนเชิงซ้อน, การบวก การลบ และการคูณจำนวนเชิงซ้อน) และการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเชิงซ้อนของสมการพหุนาม (การแก้สมการพหุนามกำลังหนึ่ง การแก้สมการพหุนามกำลังสอง และการแก้สมการพหุนามกำลังสามและกำลังสี่โดยวิธีแยกตัวประกอบที่อาศัยสมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม และสมบัติการแจกแจง) ผลการศึกษาปรากฏว่า

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนเรื่องการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเชิงซ้อนของสมการพหุนามได้

สุวรรณ กิตติพิพิงศ์ (2544 : 21 – 22) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนสตรีศาสนูปถัมภ์ ตำบลยะหา อำเภอยะหา จังหวัดยะลา ชั้นละ 30 คน โดยยึดเนื้อหาจากหนังสือแบบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ ผลการศึกษาปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ไม่มีความสามารถเพียงพอในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้น ส่วนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้น ตามเนื้อหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้

เสกสรรค์ คำกระบี่ (2517 : 20 – 22) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องลิมิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และ 5 สายสามัญ แผนกวิทยาศาสตร์โดยใช้กลุ่มตัวอย่างชั้นละ 30 คน ใช้เวลาในการสอนชั้นละ 9 ชั่วโมงซึ่งมีเนื้อหาเกี่ยวกับเรื่อง อสมการ ค่าสัมบูรณ์ ฟังก์ชันและกราฟ ลิมิต ผลการศึกษาปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สายสามัญ แผนกวิทยาศาสตร์ ไม่มีความสามารถในการเรียนเรื่องลิมิตแต่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สายสามัญ แผนกวิทยาศาสตร์ มีความสามารถในการเรียนเรื่องลิมิตได้

สุทธิพงษ์ พะลัง (2521 : 34 – 35) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาโปรแกรมเส้นตรง (Linear Programming) โดยใช้หน่วยการเรียนการสอน (Instructional Module) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และ 5 สายพณิชยการ โดยได้สุ่มมาชั้นละ 30 ใช้เวลาในการสอนชั้นละ 10 ชั่วโมง ซึ่งมีเนื้อหาเกี่ยวกับเรื่อง การตั้งปัญหาโปรแกรมเส้นตรง ระบบพิกัดและกราฟ และการแก้ปัญหาโปรแกรมเส้นตรง ผลการศึกษาปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และ 5 สายพณิชยการ มีความสามารถที่จะเรียนเรื่องโปรแกรมเส้นตรงโดยใช้หน่วยการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้ และผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องโปรแกรมเส้นตรงโดยใช้หน่วยการเรียนการสอนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สายพณิชยการไม่แตกต่างกันมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับความเชื่อมั่น 0.05

นพดล สุชาพาณิชย์ (2524 : 24) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 5 ปีการศึกษา 2522 โรงเรียนมัธยมสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร โดยใช้กลุ่มตัวอย่างชั้นละ 30 คน ซึ่งมีเนื้อหาประกอบไปด้วย เรขาคณิตไฮเปอร์โบลิก (เส้นขนาน คุณสมบัติของการขนาน จุดไอดีล

สี่เหลี่ยมแซกเคอร์รี่ สี่เหลี่ยมแกลมเบอร์รี่ และผลรวมของมุมภายในของสามเหลี่ยม) และเรขาคณิต อิลลิปติก (คุณสมบัติของเส้นสองเส้นใด ๆ สี่เหลี่ยมแซกเคอร์รี่ สี่เหลี่ยมแกลมเบอร์รี่ และผลรวมของมุมภายในของสามเหลี่ยม) ผลการศึกษาปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และ 5 มีความสามารถในการเรียนเรื่องเรขาคณิตนอนยูคลิดเรียนได้ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถเรียนเรื่องเรขาคณิตนอนยูคลิดเรียนได้ดีกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

วิรัตน์ ชาญศิริรัตน (2524 : 20) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนคณิตศาสตร์สาย 1 ปีการศึกษา 2524 โรงเรียนรัฐบาลในจังหวัดมหาสารคาม โดยใช้วิธีสุ่มจากทุก ๆ โรงเรียนมาโรงเรียนละ 1 ห้องเรียนในทั้งหมด 8 โรงเรียน ผลการศึกษาปรากฏว่านักเรียนมีความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ

ดี บงกระ (2538 : 19) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 แผนการเรียน สายวิทยาศาสตร์ ในการเรียนฟังก์ชันก่อนกำเนิด โดยใช้กลุ่มตัวอย่าง 40 คน ใช้เวลาในการเรียน 15 คาบ ซึ่งเนื้อหาที่ใช้ในการทดลองสอนมีดังนี้

1. แนวความคิดพื้นฐานเกี่ยวกับฟังก์ชันก่อนกำเนิดธรรมดา
2. นิยามฟังก์ชันก่อนกำเนิดธรรมดา
3. วิธีสร้างฟังก์ชันก่อนกำเนิดธรรมดาให้สอดคล้องกับปัญหา
4. วิธีหาสัมประสิทธิ์ของเทอมต่าง ๆ ของฟังก์ชันก่อนกำเนิดธรรมดา
5. การนำฟังก์ชันก่อนกำเนิดธรรมดาไปใช้ในการแก้ปัญหา
6. แนวความคิดพื้นฐานเกี่ยวกับฟังก์ชันก่อนกำเนิดชี้กำลัง
7. นิยามฟังก์ชันก่อนกำเนิดชี้กำลัง
8. วิธีสร้างฟังก์ชันก่อนกำเนิดชี้กำลังให้สอดคล้องกับปัญหา
9. วิธีหาสัมประสิทธิ์ของเทอมต่าง ๆ ของฟังก์ชันก่อนกำเนิดชี้กำลัง
10. การนำฟังก์ชันก่อนกำเนิดชี้กำลังไปใช้แก้ปัญหา

ผลการศึกษาปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนฟังก์ชันก่อนกำเนิด จากบทเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้

ปรีชา จันทกล้า (2539 : 21) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้กลุ่มตัวอย่าง 35 คน ใช้เวลาในการสอน 10 คาบซึ่งประกอบด้วยเนื้อหาต่อไปนี้คือ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเศษส่วนต่อเนื่อง เศษส่วนต่อเนื่อง อันตะ การหาเศษส่วนต่อเนื่องจำนวนอันตะ การหาค่าตอบที่เป็นจำนวนเต็มของสมการ $ax + by = n$ เมื่อ a, b, n เป็นจำนวนเต็ม เศษส่วนต่อเนื่องอนันต์ และการหาค่าประมาณของเศษส่วนต่อเนื่อง

อนันต์ ผลการศึกษาปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความสามารถเพียงพอในการเรียน เรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น จากบทเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้

จากการศึกษางานวิจัยในประเทศพบว่า วิชาทางด้านพีชคณิต (algebra) นักการศึกษาได้นำมาทดลองสอนในทุกระดับชั้น ตั้งแต่ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ต่อเนื่องไปจนถึงระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย จากการศึกษาเกี่ยวกับการนำเอาวิชาคณิตศาสตร์ที่มีการเรียนการสอนในระดับอุดมศึกษา มาทดลองสอนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และมัธยมศึกษาตอนปลายนั้น พบว่านักเรียนมีความสามารถในการเรียนที่ทดลองเรื่องเหล่านั้นได้ดี ผลที่ตามมาประการหนึ่ง ก็คือในปัจจุบันวิชาเหล่านั้น ได้มีการพิจารณานำมาบรรจุในระดับต่างๆ เช่น พินิจกร แปลงประพจน์ ที่ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียน โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน ได้นำมาสอนในระดับมัธยมศึกษาโดยแทรกอยู่ทั้งระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและตอนปลาย ฉรงค์ บัณนิม ที่ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องอสมการ และค่าสัมบูรณ์ ในปัจจุบันได้นำมาบรรจุไว้ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และเรื่องอสมการบรรจุไว้ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และเสกสรรค์ คำกระเป๋ ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องลิมิต ซึ่งในปัจจุบันได้นำมาบรรจุไว้ในหลักสูตรระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เป็นต้น ผู้วิจัยจึงคิดว่าเรื่องกราฟเบื้องต้นน่าจะสามารถนำมาสอนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายได้

สำหรับการศึกษางานวิจัยในต่างประเทศ ที่เกี่ยวข้องกับการนำเอาคณิตศาสตร์ในระดับสูงไปทดลองสอนในระดับต่ำกว่า มีดังต่อไปนี้

กิวบรูด (Gubrud. 1971 : 6468-A – 6469-A) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการเรียน การบวกเวกเตอร์ ของนักเรียนในระดับเกรด 8 เกรด 9 และเกรด 10 ผลการศึกษาปรากฏดังต่อไปนี้ 1. นักเรียนในระดับเกรด 8 และนักเรียนในระดับเกรด 9 ที่มีความสามารถต่ำ และนักเรียนในระดับเกรด 9 ที่มีความสามารถสูง มีความสามารถในการเรียนการบวกเวกเตอร์แต่ต้องใช้เวลาในการเรียนมากกว่านักเรียนในระดับเกรด 10 โดยที่นักเรียนในระดับเกรด 10 มีความสามารถในการเรียนเพียงพอในการเรียนการบวกเวกเตอร์ตามระยะเวลาที่กำหนด 2. นักเรียนในระดับเกรด 9 ที่มีความสามารถต่ำ และนักเรียนในระดับเกรด 8 ทั้งหมดมีความสามารถในการเรียนการบวกเวกเตอร์ ได้บางส่วน และต้องใช้เวลาในการเรียนมากกว่าที่กำหนดไว้

แกลลิก (Gallick. 1971 : 4035 – A) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่อง Coordinate Geometry สำหรับนักเรียนในระดับเกรด 5, 6, 9 และ 10 โดยแบ่งเป็นสองกลุ่ม ผลการศึกษาปรากฏว่า 1. นักเรียนในระดับเกรด 5 และเกรด 6 สามารถเรียน Coordinate Geometry โดยมีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนไม่แตกต่างกัน 2. นักเรียนในระดับเกรด 9 และเกรด 10

สามารถเรียนได้แต่เกรด 9 มีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนสูงกว่าเกรด 10 3. ผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนในระดับเกรด 9 จะสูงกว่าทุกเกรดยกเว้นพวกที่ได้คะแนนมากกว่าครึ่งหนึ่งของนักเรียนในระดับเกรด 6

ไวท์ (White. 1974 : 1969 – A) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็นเบื้องต้น ของนักเรียนในระดับเกรด 7 และเกรด 8 โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนในระดับเกรด 7 จำนวน 159 คนและเป็นนักเรียนในระดับเกรด 8 จำนวน 13 คนผลการศึกษาปรากฏว่านักเรียนในระดับเกรด 7 และเกรด 8 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นเบื้องต้น ได้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยในประเทศไทยโดยสุเทพ ทองอยู่ (2517 : 17 – 19) ว่านักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ 3 มีความสามารถในการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นได้

ดรัมมอนด์ (Drummond. 1989 : 641 – A) ได้ทำการศึกษาออกแบบเครื่องมือ และประเมินผลวิชาวิยุตคณิต สำหรับมัธยมศึกษาตอนปลาย หัวข้อในการเรียนวิชาวิยุตคณิต มีดังต่อไปนี้ เมทริกซ์ ตรรกศาสตร์ เซต การนับ ความน่าจะเป็น กราฟ ต้นไม้ และ เวียนเกิด กลุ่มตัวอย่าง 203 คน เป็นนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่ผ่านวิชา พีชคณิต 1 เรขาคณิต และ พีชคณิต 2 ผลการศึกษาปรากฏว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายมีความสามารถในการเรียนวิชาวิยุตคณิตได้

จากการศึกษางานวิจัยข้างต้นพบว่า นักการศึกษาทั้งในประเทศและต่างประเทศได้นำเนื้อหาที่สอนในระดับชั้นที่สูงกว่ามาปรับปรุงให้เหมาะสมแล้วนำมาสอนในระดับชั้นที่ต่ำกว่า ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย นักเรียนในระดับดังกล่าว มีความสามารถเรียนได้บ้างไม่ได้บ้างในบางเนื้อหาที่นักการศึกษาสร้างขึ้น ตามหลักจิตวิทยา ถ้าได้จัดบทเรียนให้เหมาะสมกับวัยของนักเรียนแล้วก็จะทำให้นักเรียนเรียนเรื่องเหล่านี้ ได้อย่างสะดวกสบายและเห็นประโยชน์ (ณรงค์ ปิ่นนิม. 2519 : 2) ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีเกี่ยวกับการสอนของ Bruner (Bruner's Theory of Instruction) ที่กล่าวว่า ครูสามารถนำเนื้อหาวิชาใด ๆ มาสอนกับเด็กในระดับอายุเท่าไรก็ได้ ถ้ารู้จักใช้วิธีการที่เหมาะสม (พรณี ชูทัย. 2522 : 79) ดังนั้นจากงานวิจัยที่กล่าวไว้ข้างต้น ได้ทราบว่านักเรียนในระดับต่าง ๆ มีความสามารถในการเรียนเรื่องใดได้บ้างซึ่งเป็นประโยชน์ในการพัฒนาการเรียนการสอน และปรับปรุงหลักสูตรที่เหมาะสมต่อไปในอนาคต

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ เป็นการศึกษาความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 169 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 167 คนของโรงเรียนนวมินทราชูทิศทักษิณ ตำบลพะวง อำเภอเมือง จังหวัดสงขลา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนนวมินทราชูทิศทักษิณ ตำบลพะวง อำเภอเมือง จังหวัดสงขลา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 โดยสุ่มแบบอย่างง่าย ได้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 30 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 30 คน รวม 60 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยนี้ เป็นเครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ประกอบด้วย

1. บทเรียนเรื่องกราฟเบื้องต้น
2. แผนการสอนเรื่องกราฟเบื้องต้น
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น

การสร้างและการหาคุณภาพเครื่องมือได้ดำเนินการตามลำดับ ดังนี้

1. บทเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น

1.1 สร้างบทเรียนเรื่องกราฟเบื้องต้น ที่ประกอบด้วยเนื้อหา กราฟ กราฟออยเลอร์ การประยุกต์ของกราฟ ทั้งนี้ได้ศึกษาจากหนังสือ ต่อไปนี้

- 1.) ทฤษฎีกราฟ ของ ชะเอม สายทอง. 2544 : 1 – 144
- 2.) ทฤษฎีกราฟ ของ นวรัตน์ อนันต์จัน. 2540 : 1 – 172
- 3.) ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ของ นิตยา ณ เชียงใหม่ : ม.ป.ป. : 1 – 87
- 4.) การประยุกต์ของทฤษฎีกราฟ ของ นิตยา ณ เชียงใหม่ : ม.ป.ป. : 1 – 113
- 5.) เอกสารวิชาคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ของ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. 2535 : 81 – 98

6.) ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ของ อนุสรณ์ จิตมนัส. 2542 : 1 – 57

7.) ทฤษฎีกราฟและการประยุกต์ ของ อาริสา ฉัตรกิจวรุธ. 2534 : 1 – 139

8.) ศัพท์คณิตศาสตร์ ของ ราชบัณฑิตสถาน. 2545

9.) Discrete Mathematics with application by Epp Susanna S. 1995 : 602 – 640

10.) Discrete Mathematics and its application by H. Rosen Kenneth. 1999 :

438 – 467

1.2 นำบทเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้นที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อพิจารณาตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่อง จากนั้นจึงนำมาปรับปรุงแล้วไปทดลองสอนกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียน นวมินทราชูทิศทักษิณ ตำบลพะวง อำเภอเมือง จังหวัดสงขลา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 ซึ่งไม่ใช่ นักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง โดยสุ่มมาชั้นละ 20 คน รวม 40 คน โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอนเอง ใช้เวลาสอน 15 คาบ ๆ ละ 50 นาที แล้วบันทึกข้อบกพร่องของบทเรียน หลังจากนั้นนำมาปรับปรุงจนได้บทเรียนที่สมบูรณ์

2. แผนการสอนเรื่องกราฟเบื้องต้น

เขียนแผนการสอนเรื่องกราฟเบื้องต้น ตามเนื้อหาที่ได้เรียบเรียงไว้แล้วเสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อพิจารณาตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่อง นำแผนการสอนที่ปรับปรุงแล้ว ไปใช้คู่กับบทเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้นที่ผู้วิจัยสร้างไว้ในข้อ 1 แล้วบันทึกข้อบกพร่องของแผนการสอน หลังจากนั้นนำมาปรับปรุง จนได้แผนการสอนเรื่องกราฟเบื้องต้นที่สมบูรณ์

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น

สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น ตามบทเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น ที่ได้เรียบเรียงไว้เป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ และชนิดเขียนตอบ จำนวน 5 ข้อ จากนั้นนำแบบทดสอบที่สร้างขึ้น เสนอต่อคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ พิจารณาความถูกต้องชัดเจนแล้วนำเสนอผู้เชี่ยวชาญ 3 คน (รายละเอียดดังภาคผนวก ง) เพื่อพิจารณาความสอดคล้องของแบบทดสอบที่สร้างขึ้น แล้วคัดเลือกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ไว้จำนวน 30 ข้อ และชนิดเขียนตอบไว้จำนวน 3 ข้อ จากนั้นนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้นไปทำการทดสอบกับนักเรียนในข้อ 1 เมื่อสอนครบเนื้อหาตามบทเรียนแล้ว ใช้เวลาในการทดสอบ 1 ชั่วโมง 30 นาที หลังจากนั้นนำแบบทดสอบไปวิเคราะห์โดยใช้เทคนิค 50% ของกลุ่มสูงกลุ่มต่ำ คัดเลือกข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือกไว้จำนวน 20 ข้อ และชนิดเขียนตอบไว้จำนวน 2 ข้อ ที่ค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.20 ถึง 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป ซึ่งได้ข้อสอบมีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.33 ถึง 0.80 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ถึง 0.63 (รายละเอียดดังภาคผนวก จ) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ ที่คำนวณโดยใช้สูตรของคูเดอร์ ริชาร์ดสัน ($KR - 20$) ได้ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.89 (รายละเอียดดังภาคผนวก จ) แล้วนำแบบทดสอบมาพิมพ์เป็นแบบทดสอบฉบับสมบูรณ์ ที่เป็นชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือกไว้จำนวน 20 ข้อ และชนิดเขียนตอบไว้จำนวน 2 ข้อ เพื่อใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลต่อไป

การดำเนินการวิจัยและการเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการวิจัยและเก็บรวบรวมข้อมูล โดยการดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. ดำเนินการสุ่มกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนนวมินทราชูทิศทักษิณ ตำบลพะวง อำเภอเมือง จังหวัดสงขลา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 โดยสุ่มแบบแบ่งกลุ่ม ได้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 30 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 30 คน รวม 60 คน
2. นำบทเรียนและแผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้นที่สมบูรณ์แล้วไปสอนกับกลุ่มตัวอย่างการวิจัย ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอนเองทั้งสองชั้น ใช้วิธีการสอนแบบเดียวกัน และใช้เวลาสอนชั้นละ 15 คาบ ๆ ละ 50 นาทีเท่ากัน

3. เมื่อสอนครบตามที่กำหนดไว้แล้ว จึงทำการทดสอบนักเรียนทั้งสองชั้น ด้วยแบบทดสอบที่วิเคราะห์แล้ว ใช้เวลาทดสอบ 1 ชั่วโมง

4. นำคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มาวิเคราะห์ความแตกต่างโดยใช้การทดสอบด้วยที (t - test)

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Sciences : SPSS/PC⁺) วิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. หาค่าร้อยละ ของจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้คะแนนตั้งแต่ 50% ขึ้นไป ของคะแนนรวมจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น เพื่อให้ทราบว่า มีจำนวนนักเรียนมากกว่าหรือเท่ากับร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนแต่ละชั้นหรือไม่

2. เปรียบเทียบความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟเบื้องต้น โดยใช้การทดสอบด้วยที

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ค่าสถิติพื้นฐาน
 - 1.1 ค่าเฉลี่ยเพื่อวัดดัชนีความสอดคล้อง
 - 1.2 ค่าร้อยละ
 - 1.3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
2. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การทดสอบด้วยที ในการทดสอบสมมุติฐานใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS/PC⁺

3. สถิติที่ใช้หาคุณภาพของแบบทดสอบ ได้แก่ ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ ใช้สูตรดังนี้

3.1 หาค่าความยากง่าย (level of difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (power of discrimination) โดยใช้สูตร

$$p = \frac{H + L}{2N}$$

$$r = \frac{H - L}{N}$$

เมื่อ

p แทน ค่าความยากง่ายของข้อสอบ

r แทน ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ

H แทน จำนวนคนในกลุ่มสูงตอบถูก

L แทน จำนวนคนในกลุ่มต่ำตอบถูก

N แทน จำนวนคนทั้งหมดในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง

3.2 การหาค่าความเชื่อมั่น (reliability) ของแบบทดสอบโดยใช้สูตรของ คูเดอร์ ริชาร์ดสัน (KR-20)

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{S^2} \right]$$

เมื่อ

r_{tt} แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ

n แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบทั้งฉบับ

p แทน อัตราส่วนของผู้ตอบถูกในข้อนั้น

q แทน อัตราส่วนของผู้ตอบผิดในข้อนั้น

S^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนทั้งฉบับ

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลครั้งนี้ ได้นำเสนอเป็นสองขั้นตอนคือ ขั้นตอนในการวิเคราะห์ข้อมูล และขั้นตอนของผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ขั้นตอนในการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลได้ดำเนินการตามลำดับดังนี้

1. หาค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้นของกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้คะแนนตั้งแต่ ร้อยละ 50 ขึ้นไป
2. เปรียบเทียบความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้นของกลุ่มตัวอย่างระหว่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. หาค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้นของกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้คะแนนตั้งแต่ ร้อยละ 50 ขึ้นไป

ผลการวิเคราะห์หาค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้นของกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้คะแนนตั้งแต่ ร้อยละ 50 ขึ้นไป ปรากฏผลดังตาราง 1

ตาราง 1 ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้นของกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป

| ระดับชั้น | จำนวนนักเรียน | จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป | ร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป |
|-------------------|---------------|---|--|
| มัธยมศึกษาปีที่ 4 | 30 | 17 | 56.66 |
| มัธยมศึกษาปีที่ 5 | 30 | 24 | 80.00 |

จากตาราง 1 แสดงให้เห็นว่าค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้นของกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้คะแนนตั้งแต่ ร้อยละ 50 ขึ้นไปเท่ากับ ร้อยละ 56.66 และร้อยละ 80.00 ตามลำดับ

2. เปรียบเทียบความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้นของกลุ่มตัวอย่าง ระหว่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้นของกลุ่มตัวอย่างระหว่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ปรากฏผลดังตาราง 2

ตาราง 2 การเปรียบเทียบความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้นของกลุ่มตัวอย่างระหว่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

| ระดับชั้น | ร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ ร้อยละ 50 ขึ้นไป | t |
|-------------------|---|-------|
| มัธยมศึกษาปีที่ 4 | 56.66 | -.028 |
| มัธยมศึกษาปีที่ 5 | 80.00 | |

จากตาราง 2 แสดงให้เห็นว่าความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ไม่แตกต่างกัน

บทที่ 5

บทย่อ สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้ เป็นการศึกษาความสามารถและเปรียบเทียบความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้น

บทย่อ

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัยครั้งนี้มีดังนี้

1. เพื่อศึกษาความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้น
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้น

การดำเนินการวิจัย

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการเป็นขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ประชากร ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 169 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 167 คน ของโรงเรียนนวมินทราชูทิศทักษิณ ตำบลพะวง อำเภอเมือง จังหวัดสงขลา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546
2. กลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 โดยการสุ่มแบบอย่างง่าย ได้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 30 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 30 คน รวม 60 คน
3. นำบทเรียนเรื่องกราฟเบื้องต้นที่ปรับปรุงแล้วไปทดลองสอนตามแผนการสอนที่ปรับปรุงแล้วกับกลุ่มตัวอย่างการวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอนเองทั้งสองชั้น ใช้วิธีการสอนแบบเดียวกันและใช้เวลาสอนชั้นละ 15 คาบ ๆ ละ 50 นาทีเท่ากัน
4. เมื่อสอนครบตามที่กำหนดไว้แล้ว จึงทำการทดสอบนักเรียนทั้งสองชั้นด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้น ที่เป็นชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ และชนิดเขียนตอบ จำนวน 2 ข้อ ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นทั้งฉบับ

โดยใช้สูตรของ คูเดอร์ ริชาร์ดสัน (KR – 20) เท่ากับ 0.89 ความยากง่ายมีค่าตั้งแต่ 0.33 ถึง 0.80 และค่าอำนาจจำแนกมีค่าตั้งแต่ 0.20 ถึง 0.63 ที่วิเคราะห์แล้วใช้เวลาทดสอบ 1 ชั่วโมง

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยใช้คอมพิวเตอร์โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS/PC⁺

วิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. หาค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนรวมจากการทำแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้น เพื่อให้ทราบว่า มีจำนวนนักเรียนมากกว่า หรือเท่ากับ ร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนแต่ละชั้นหรือไม่
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้น โดยใช้การทดสอบด้วยที

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ สามารถสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

1. ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้นของกลุ่มนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้คะแนนตั้งแต่ ร้อยละ 50 ขึ้นไปเท่ากับร้อยละ 56.66 และร้อยละ 80 ตามลำดับ

ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้น ตามที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2. จากการเปรียบเทียบความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้น ของกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ไม่แตกต่างกัน

ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้น ไม่แตกต่างกัน

อภิปรายผล

การวิจัยครั้งนี้ สามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

1. ผลการวิจัย จากการทดลองสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้น ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามเนื้อหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความสามารถเพียงพอที่จะเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้นได้ ส่วนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีความสามารถเพียงพอที่จะเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้นได้

ผลจากการวิจัยครั้งนี้ได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และ 5 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้นสอดคล้องกับหลักจิตวิทยาที่ว่า ถ้าได้จัดบทเรียนให้เหมาะสมกับวัยของนักเรียนแล้วจะทำให้ให้นักเรียน เรียนเรื่องเหล่านี้ได้อย่างสะดวกสบาย และเห็นประโยชน์ ดังนั้นครูจึงสามารถสอนวิชาใดก็ได้แก่นักเรียนในระดับใดก็ได้ แต่ทั้งนี้ต้องปรับปรุงเนื้อหา และวิธีสอนให้เหมาะสมกับสติปัญญาของนักเรียนในระดับนั้นเสียก่อน (วสันต์ โภคาทรัพย์. 2519 : 2 ; อ้างอิงมาจากBruner)

ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยที่ผ่านมาในการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 และมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในเรื่องต่าง ๆ เช่น ของ สุทธิพงษ์ พะลัง ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องโปรแกรมเส้นตรงโดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีความสามารถที่จะเรียนเรื่องโปรแกรมเส้นตรงได้ และ ของนพดล สุชาพามิษย์ ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องเรขาคณิตอนยูคลิเดียน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีความสามารถในการเรียนเรื่องเรขาคณิตอนยูคลิเดียนได้

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้นไม่แตกต่างกัน ซึ่งไม่เป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้

ผลการวิจัยจากการทดลองสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้น ตามเนื้อหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นแก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 น่าจะสูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แต่ผลวิจัยปรากฏว่าความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ไม่แตกต่างกันซึ่งไม่เป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก 1. ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เช่น เรื่องเซต (เรียนในระดับชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1) จำนวนเต็ม (เรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น) ที่จำเป็นเบื้องต้นเพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้นนั้น ทั้งสองระดับชั้นมีพื้นฐานเท่ากัน 2. ความสนใจของผู้เรียนทั้งสองระดับชั้นมีความสนใจและตั้งใจในการเรียนดี ซึ่งจะเห็นได้จากที่ได้แจกบทเรียนให้ล่วงหน้า นักเรียนจะอ่านและทำแบบฝึกหัดมาก่อนที่จะมีการเรียนการสอนในห้องเรียน และมีการซักถามเมื่อไม่เข้าใจ 3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ เนื่องจากการสร้างมีการทดสอบเพียงครั้งเดียว แล้วย่นำมาวิเคราะห์ ซึ่งอาจจะทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนได้ 4. บทเรียนเรื่องกราฟเบื้องต้น ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นยังไม่มีมีการวิจัยมาก่อนว่ามีความเหมาะสมกับวัย ความรู้ของผู้เรียนในระดับใดหรือไม่ จึงเป็นเหตุทำให้ความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้นของนักเรียนทั้งสองชั้นไม่แตกต่างกัน



ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะทั่วไป

สำหรับการปรับปรุงหลักสูตรระดับมัธยมศึกษาตอนปลายในครั้งต่อไปควรบรรจุเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้นไว้ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยเน้นให้มีเนื้อหาความยากง่ายแตกต่างกัน และน่าจะเพิ่มเนื้อหาการพิสูจน์ไปด้วย เพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีกราฟในระดับสูงขึ้นไป

ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

1. ควรมีการศึกษาวิจัยเรื่องนี้ซ้ำอีก โดยใช้กลุ่มตัวอย่างที่มีลักษณะแตกต่างกันเพื่อผลสรุปที่แน่นอนยิ่งขึ้น
2. ควรมีการศึกษาวิจัยเรื่องนี้ซ้ำอีก โดยใช้กลุ่มตัวอย่างให้มีขนาดใหญ่มากขึ้น
3. ควรมีการศึกษาวิจัยการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้น โดยใช้วิธีสอนแบบต่าง ๆ เพื่อให้ได้ผลสรุปวิธีสอนที่เหมาะสม

บรรณานุกรม



บรรณานุกรม

- จันทร์เพ็ญ เชื้อพานิช และคณะ. **ประมวลบทความหลักสูตร : สาระร่วมสมัย**. กรุงเทพฯ ฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2536.
- เจลิยว เทศกลั่น. **การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องจำนวนเชิงซ้อนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเบญจมเทพอุทิศ จังหวัดเพชรบุรี**. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ ฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2526.
- ชวลิต เอี่ยมเจริญ. **การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตโปรเจกตีฟของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น**. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ ฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2519.
- ณรงค์ ปั่นนิ่ม. **การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนอสมการและค่าสัมบูรณ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ ฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2519.
- ดี บางกระ. **การศึกษาความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในการเรียนฟังก์ชันก่อกำเนิด**. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ ฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2538.
- ทวีชัย สิทธิศร. **การศึกษาความสามารถในการเรียนเรื่องกลุ่ม (Group) เบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น**. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ ฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2516.
- นพดล สุระพานิชย์. **การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิเดียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 5**. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ ฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2524.
- นวลสวาท ปิ่นแก้ว. **การทดลองสอนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็มชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1**. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ ฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2527.
- บุญเกิด ชำนาญคำ. **การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาแคลคูลัสเบื้องต้นของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3**. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ ฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2526.
- ประเวศ ก่อเกียรติศิริกุล. **การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์เบื้องต้นของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น**. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ ฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2519.

- ปรีชา จั่นกล้า. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น ของนักเรียน
มัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ ฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ประสานมิตร, 2539.
- พรรณี ชูทัย. จิตวิทยาการเรียนการสอน. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ ฯ ภาควิชาการศึกษา
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2522.
- “พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542.” ราชกิจจานุเบกษา. เล่ม 116 ตอนที่ 74ก
หน้า 7, 19 สิงหาคม 2542.
- พิชากร แปลงประสพโชค. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ ฯ : มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2518.
- “ภาวะวิกฤติการศึกษาไทยและข้อเสนอเพื่อการพัฒนา” การศึกษาแห่งชาติ. 29 (4) :
เมษายน – พฤษภาคม 2538.
- ราชบัณฑิตสถาน. พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2525. พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ ฯ :
สำนักพิมพ์อักษรเจริญทัศน์, 2539.
- วันชัย ทัพพะปุระณะ. การทดลองสอนเวกเตอร์ในระดับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียน
दीบุกพังงาวิทยายน. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ ฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์,
2529.
- วิชาการ, กรม. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ ฯ : สำนักพิมพ์อักษร
เจริญทัศน์, 2544.
- _____. ประมวลศัพท์บัญญัติ วิชาการศึกษา. กรุงเทพฯ ฯ : 2518.
- วิทยา รุ่งอรุณพิศาล. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพ
(Transferation Geometry) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. ปรินูญานิพนธ์
กศ.ม. กรุงเทพฯ ฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2517.
- วิรัตน์ ชาญศิริรัตนา. การศึกษาความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ ฯ : มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2524.

- ศึกษาธิการ, กระทรวง. คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์, 2545.
- _____. สาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2544.
- _____. หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). พิมพ์ครั้งที่ 2, 2535.
- ศุภชัย ทองศิริ. ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่อง “กลุ่มเบื้องต้น” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอยุธยาวิทยาลัย. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2527.
- สาธิต ผลเจริญ. ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องเลขฐานต่าง ๆ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบุรีรัมย์พิทยาคม. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2527.
- สุชา จันทน์. จิตวิทยาพัฒนาการ. กรุงเทพฯ : พิมพ์ครั้งที่ 3 ไทยวัฒนาพานิช, 2540.
- สุทธิพงศ์ พะลัง. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาโปรแกรมเส้นตรง (Linear Programming) โดยใช้หน่วยการเรียนการสอน (Instrustional Module) ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 สายพาณิชย์การ. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2521.
- สุเทพ ทองอยู่. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่อง “ความน่าจะเป็น” (Probability) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2517.
- สุธรรม กิตติพิฒพิงศ์. การศึกษาความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. สงขลา : มหาวิทยาลัยทักษิณ, 2544.
- สุมานะ อจหาญ. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องพีชคณิตเชิงเส้นเบื้องต้นของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2521.
- สุวิทย์ หิรัณยกานท์ และคณะ. พจนานุกรมศัพท์การศึกษา. กรุงเทพฯ : โอคิว. บู้คเซ็นเตอร์, 2540.
- เสกสรรค์ คำกระบี่. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องลิมิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายสายสามัญ แผนกวิทยาศาสตร์. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2517.

- อำพล ใต้ตอป. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเชิงซ้อนของ
สมการพหุนาม ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ ๑ :
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2539.
- Biehl, Charles L. “Discrete Mathematics : A Fresh Start for Secondary Students,”
In **Discrete Mathematics in the Schools**. p 317 – 322. United States of
America : NCTM, 1997.
- Crisler, Nancy. “A Discrete Mathematics Textbook for High Schools,” In **Discrete
Mathematics in the Schools**. p 323 – 330. United States of America : NCTM,
1997.
- Drummond, Pamela Johnson. “The design, implementation, and evaluation of a course in
discrete mathematics for high school students,” **Dissertation Abstracts
International**. 50(3) : 641 – A; September 1989.
- Gallick, Mary Catherine. “Achievement of fifth, sixth, ninth and tenth graders in
Coordinate Geometry,” **Dissertation Abstracts International**. 31(7) : 4035 – A ;
February 1971.
- Good, Cater V. **Dictionary of Education**. New York : Mc Graw – Hill ; 1959.
- Gubrud, Allan Roy. “The effect of an advance organizer and a concrete experience on
learning the concept of vectors in junior and senior high school,”
Dissertation Abstracts International. 31(11) : 6468-A – 6469-A ; May 1971.
- Hart, Eric W. “Discrete Mathematical Modeling In The Secondary Curriculum : Rationale
and Examples from The Core – Plus Mathematics Project,” In **Discrete
Mathematics in the Schools**. p 265 – 280. United States of America : NCTM,
1997.
- Maurer, Stephen B. “What is Discrete Mathematics ? The Many Answers,” In **Discrete
Mathematics in the Schools**. p 121 – 132. United States of America : NCTM,
1997.

Rosenstein, Joseph G. "A Comprehensive View of Discrete Mathematics : Chapter 14 of the New Jersey Mathematics Curriculum Framework," In **Discrete Mathematics in the Schools**. p 133 – 184. United States of America : NCTM, 1997.

_____. "The Leadership Program in Discrete Mathematics," In **Discrete Mathematics in the Schools**. p 415 – 431. United States of America : NCTM, 1997.

White, Charles William. "A study of the ability of seventh and eighth grade students to learn basic concepts of probability and the relationship between achievement in probability and selected factors," **Dissertation Abstracts International**. 35(4) : 1969 – A ; October 1974.





ภาคผนวก ก
บทเรียนเรื่องกราฟเบื้องต้น



บทเรียนเรื่องกราฟเบื้องต้น

1. กราฟ (Graph)

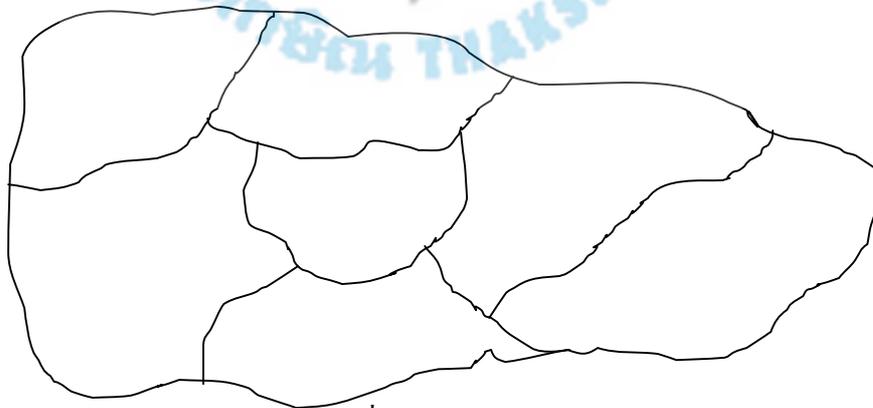
กราฟเป็นเรื่องสำคัญเรื่องหนึ่งในสาขาวิชาคณิตศาสตร์ (discrete mathematics) สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในสาขาอื่น ๆ ได้มาก เช่น การนับจำนวนวิธีการจัดหมู่ การใช้ข่ายงานแก้ปัญหา ปัญหาการขนส่ง เป็นต้น กราฟเริ่มต้นจากนักคณิตศาสตร์ชื่อเลออนฮาร์ด ออยเลอร์ (Leonhard Euler 1707 – 1783) ซึ่งถือว่าเป็นบิดาเรื่องกราฟ นักคณิตศาสตร์ท่านนี้ได้พยายาม แก้ปัญหาของชาวเมืองเคอนิกส์เบิร์ก (Königsberg) ในประเทศรัสเซีย เรียกว่าข้อปัญหาสะพาน เคอนิกส์เบิร์ก (Königsberg bridge problem) โดยจะกล่าวถึงปัญหานี้ในหัวข้อต่อไป

กราฟที่จะกล่าวถึงในที่นี้ไม่ใช่กราฟในเชิงเรขาคณิตวิเคราะห์ แต่เป็นกราฟที่ประกอบขึ้นด้วยสองสิ่งคือจุดยอดและเส้นเชื่อม โดยเส้นเชื่อมอาจเป็นเส้นตรงหรือเส้นโค้ง

ตัวอย่างที่ 1.1 จังหวัดหนึ่งมี 7 อำเภอ แต่ละอำเภอมีอาณาเขตติดต่อกันในจังหวัดเดียวกัน เป็นดังนี้

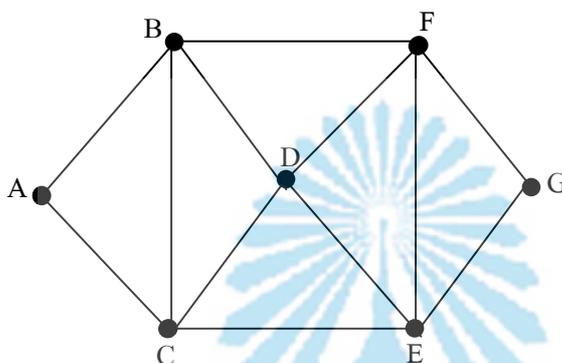
1. อำเภอ A มีอาณาเขตติดต่อกับอำเภอ B และอำเภอ C
2. อำเภอ B มีอาณาเขตติดต่อกับอำเภอ A อำเภอ C อำเภอ D และอำเภอ F
3. อำเภอ C มีอาณาเขตติดต่อกับอำเภอ A อำเภอ B อำเภอ D และอำเภอ E
4. อำเภอ D มีอาณาเขตติดต่อกับอำเภอ B อำเภอ C อำเภอ E และอำเภอ F
5. อำเภอ E มีอาณาเขตติดต่อกับอำเภอ C อำเภอ D อำเภอ F และอำเภอ G
6. อำเภอ F มีอาณาเขตติดต่อกับอำเภอ B อำเภอ D อำเภอ E และอำเภอ G
7. อำเภอ G มีอาณาเขตติดต่อกับอำเภอ E และอำเภอ F

โดยมีรูปแผนที่ของจังหวัดดังรูปที่ 1.1



รูปที่ 1.1

จากเงื่อนไขข้างต้นสามารถเขียนได้อีกวิธีดังรูปที่ 1.2 โดยแทนอำเภอด้วยจุด “●” เรียกว่า **จุดยอด** (vertex หรือ node) และเชื่อมอำเภอที่มีอาณาเขตติดต่อกันด้วยเส้นตรงหรือเส้นโค้ง เรียกว่า **เส้นเชื่อม** (edge)



รูปที่ 1.2

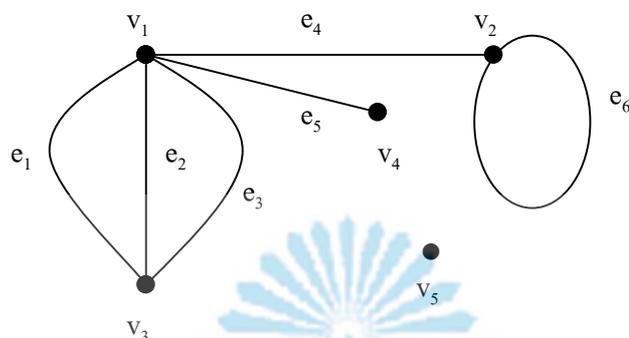
ในการศึกษากราฟต่อไปมีข้อตกลงพื้นฐานดังนี้

1. แฟมิลี (family) หมายถึง เซตซึ่งมีสมาชิกซ้ำ ๆ กันได้ เช่น $\{a, a, a, b, c, c\}$ ซึ่งเซตปกติจะเขียนเพียง $\{a, b, c\}$
 2. สัญลักษณ์ (a, b) ใช้แทนคู่อันดับ (ordered pair) ของ a และ b
 3. สัญลักษณ์ $\{a, b\}$ ใช้แทนคู่อันดับ (unordered pair) ของ a และ b
- โดยที่ $\{a, b\} = \{b, a\}$

บทนิยาม 1.1 กราฟ (graph) G คือคู่อันดับ $(V(G), E(G))$ โดยที่ $V(G)$ เป็นเซตอันตะที่ไม่เป็นเซตว่าง สมาชิกของ $V(G)$ เรียกว่า **จุดยอด** (vertex) และ $E(G)$ เป็นแฟมิลีอันตะของคู่อันดับของสมาชิกของ $V(G)$ สมาชิกของ $E(G)$ เรียกว่า **เส้นเชื่อม** (edge)

โดยทั่วไปกราฟ G ใดๆ แทนด้วยรูป ซึ่งประกอบด้วยจุดยอดและเส้นเชื่อม โดยที่จุดยอดคือสมาชิกของ $V(G)$ และเส้นเชื่อมคือสมาชิกของ $E(G)$ ถ้า u, v คือจุดยอด (สมาชิกของ $V(G)$) เส้นเชื่อม $e = \{u, v\}$ (สมาชิกของ $E(G)$) ให้หมายถึง เส้นเชื่อมที่เชื่อมระหว่างจุดยอด u และ v นอกจากนี้ $\{u, u\}$ ให้หมายถึงเส้นเชื่อมระหว่างจุดยอด u กับ u เรียกว่า **วงวน** (loop) และเส้นเชื่อม $\{u, v\}$ ระหว่างจุดยอด u และ v ใดๆ มีมากกว่า 1 เส้นเชื่อม เรียกว่า **เส้นหลายชั้น** (multiple edges)

ตัวอย่างที่ 1.2 พิจารณากราฟ G ซึ่งเขียนรูปของกราฟ G ได้ดังนี้



รูปที่ 1.3

จากกราฟ G ในรูปที่ 1.3 จะได้ว่า

$$V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$$

และ

$$E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$$

โดยที่ e_6 เป็นวงวนและ e_1, e_2, e_3 เป็นเส้นหลายชั้นของกราฟ G

ตัวอย่างที่ 1.3 กำหนดให้ $G = (V(G), E(G))$ โดยที่

$$V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$$

และ

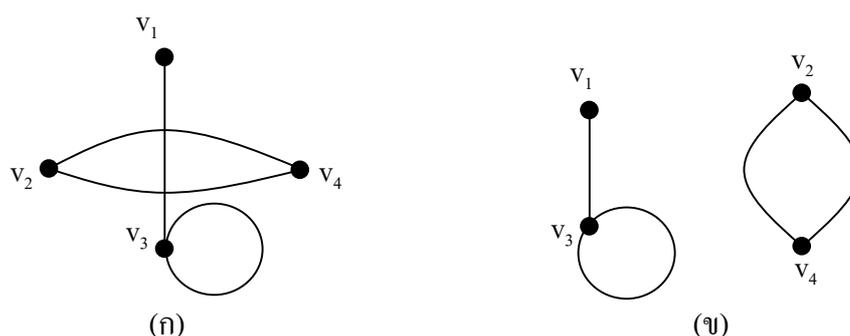
$$E(G) = \{\{v_1, v_3\}, \{v_2, v_4\}, \{v_2, v_4\}, \{v_3, v_3\}\}$$

ก. จงเขียนรูปของกราฟ G

ข. จงหาวงวนของกราฟ G

ค. จงหาเส้นหลายชั้นของกราฟ G

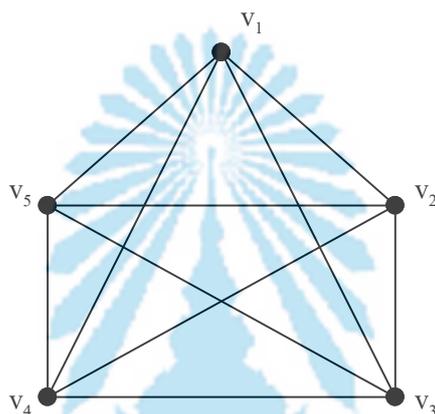
วิธีทำ ก. กราฟ G เขียนรูปได้ดังรูปที่ 1.4 (ก) หรือ (ข)



รูปที่ 1.4

- ข. $\{v_3, v_3\}$ เป็นวงวนของกราฟ G
 ค. $\{v_2, v_4\}, \{v_2, v_4\}$ เป็นเส้นหลายชั้นของกราฟ G

ตัวอย่างที่ 1.4 พิจารณากราฟ G มีรูปกราฟดังนี้



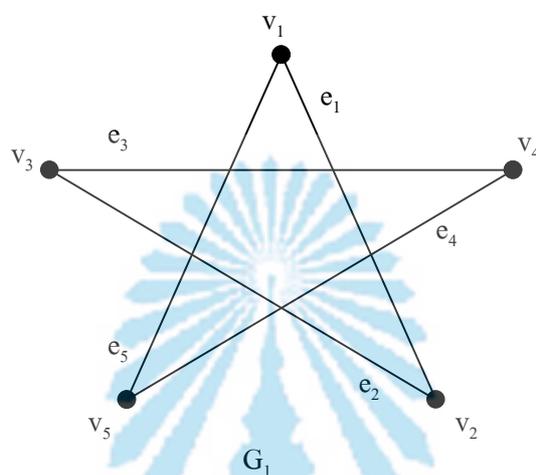
รูปที่ 1.5

กราฟ G ในรูปที่ 1.5 มีจำนวนจุดยอดเพียง 5 จุด (นับเฉพาะ “●”) การตัดกันของเส้นเชื่อมในกราฟ ไม่ถือว่าเป็นจุดยอดของกราฟ

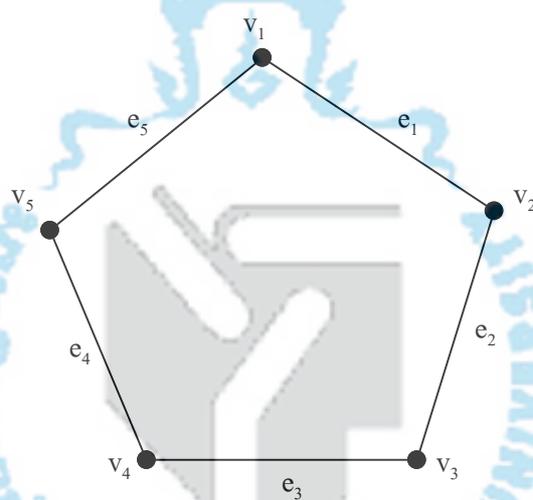
บทนิยาม 1.2 กราฟที่ไม่มีเส้นหลายชั้น และไม่ม้วงวนเรียกว่า กราฟเชิงเดียว (simple graph)

ตัวอย่างที่ 1.5 กราฟในรูปที่ 1.2, 1.5 เป็นกราฟเชิงเดียว เพราะไม่มีเส้นหลายชั้น และไม่ม้วงวน ส่วนกราฟในรูปที่ 1.3, 1.4 ไม่เป็นกราฟเชิงเดียว เพราะกราฟทั้งสองม้วงวน และมีเส้นหลายชั้น

ตัวอย่างที่ 1.6 จากรูปกราฟ G_1 และ G_2 ในรูปที่ 1.6 และ 1.7 ตามลำดับ จงหาเซตของจุดยอด แฟ้มลิ้งของเส้นเชื่อม



G_1
รูปที่ 1.6



G_2
รูปที่ 1.7

จากรูปที่ 1.6 และรูปที่ 1.7 จะได้ว่า

$$V(G_1) = V(G_2) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$$

และ

$$E(G_1) = E(G_2) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$$

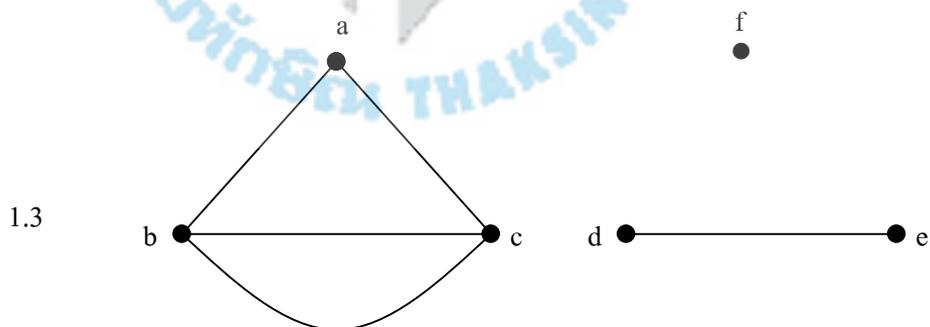
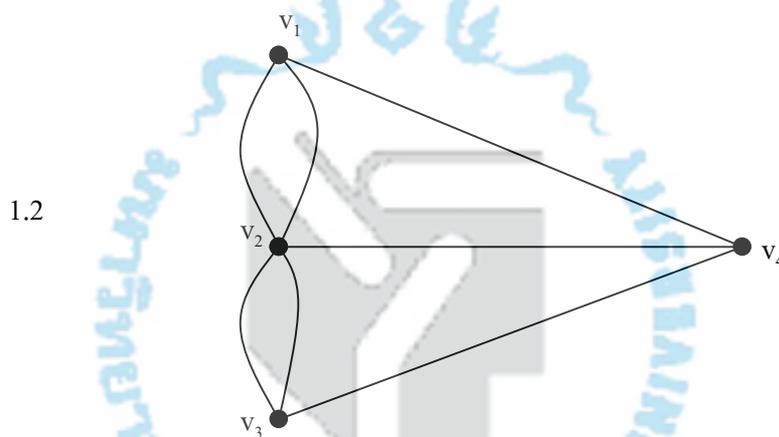
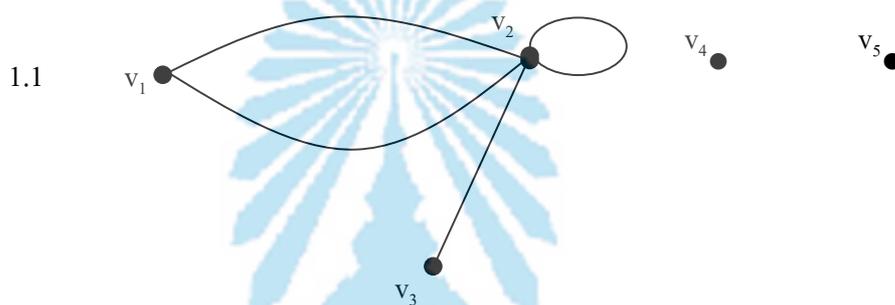
ข้อสังเกต จากตัวอย่างที่ 1.6 รูปของกราฟ G_1 และ G_2 ดูเหมือนจะแตกต่างกัน แต่กราฟทั้งสองมีเซตของจุดยอด และแฟมิลีของเส้นเชื่อมเหมือนกัน หรือในทางกลับกันเมื่อกำหนดเซตของจุดยอด และแฟมิลีของเส้นเชื่อม เราอาจเขียนรูปของกราฟได้ไม่เหมือนกัน

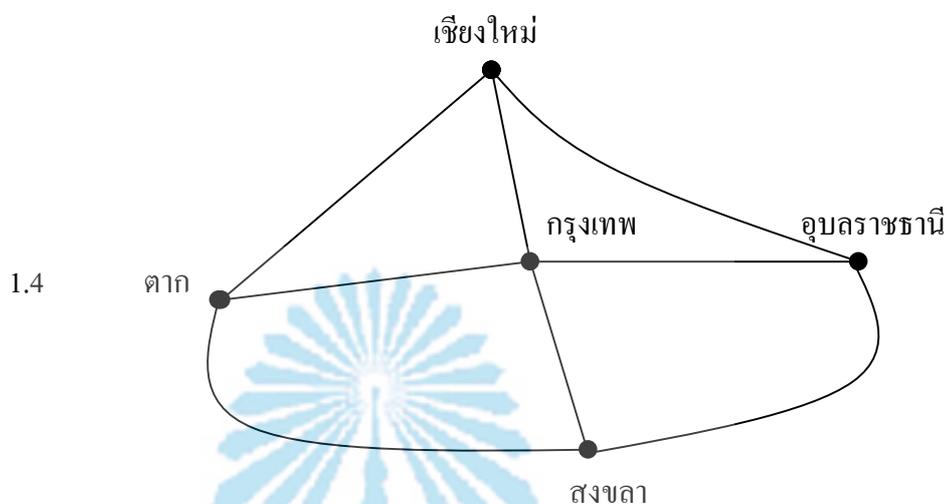


แบบฝึกหัดที่ 1.1

1. จากรูปของกราฟที่กำหนดให้ ในแต่ละข้อต่อไปนี้ จงหา

- . เซตของจุดยอดของกราฟ ($V(G)$)
- . แฟ้มชื่อของเส้นเชื่อมของกราฟ ($E(G)$)





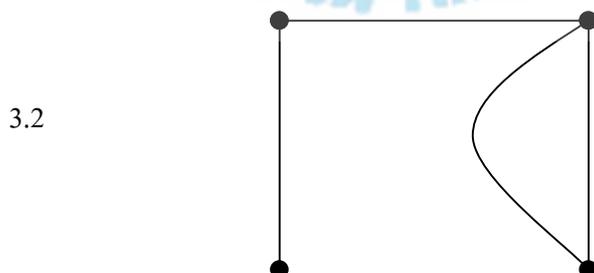
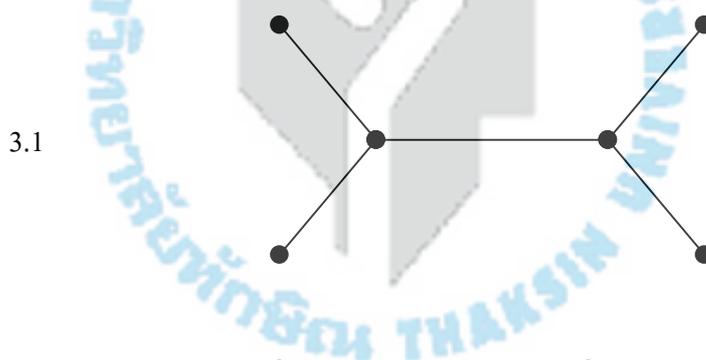
2. กำหนดให้ H เป็นกราฟที่ประกอบด้วย

$$V(H) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$$

$$E(H) = \{\{v_1, v_2\}, \{v_1, v_3\}, \{v_3, v_3\}\}$$

จงเขียนรูปของกราฟ H

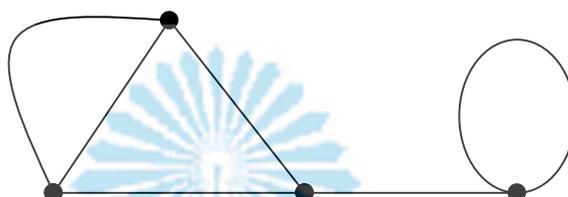
3. จงพิจารณารูปของกราฟในแต่ละรูปต่อไปนี้ว่ากราฟใดเป็นกราฟเชิงเดียว, กราฟใดมีเส้นหลายชั้น, กราฟใดมีวงวน และกราฟใดมีวงวนและมีเส้นหลายชั้น



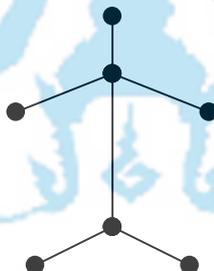
3.3



3.4



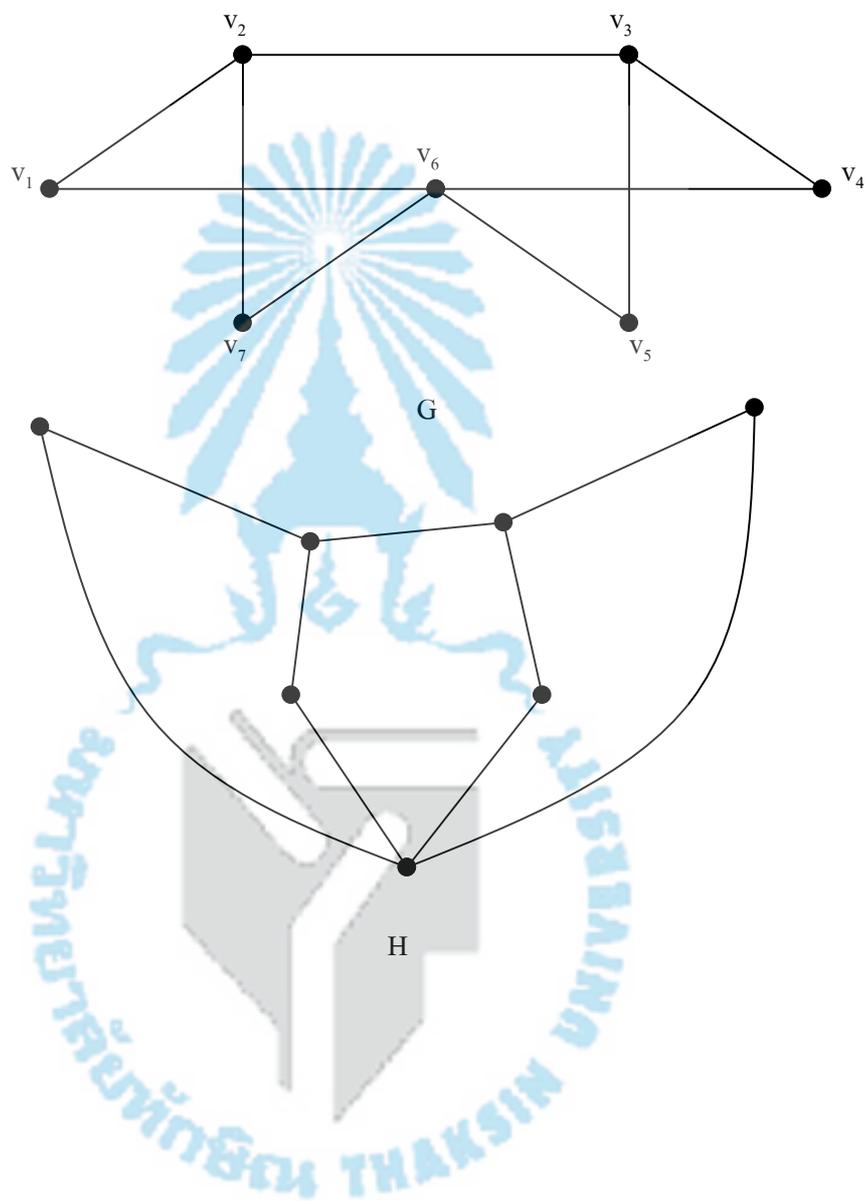
3.5



3.6

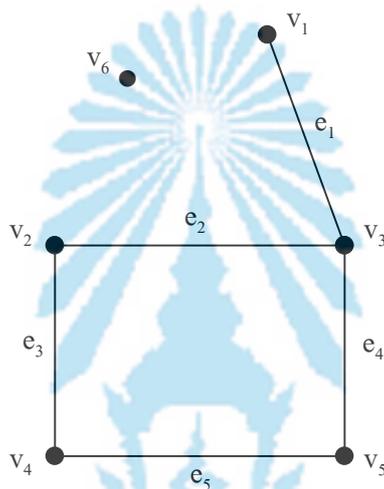


4. จงแสดงว่ากราฟ G และ H เหมือนกัน โดยการกำหนดชื่อจุดยอดและเส้นเชื่อมของกราฟ H ที่สอดคล้องกัน



บทนิยาม 1.3 ให้ $G = (V(G), E(G))$ เป็นกราฟ จำนวนจุดยอดของ G เรียกว่า **อันดับ** (order) แทนด้วย $|V(G)|$ และจำนวนเส้นเชื่อมของ G เรียกว่า **ขนาด** (size) แทนด้วย $|E(G)|$

ตัวอย่างที่ 1.7 พิจารณารูปของกราฟ G ในรูปที่ 1.8 ต่อไปนี้



รูปที่ 1.8

จะได้ $|V(G)| = 6$ และ $|E(G)| = 5$ แสดงว่ากราฟ G มีอันดับ 6 และขนาด 5

บทนิยาม 1.4 ให้ u และ v เป็นจุดยอดสองจุดใด ๆ ของกราฟ G จุดยอด u **ประชิด** (adjacent) จุดยอด v ก็ต่อเมื่อมีเส้นเชื่อมของกราฟ G เชื่อมระหว่างจุดยอด u และจุดยอด v และเขียนแทนเส้นเชื่อมดังกล่าวด้วย uv

ถ้า $e = \{u, v\}$ เป็นเส้นเชื่อมของกราฟ G แล้ว เรียกว่าเส้นเชื่อม e **ตกกระทบ** (incident) กับจุดยอด u และตกกระทบกับจุดยอด v

ตัวอย่างที่ 1.8 พิจารณารูปของกราฟ G จากรูปที่ 1.8 ในตัวอย่างที่ 1.7 จะได้ว่า

- v_1 และ v_2 ไม่เป็นจุดยอดประชิด
- v_1 และ v_3 เป็นจุดยอดประชิด
- e_1, e_2 และ e_4 ตกกระทบกับ v_3
- e_1, e_2 และ e_4 ไม่ตกกระทบกับ v_4

บทนิยาม 1.5 ให้ v เป็นจุดยอดใด ๆ ของกราฟ G ระดับชั้น (degree) ของ v ใช้สัญลักษณ์ $d_G(v)$ คือจำนวนเส้นเชื่อมของกราฟ G ที่ตกกระทบกับ v

ตัวอย่างที่ 1.9 จากกราฟ G ในรูปที่ 1.8 ตัวอย่างที่ 1.7 เราได้ว่า

$$d_G(v_6) = 0, d_G(v_1) = 1, d_G(v_2) = d_G(v_4) = d_G(v_5) = 2 \quad \text{และ} \quad d_G(v_3) = 3$$

ทฤษฎีบท 1.1 ให้ G เป็นกราฟใด ๆ ผลรวมของระดับชั้นของทุกจุดยอดในกราฟ G เท่ากับสองเท่าของจำนวนเส้นเชื่อมใน G

$$\sum_{i=1}^p d_G(v_i) = 2|E(G)|$$

เมื่อ $p = |V(G)|$

พิสูจน์ เนื่องจากในการนับระดับชั้นของจุดยอดของกราฟ G รวมกันทั้งหมดนั้น แต่ละเส้นเชื่อมจะถูกนับสองครั้ง เพราะแต่ละเส้นเชื่อมจะตกกระทบกับจุดยอดสองจุดเชื่อมโยงเข้าหากันดังนั้น

$$\sum_{i=1}^p d_G(v_i) = 2|E(G)| \quad \square$$

จากรูปที่ 1.8 และตัวอย่างที่ 1.9 จะเห็นว่าผลรวมของระดับชั้นของทุกจุดยอดของกราฟ G เป็น

$$\sum_{i=1}^6 d_G(v_i) = 2(5) = 10$$

บทนิยาม 1.6 ให้ G เป็นกราฟ

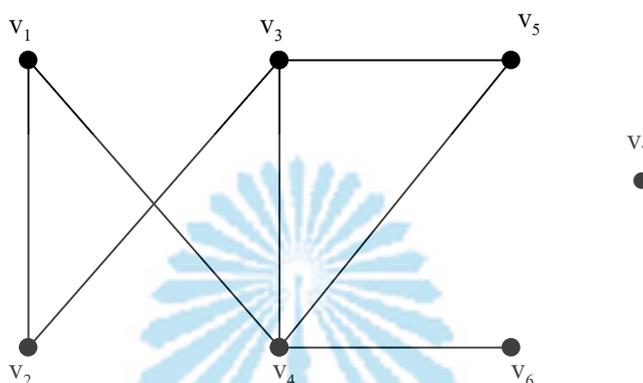
จุดยอดของ G ที่มีระดับชั้น 0 เรียกว่า **จุดยอดเอกเทศ** (isolated vertex)

จุดยอดของ G ที่มีระดับชั้น 1 เรียกว่า **จุดยอดปลาย** (end vertex)

จุดยอดของ G ที่มีระดับชั้นเป็นจำนวนคู่ เรียกว่า **จุดยอดคู่** (even vertex)

จุดยอดของ G ที่มีระดับชั้นเป็นจำนวนคี่ เรียกว่า **จุดยอดคี่** (odd vertex)

ตัวอย่างที่ 1.10 กำหนดรูปของกราฟ G ดังต่อไปนี้



รูปที่ 1.9

เราได้ว่า v_7 เป็นจุดยอดเอกเทศ, $d_G(v_7) = 0$
 v_6 เป็นจุดยอดปลาย, $d_G(v_6) = 1$
 v_1, v_2, v_4, v_5, v_7 เป็นจุดยอดคู่, $d_G(v_7) = 0, d_G(v_1) = d_G(v_2) = d_G(v_5) = 2, d_G(v_4) = 4$
 v_3, v_6 เป็นจุดยอดคี่, $d_G(v_6) = 1, d_G(v_3) = 3$
 และ ผลรวมของระดับขั้นของทุกจุดยอดของกราฟ G เป็น

$$\sum_{i=1}^7 d_G(v_i) = 2(7) = 14$$

ทฤษฎีบท 1.2 ให้ G เป็นกราฟ แล้ว G มีจำนวนจุดยอดคี่เป็นจำนวนคู่
 พิสูจน์ ในกราฟ G ใด ๆ อาจมีจุดยอดทุกจุดเป็นจุดยอดคี่ หรือไม่มีจุดยอดคี่เลย หรือมีทั้งจุดยอดคี่
 และจุดยอดคู่ แต่จะเป็นกรณีใดกรณีหนึ่งใน 3 กรณีนี้เท่านั้น

กรณี 1 ถ้ากราฟ G ไม่มีจุดยอดคี่เลย

จะได้ว่ากราฟ G มีจุดยอดคี่ศูนย์จุด นั่นคือ กราฟ G มีจุดยอดคี่เป็นจำนวนคู่

กรณี 2 ถ้าทุกจุดยอดของกราฟ G เป็นจุดยอดคี่

สมมติว่า กราฟ G มีจำนวนจุดยอดทั้งหมด p จุด คือ v_1, v_2, \dots, v_p จากทฤษฎีบท 1.1

ได้ว่า

$$\sum_{i=1}^p d_G(v_i) = 2q$$

เมื่อ q เป็นจำนวนเส้นเชื่อมของกราฟ G เนื่องจาก $\sum_{i=1}^p d_G(v_i)$ เป็นจำนวนคู่แต่ $d_G(v_1), d_G(v_2), d_G(v_3), \dots, d_G(v_p)$ ต่างก็เป็นจำนวนคี่ ดังนั้น p จะต้องเป็นจำนวนคู่ จึงทำให้ $\sum_{i=1}^p d_G(v_i)$ เป็นจำนวนคู่ นั่นคือกราฟ G มีจุดยอดคี่เป็นจำนวนคู่

กรณี 3 ถ้ากราฟ G มีทั้งจุดยอดคี่และจุดยอดคู่

สมมติกราฟ G มีจุดยอดคี่เป็นจำนวน m จุด โดยให้เป็นจุดยอด v_1, v_2, \dots, v_m และให้กราฟ G มีจุดยอดคู่เป็นจำนวน n จุด โดยให้เป็นจุดยอด u_1, u_2, \dots, u_n แต่จากทฤษฎีบท 1.1 ได้ว่า

$$\sum_{i=1}^m d_G(v_i) + \sum_{j=1}^n d_G(u_j) = 2q$$

เมื่อ q เป็นจำนวนเส้นเชื่อมของกราฟ G ดังนั้น

$$\sum_{i=1}^m d_G(v_i) = 2q - \sum_{j=1}^n d_G(u_j)$$

เนื่องจาก $d_G(u_1), d_G(u_2), d_G(u_3), \dots, d_G(u_n)$ ต่างก็เป็นจำนวนคู่ ดังนั้น $\sum_{j=1}^n d_G(u_j)$ เป็นจำนวนคู่

และ $2q$ ก็เป็นจำนวนคู่ จึงได้ว่า $2q - \sum_{j=1}^n d_G(u_j)$ เป็นจำนวนคู่ (จำนวนคู่ลบจำนวนคู่ได้จำนวนคู่)

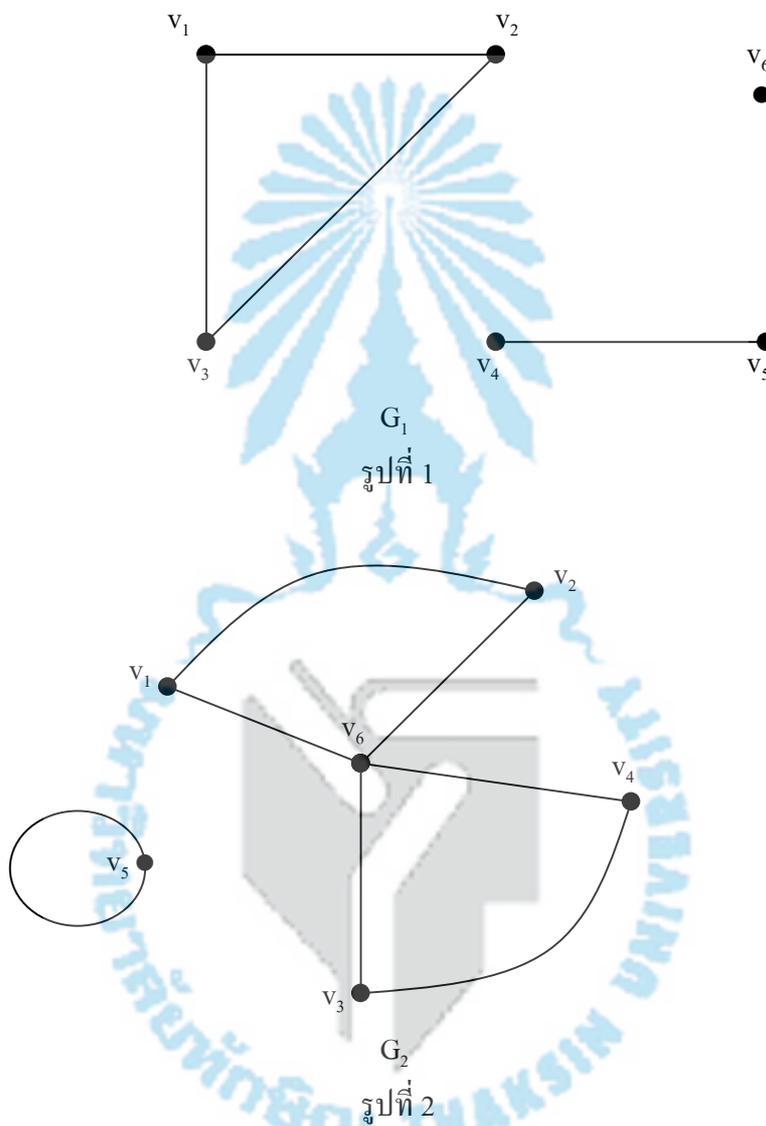
นั่นคือ $\sum_{i=1}^m d_G(v_i)$ เป็นจำนวนคู่ และเนื่องจาก $d_G(v_1), d_G(v_2), d_G(v_3), \dots, d_G(v_m)$ ต่างก็เป็นจำนวนคี่

ดังนั้น m จะต้องเป็นจำนวนคู่ นั่นคือ กราฟ G มีจุดยอดคี่เป็นจำนวนคู่

เพราะฉะนั้นไม่ว่า กราฟ G จะเป็นกรณีหนึ่งกรณีใดใน 3 กรณีดังกล่าว กราฟ G มีจุดยอดคี่เป็นจำนวนคู่ทั้งสิ้น จึงสรุปว่า กราฟ G ใดๆ จะมีจุดยอดคี่เป็นจำนวนคู่ #

แบบฝึกหัดที่ 1.2

1. กำหนดรูปของกราฟดัง รูปที่ 1 และ รูปที่ 2 ตามลำดับ



จงหา

- 1.1 อันดับ, ขนาด ของกราฟ
- 1.2 จุดยอดประชิด
- 1.3 เส้นเชื่อมตกกระทบ
- 1.4 ระดับขั้นทุกจุดยอดของกราฟ

1.5 ผลรวมของระดับชั้นของจุดยอดทั้งหมดของกราฟ

1.6 หาจุดยอดคี่, จุดยอดคู่ของกราฟทั้งหมด

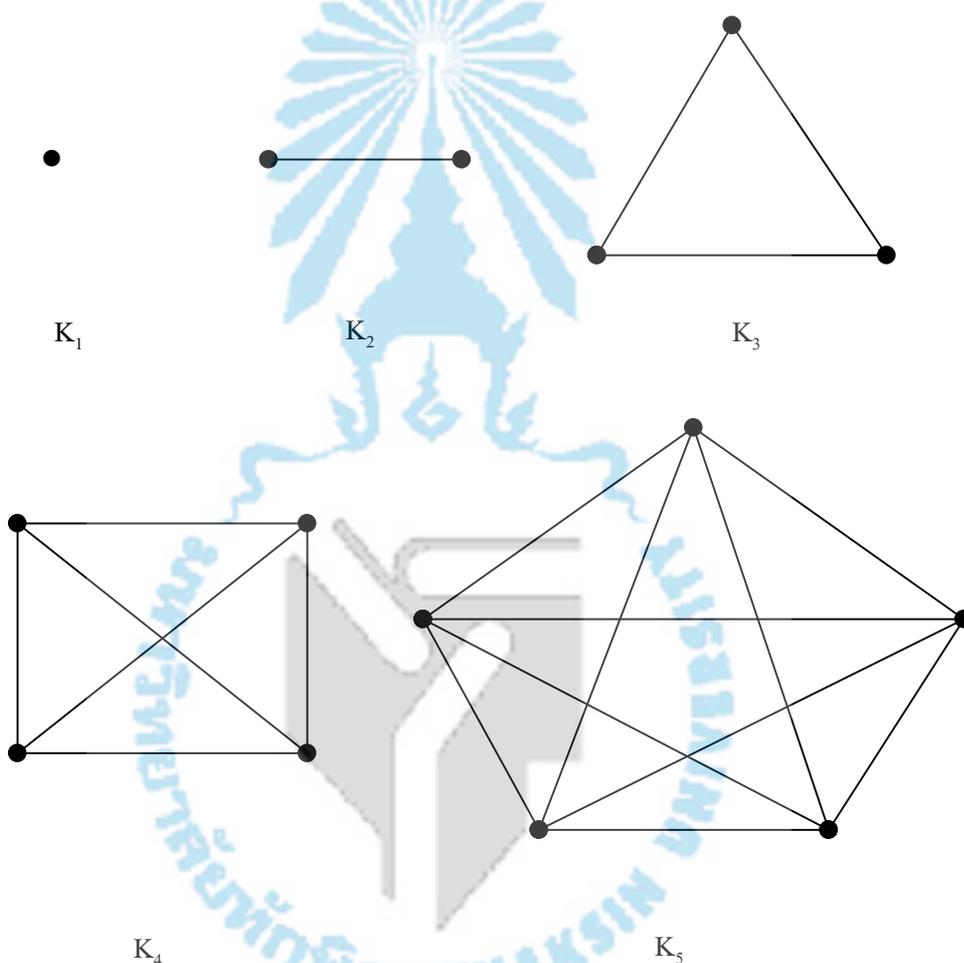
2. จงหาจำนวนเส้นเชื่อมทั้งหมดของกราฟที่มีจุดยอด 18 จุดและแต่ละจุดยอดมีระดับชั้นเท่ากับ 4
3. สมมติว่าในจังหวัดหนึ่งมี 16 อำเภอ โดยที่แต่ละอำเภอมิถนนติดต่อไปยังอำเภออื่นเพียง 3 สายอยากทราบว่าถนนที่เชื่อมระหว่าง 2 อำเภอมีทั้งหมดกี่สาย



บทนิยาม 1.6 ให้ G เป็นกราฟเชิงเดียว เรียก G ว่า **กราฟแบบบริบูรณ์** (complete graph) ก็ต่อเมื่อแต่ละจุดยอดสองจุดที่แตกต่างกันมีเส้นเชื่อมเพียงเส้นเดียว

ใช้สัญลักษณ์ K_n แทนกราฟแบบบริบูรณ์ที่มีจำนวนจุดยอด n จุด

ตัวอย่างที่ 1.11 กราฟต่อไปนี้เป็นกราฟแบบบริบูรณ์อันดับ 1, 2, 3, 4, 5 ตามลำดับ



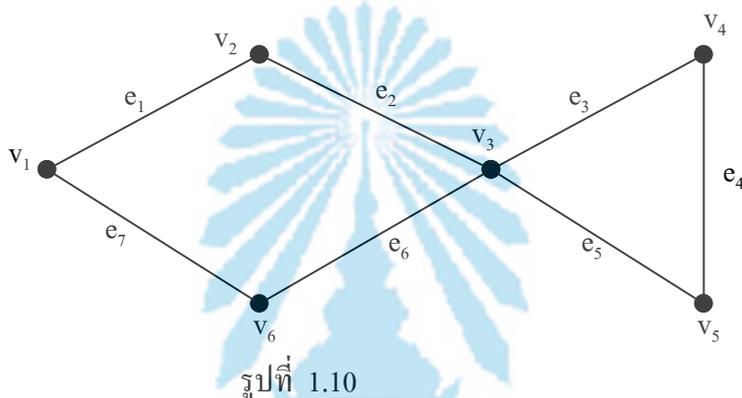
บทนิยาม 1.7 ให้ G เป็นกราฟเชิงเดียว

รอยเดิน $u-v$ ($u-v$ trail) คือ ลำดับอันตะสลับของจุดยอดและเส้นเชื่อม เริ่มต้นที่จุดยอด u สิ้นสุดที่จุดยอด v โดยเส้นเชื่อมในลำดับแตกต่างกัน

วิถี $u-v$ ($u-v$ path) คือ ลำดับอันตะสลับของจุดยอดและเส้นเชื่อมเริ่มต้นที่จุดยอด u สิ้นสุดที่จุดยอด v โดยจุดยอดในลำดับแตกต่างกัน

บทนิยาม 1.8 จำนวนเส้นเชื่อมใน รอยเดิน และวิถี เรียกว่า **ความยาว (length)** ของรอยเดิน และวิถีตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 1.12 พิจารณารูปของกราฟ H ในรูปที่ 1.10 ต่อไปนี้

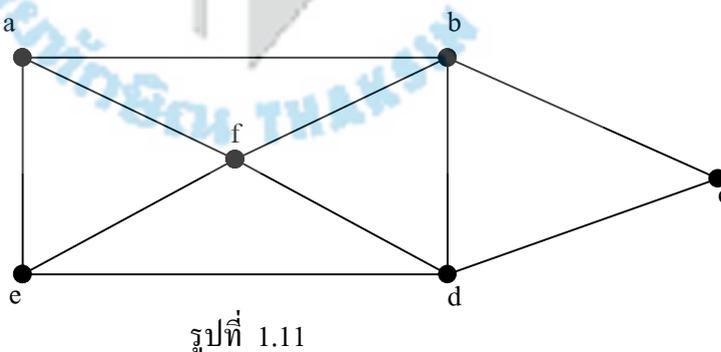


ตัวอย่างหนึ่งของ รอยเดิน $v_1 - v_2$ คือ $v_1, e_7, v_6, e_6, v_3, e_3, v_4, e_4, v_5, e_5, v_3, e_2, v_2$ หรืออาจเขียนแทนด้วย รอยเดิน $v_1 - v_2$ คือ $v_1, v_6, v_3, v_4, v_5, v_3, v_2$ เพราะกราฟเชิงเดียวมีเส้นเชื่อมเส้นเดียวระหว่างจุดยอดสองจุด และรอยเดินนี้มีความยาวเท่ากับ 6

วิถี $v_1 - v_2$ คือ v_1, v_6, v_3, v_2 ซึ่งก็เป็นรอยเดิน $v_1 - v_2$ มีความยาวเท่ากับ 3

บทนิยาม 1.9 รอยเดิน $u - v$ ที่มี $u = v$ เรียกว่า **วงจร (circuit)** และวงจรที่จุดยอดไม่ซ้ำกัน เรียกว่า **วัฏจักร (cycle)**

ตัวอย่างที่ 1.13 พิจารณารูปของกราฟ G ในรูปที่ 1.11 ต่อไปนี้



จะได้ว่า

a, b, c, d, b, f, a

เป็นวงจรแต่ไม่เป็นวัฏจักรใน G

a, b, d, f, e, a

เป็นทั้งวงจรและวัฏจักรใน G

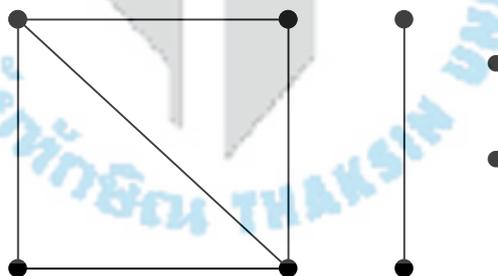
บทนิยาม 1.10 ให้ G เป็นกราฟเชิงเดียว เรียก G ว่ากราฟเชื่อมโยง (connected graph) ถ้าทุกสองจุดยอดใด ๆ ของกราฟ G มีวิถีเชื่อมระหว่างจุดยอดทั้งสองนั้น ส่วนกราฟที่ไม่เป็นกราฟเชื่อมโยง เรียกว่ากราฟไม่เชื่อมโยง (disconnected graph)

ตัวอย่างที่ 1.14 พิจารณารูปของกราฟ G_1, G_2 และ G_3 ในรูปที่ 1.12, 1.13 และ 1.14 ตามลำดับ



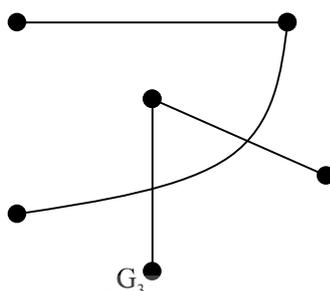
G_1

รูปที่ 1.12



G_2

รูปที่ 1.13



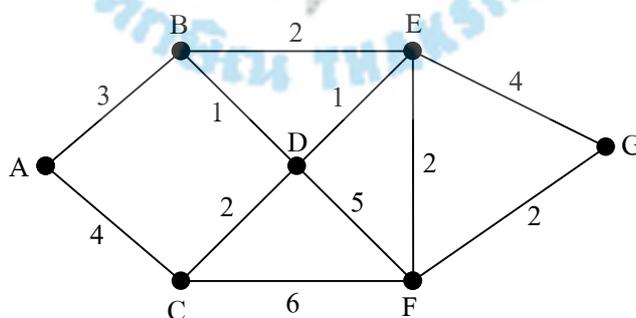
รูปที่ 1.14

จากภาพของกราฟเห็นได้ว่ากราฟ G_1 ในรูปที่ 1.12 เป็นกราฟเชื่อมโยง และกราฟ G_2 ในรูปที่ 1.13 และกราฟ G_3 ในรูปที่ 1.14 เป็นกราฟไม่เชื่อมโยง

บทนิยาม 1.11 กราฟ G เป็นกราฟถ่วงน้ำหนัก (weighted graph) ก็ต่อเมื่อ G เป็นกราฟที่เส้นเชื่อมทุกเส้นมีจำนวนเต็มบวกกำกับ และเรียกจำนวนเต็มบวกดังกล่าวนี้ว่า น้ำหนักของเส้นเชื่อม e เขียนแทนด้วย $w(e)$

บทนิยาม 1.12 น้ำหนักวิถี P ของกราฟถ่วงน้ำหนัก G คือ ผลรวมน้ำหนักของเส้นเชื่อมใน P และถ้า u และ v เป็นจุดยอดที่เชื่อมโยงกันได้ของกราฟถ่วงน้ำหนัก G แล้ว น้ำหนัก $d(u,v)$ คือค่าน้ำหนักวิถี $u-v$ ที่น้อยสุด

ตัวอย่าง 1.15 กราฟในรูปที่ 1.16 เป็นกราฟถ่วงน้ำหนัก เห็นว่าน้ำหนักของเส้นเชื่อม $\{A, B\}$ คือ 3 น้ำหนักของเส้นเชื่อม $\{D, F\}$ คือ 5 วิถี $A-F$ คือ A, C, D, F แล้วน้ำหนักวิถี $A-F$ คือค่าดังต่อไปนี้ $4+2+5=11$ และ วิถี $A-F$ คือ A, B, D, E, F แล้วน้ำหนักวิถี $A-F$ คือค่าดังต่อไปนี้ $3+1+1+2=7$



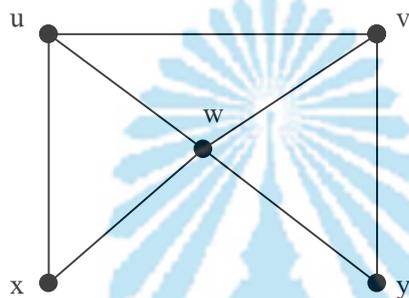
รูปที่ 1.16

จากตัวอย่างที่ 1.15 เห็นว่า วิธี A–F มีได้หลายแบบด้วยกัน ที่เราเห็นในตัวอย่างข้างต้น เป็นเพียงบางส่วนของ วิธี A–F เท่านั้น สำหรับกราฟถ่วงน้ำหนักที่มีจุดยอดและเส้นเชื่อม จำนวนมากก็จะพิจารณาโดยตรงได้ลำบาก เรามีวิธีในการหาวิธีที่น้อยสุดซึ่งจะเรียนในระดับที่สูงขึ้น



แบบฝึกหัดที่ 1.3

1. จงเขียนกราฟแบบบริบูรณ์ อันดับ 6
2. ให้ H เป็นกราฟในรูปต่อไปนี้

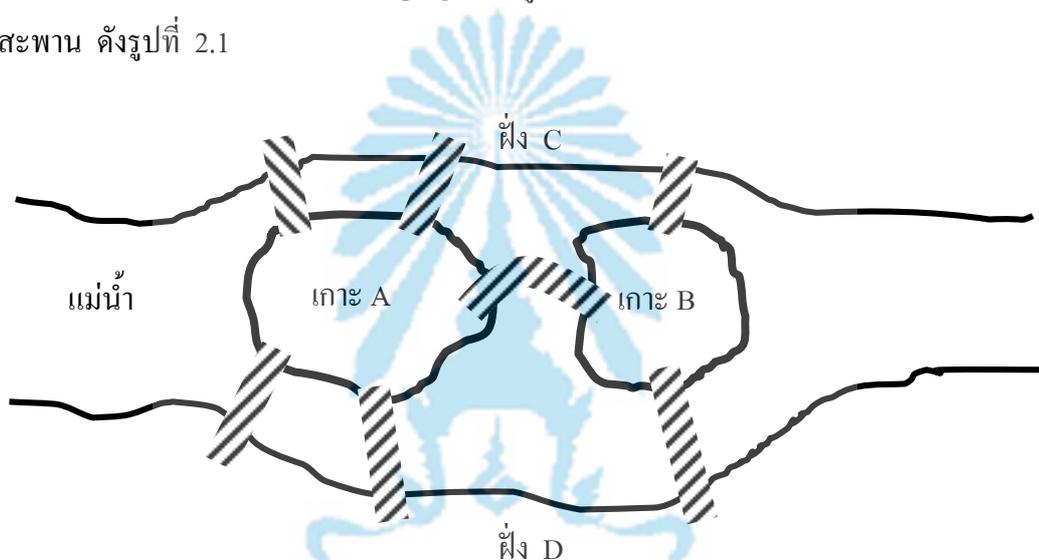


จงหา

- 2.1 รอยเดิน $u-y$ ที่มีความยาวเท่ากับ 6
- 2.2 วิธี $x-v$ ที่มีความยาวเท่ากับ 4

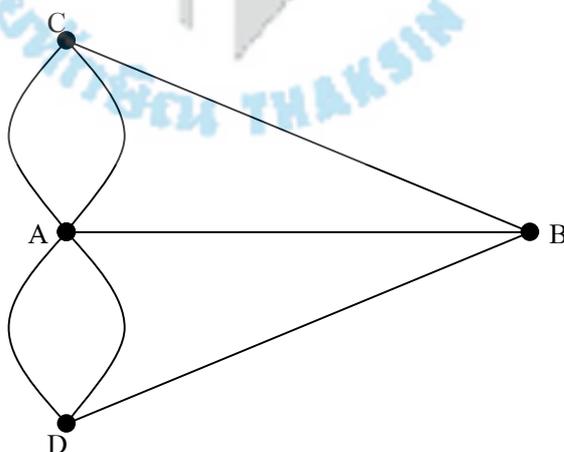
2. กราฟออยเลอร์ (Euler graphs)

ในปี ค.ศ. 1736 ได้มีความพยายามในการตอบปัญหาปริศนา (puzzle) หนึ่งที่ชื่อว่า ปัญหาสะพานเคอนิกส์เบิร์ก ปัญหานี้มีอยู่ว่าที่เมืองเคอนิกส์เบิร์ก ปัจจุบันอยู่ในประเทศรัสเซีย มีเกาะกลางแม่น้ำปรีเกิล (The river pregel) อยู่สองเกาะมีสะพานเชื่อมระหว่างเกาะและฝั่ง 7 สะพาน ดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1

จึงมีคำถามว่าจะเริ่มต้น ณ ที่ใดของเมือง เดินข้ามสะพานทุกสะพานเพียงครั้งเดียว แล้วกลับมายังจุดเริ่มต้นได้หรือไม่ นักคณิตศาสตร์หลายคนได้พยายามแก้ปัญหานี้ โดยการทดลองจนได้คำตอบว่าเป็นไปไม่ได้ แต่ไม่มีใครสามารถพิสูจน์ได้จนกระทั่งนักคณิตศาสตร์ชาวสวิสเซอร์แลนด์ ชื่อเลออนฮาร์ด ออยเลอร์ มีชีวิตอยู่ระหว่าง ค.ศ. 1707 – 1783 ได้แปลงปัญหาดังกล่าวเป็นกราฟโดยให้เกาะและฝั่งแผ่นดินแทนจุดยอดและสะพานแทนด้วยเส้นเชื่อมดังรูปที่ 2.2

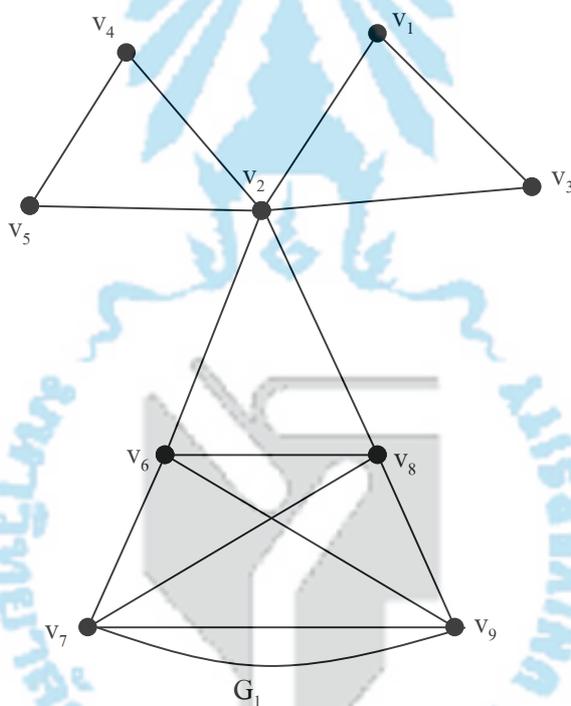


รูปที่ 2.2

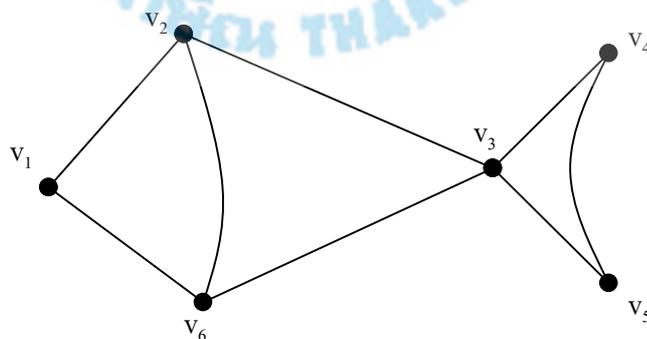
ในหัวข้อนี้เราจะกล่าวถึง ทฤษฎีบทซึ่งพิสูจน์โดยออยเลอร์ ทฤษฎีบทนี้สามารถอธิบายเกี่ยวกับปัญหาข้างต้นได้อย่างชัดเจนและได้มีการตั้งชื่อ วงจรและกราฟที่เกี่ยวข้องกับปัญหานี้ว่า วงจรออยเลอร์ และกราฟออยเลอร์ดังบทนิยามต่อไปนี้

บทนิยาม 2.1 ให้ G เป็นกราฟเชื่อมโยง วงจรใน G ที่ผ่านทุกเส้นเชื่อม เรียกว่า วงจรออยเลอร์ (Euler circuit) และกราฟ G ที่มีวงจรออยเลอร์เรียกว่า กราฟออยเลอร์ (Euler graph)

ตัวอย่างที่ 2.1 พิจารณากราฟ G_1, G_2 ในรูปที่ 2.3, 2.4 ตามลำดับต่อไปนี้



G_1
รูปที่ 2.3

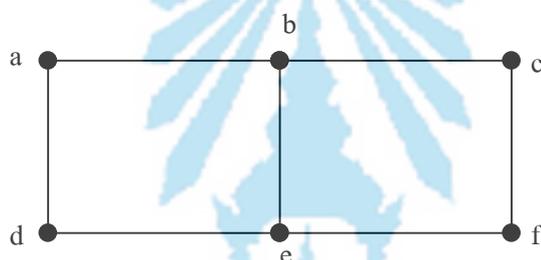


G_2
รูปที่ 2.4

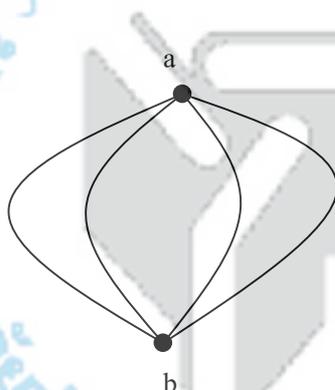
จะได้ว่ารูปของกราฟ G_1 ในรูปที่ 2.3 มีวงจรออยเลอร์หนึ่งวงจรถือ $v_1, v_3, v_2, v_8, v_9, v_7, v_9, v_6, v_7, v_8, v_6, v_2, v_5, v_4, v_2, v_1$ ดังนั้นกราฟ G_1 เป็นกราฟออยเลอร์ ส่วนรูปของกราฟ G_2 ในรูปที่ 2.4 ไม่เป็นกราฟออยเลอร์

ทฤษฎีบท 2.1 กราฟ G เป็นกราฟออยเลอร์ก็ต่อเมื่อกราฟ G เป็นกราฟเชื่อมโยงและทุกจุดยอดของกราฟ G มีระดับชั้นเป็นจำนวนคู่

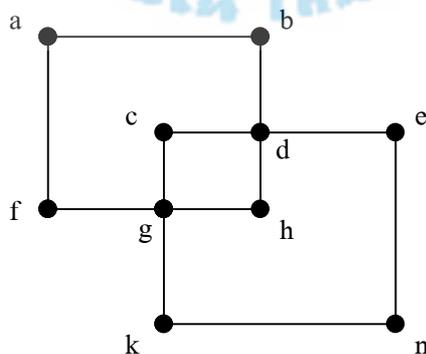
ตัวอย่างที่ 2.2 จงพิจารณากราฟต่อไปนี้ กราฟรูปใดเป็นกราฟออยเลอร์



รูปที่ 2.5



รูปที่ 2.6

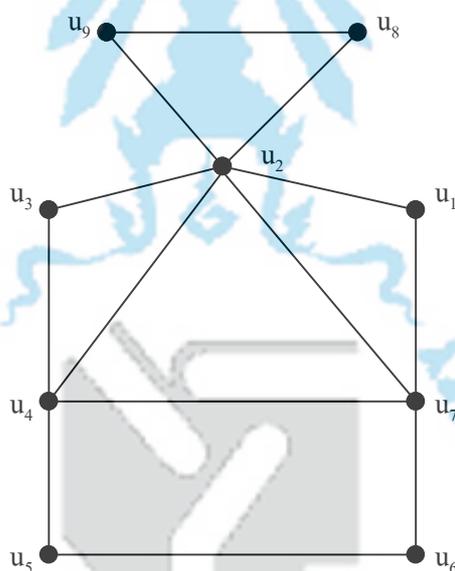


รูปที่ 2.7

จะเห็นว่า รูปที่ 2.6, 2.7 จุดยอดทุกจุดเป็นจุดยอดที่มีระดับชั้นเป็นจำนวนคู่ และเป็นกราฟเชื่อมโยงโดยทฤษฎีบท 2.1 รูปที่ 2.6, 2.7 เป็นกราฟออยเลอร์ ส่วนกราฟรูปที่ 2.5 ไม่เป็นกราฟออยเลอร์เพราะมีจุดยอดคือสองจุดคือจุดยอด b และจุดยอด e แต่สามารถหารอยเดินที่ผ่านทุกเส้นเชื่อมของกราฟได้คือ b, a, d, e, b, c, f, e

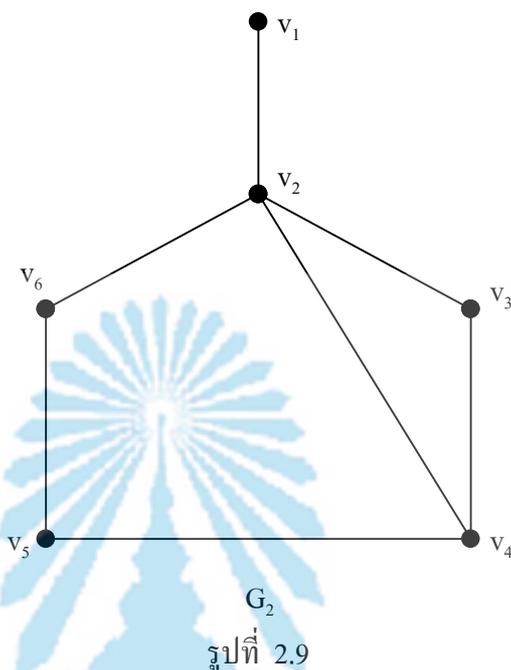
บทนิยาม 2.2 ให้ G เป็นกราฟเชิงเดียวและเป็นกราฟเชื่อมโยง รอยเดินใน G ที่ผ่านทุกเส้นเชื่อมของ G เรียกว่ารอยเดินออยเลอร์ (Euler trail)

ตัวอย่างที่ 2.3 พิจารณากราฟ G_1, G_2 ในรูปที่ 2.8, 2.9 ตามลำดับต่อไปนี้



G_1

รูปที่ 2.8



จากรูปกราฟ G_1 เป็นกราฟออยเลอร์ เพราะว่าประกอบด้วยวงจรออยเลอร์ เช่น วงจร C_1 คือ $u_1, u_2, u_8, u_9, u_2, u_3, u_4, u_2, u_7, u_4, u_5, u_6, u_7, u_1$ เป็นวงจรออยเลอร์ของ G_1

สำหรับ G_2 มีรอยเดินออยเลอร์ เช่น T_1 คือ $v_1, v_2, v_4, v_3, v_2, v_6, v_5, v_4$ เป็นรอยเดินออยเลอร์ แต่ G_2 ไม่มีวงจรออยเลอร์ เพราะ G_2 ไม่เป็นกราฟออยเลอร์

จากกราฟ G_1 พิจารณาวงจรออยเลอร์ต่อไปนี้

C_1 คือ $u_1, u_2, u_8, u_9, u_2, u_3, u_4, u_2, u_7, u_4, u_5, u_6, u_7, u_1$

C_2 คือ $u_1, u_2, u_7, u_4, u_2, u_8, u_9, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_1$

C_3 คือ $u_2, u_3, u_4, u_2, u_7, u_4, u_5, u_6, u_7, u_1, u_2, u_8, u_9, u_2$

ทั้ง 3 วงจรเป็นวงจรออยเลอร์

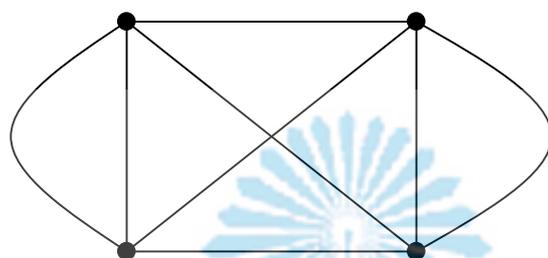
บทนิยาม 2.3 ให้ G เป็นกราฟเชื่อมโยง และ G มีรอยเดินออยเลอร์ เรียกว่ากราฟกึ่งออยเลอร์ (semi Euler graph)

ข้อสังเกต

กราฟออยเลอร์ทุกกราฟเป็นกราฟกึ่งออยเลอร์ แต่บทกลับไม่จริง

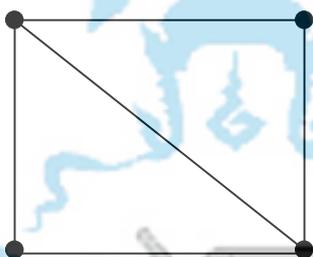
ทฤษฎีบท 2.2 กราฟ G เป็นกราฟกึ่งออยเลอร์ก็ต่อเมื่อ กราฟ G เป็นกราฟเชื่อมโยง และมีจุดยอดคี่ไม่เกิน 2 จุด

ตัวอย่างที่ 2.4 จงพิจารณากราฟ G_1, G_2, G_3 ในรูปที่ 2.10, 2.11, 2.12 ตามลำดับต่อไปนี้
ว่ากราฟรูปใดเป็นกราฟกึ่งออยเลอร์หรือเป็นกราฟออยเลอร์



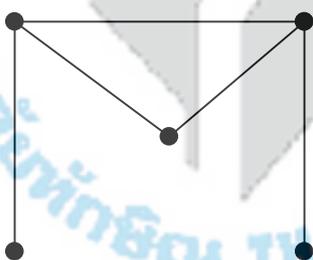
G_1

รูปที่ 2.10



G_2

รูปที่ 2.11



G_3

รูปที่ 2.12

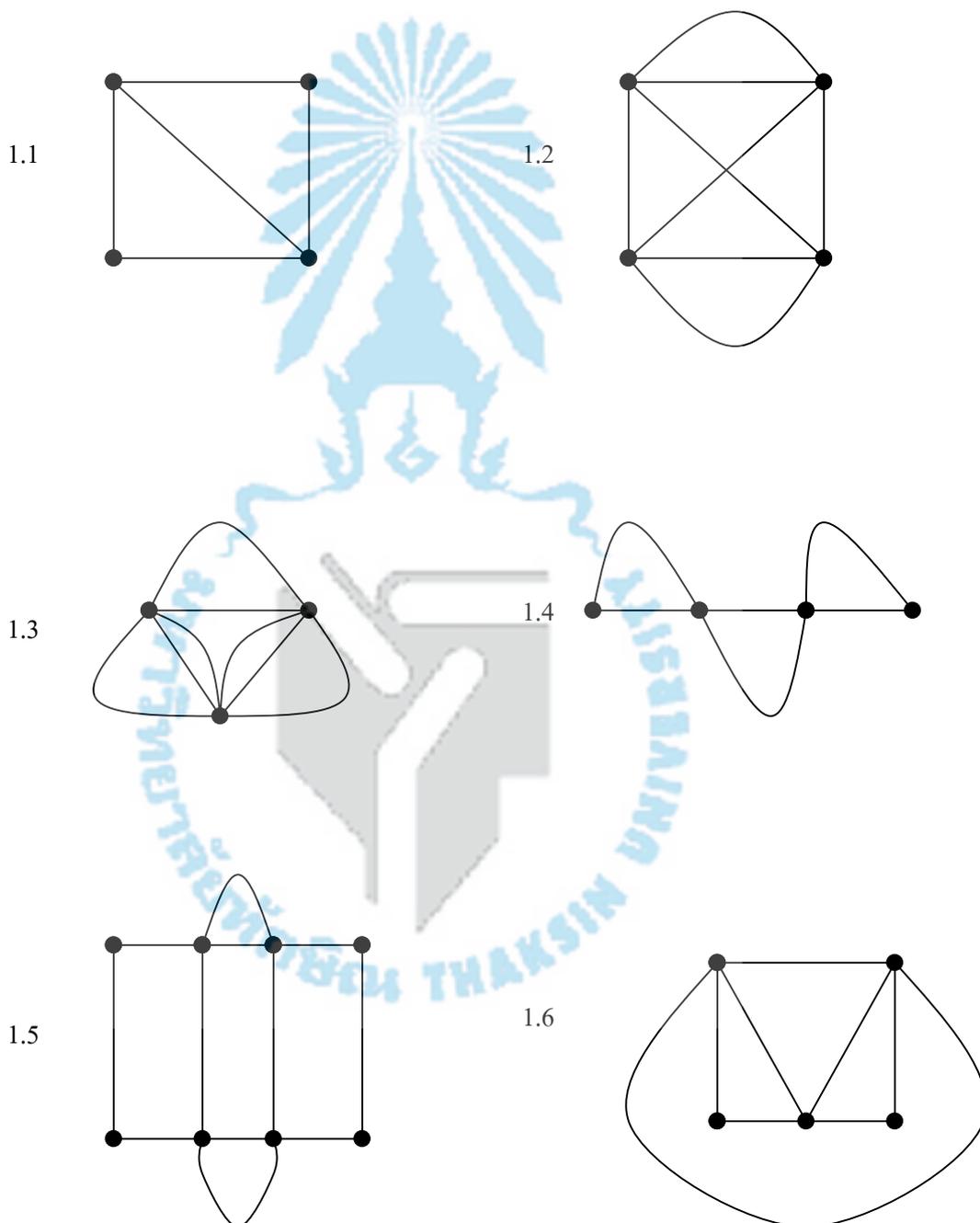
กราฟ G_1 เป็นกราฟออยเลอร์ และเป็นกราฟกึ่งออยเลอร์

กราฟ G_2 ไม่เป็นกราฟออยเลอร์ แต่เป็นกราฟกึ่งออยเลอร์

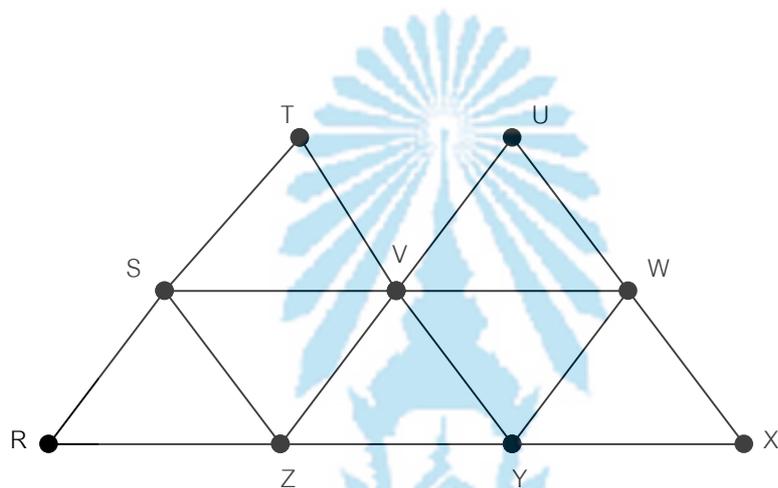
กราฟ G_3 ไม่เป็นกราฟออยเลอร์ และไม่เป็กราฟกึ่งออยเลอร์

แบบฝึกหัดที่ 2.1

1. จงพิจารณาว่ากราฟใดเป็นกราฟออยเลอร์หรือเป็นกราฟกึ่งออยเลอร์



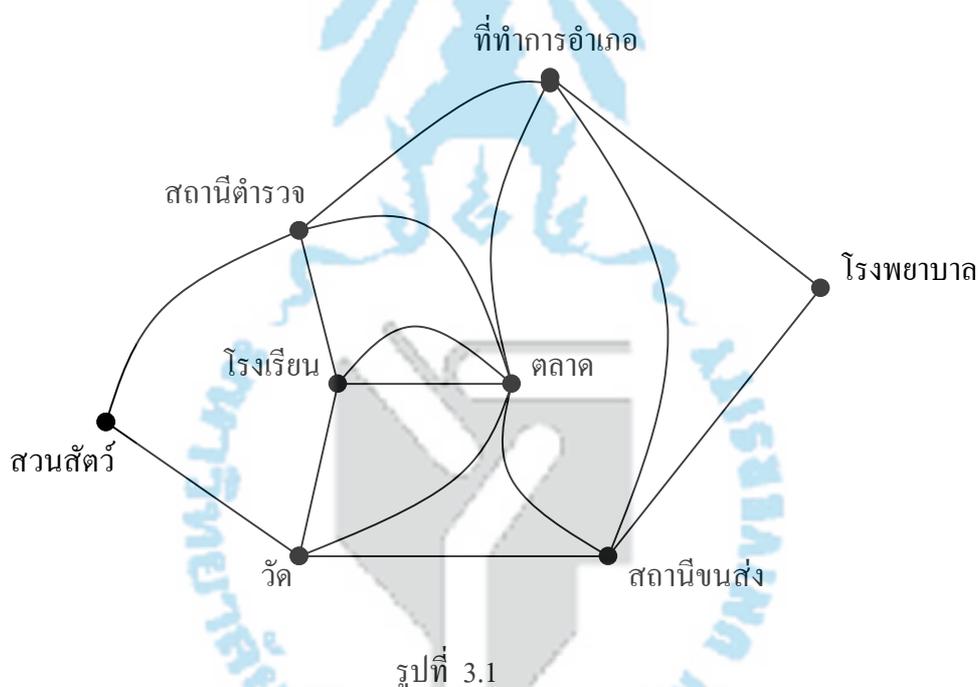
2. จงยกตัวอย่างกราฟที่มี 10 จุดยอด และกราฟนั้นเป็น
 - 2.1 กราฟออยเลอร์
 - 2.2 กราฟกึ่งออยเลอร์ที่ไม่เป็นกราฟออยเลอร์
 - 2.3 ไม่เป็นทั้งกราฟออยเลอร์ และกราฟกึ่งออยเลอร์
3. จงหาวงจรออยเลอร์ของกราฟต่อไปนี้



3. การประยุกต์ของกราฟ

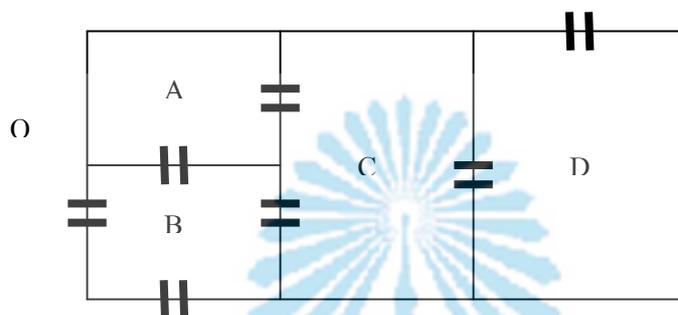
ในหัวข้อนี้จะศึกษาการนำความรู้ที่เรียนมาในเรื่องกราฟ กราฟออยเลอร์และกราฟกึ่งออยเลอร์ไปใช้ประโยชน์ ดังต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 3.1 สมมุติโรงเรียนต้องการให้ลูกเสือและเนตรนารีเดินทางไกลเพื่อทัศนศึกษา โดยจุดเริ่มต้นอยู่ที่โรงเรียน และให้นักเรียนเดินทางผ่านถนนทุกสายซึ่งเชื่อมสถานที่สำคัญ ๆ ในท้องที่ ดังรูปที่ 3.1 เพียงถนนละครั้งเดียวแล้วให้กลับมาที่โรงเรียนซึ่งเป็นจุดเริ่มต้นทำได้หรือไม่

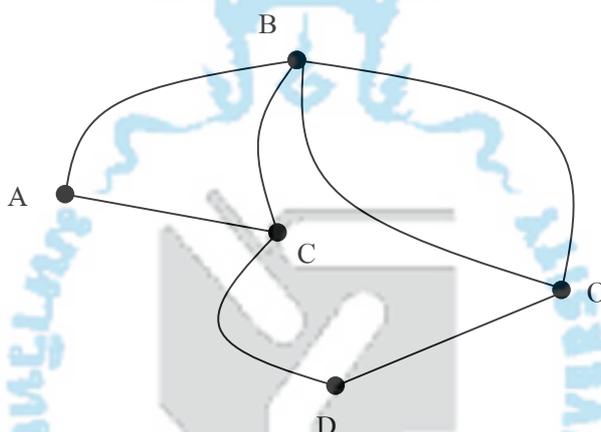


พิจารณาในรูปที่ 3.1 จะเห็นว่า เป็นกราฟเชื่อมโยง และทุกจุดยอดของกราฟเป็นจุดยอดคู่ ดังนั้นกราฟในรูปที่ 3.1 เป็นกราฟออยเลอร์คือมีวงจรออยเลอร์ นั่นคือลูกเสือและเนตรนารีสามารถเดินทางผ่านถนนทุกสายเพียงครั้งเดียวและกลับมาที่โรงเรียนซึ่งเป็นจุดเริ่มต้นได้

ตัวอย่างที่ 3.2 จากแผนผังบ้านหลังหนึ่งในรูปที่ 3.2 ถ้าสมชายอยู่นอกบ้านหลังนี้ แล้วเดินเข้าไปในบ้านสำรวจห้องทุกห้องโดยผ่านประตูทุกประตูของบ้านนี้เพียงครั้งเดียวสมชายสามารถทำได้หรือไม่ และถ้าทำได้ตำแหน่งสุดท้ายสมชายจะอยู่ที่ใด



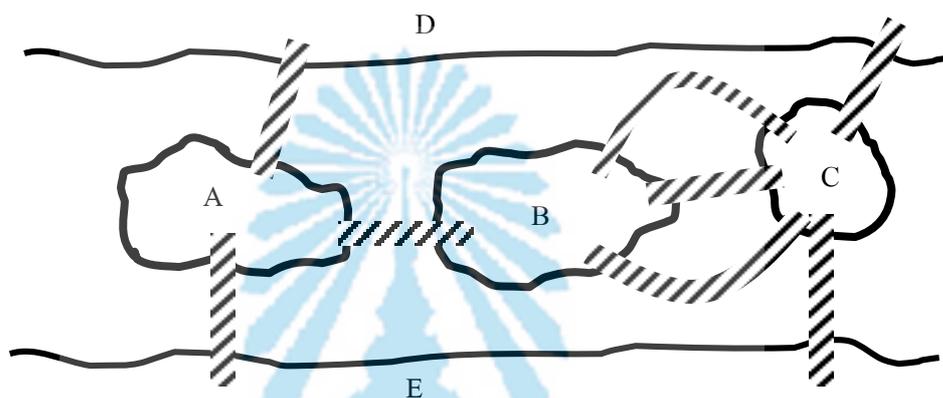
รูปที่ 3.2



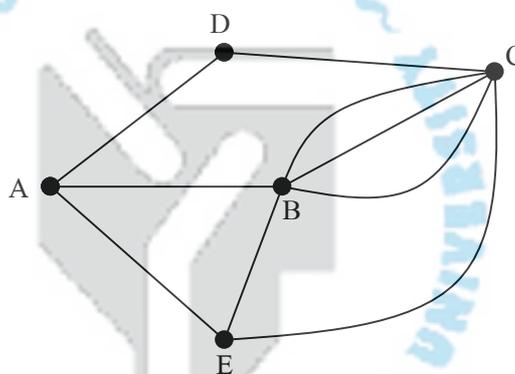
รูปที่ 3.3

แปลงจากปัญหาแผนผังบ้านเป็นปัญหาทางกราฟโดย ให้จุดยอด O แทนบริเวณนอกบ้าน จุดยอด A, B, C, D แทนห้อง เส้นเชื่อมแทนประตูของบ้านหลังนี้ จะเห็นว่าสามารถเปลี่ยนแผนผังบ้านเป็นกราฟได้ดังรูปที่ 3.3 ต่อไปพิจารณกราฟในรูปที่ 3.3 เป็นกราฟออยเลอร์หรือกราฟกึ่งออยเลอร์หรือไม่ เนื่องจากกราฟในรูปที่ 3.3 เป็นกราฟเชื่อมโยงที่มีจุดยอดคี่สองจุด คือ จุดยอด O และ จุดยอด C ดังนั้นจะได้ว่ากราฟนี้เป็นกราฟกึ่งออยเลอร์ แสดงว่าสมชายอยู่นอกบ้าน แล้วเดินสำรวจห้องทุกห้องโดยผ่านประตูทุกประตูเพียงครั้งเดียวสมชายสามารถทำได้ ตำแหน่งสุดท้ายสมชายจะอยู่ที่ห้อง C หรือสมชายเริ่มต้นที่ห้อง C แล้วเดินสำรวจไปทุกห้องผ่านประตูทุกประตูเพียงครั้งเดียว สมชายจะจบการสำรวจลงที่นอกบ้าน

ตัวอย่างที่ 3.3 จากรูปที่ 3.4 เป็นแผนผังของสวนสาธารณะแห่งหนึ่ง ซึ่งมีเกาะอยู่ 3 เกาะ และแต่ละเกาะ มีสะพานเชื่อม จงหาว่าเป็นไปได้หรือไม่ที่จะเดินทางไปที่ขั้วทุกเกาะและข้าม สะพานทุกสะพานเพียงครั้งเดียว และถ้าเป็นไปได้จงบอกเส้นทางนั้น



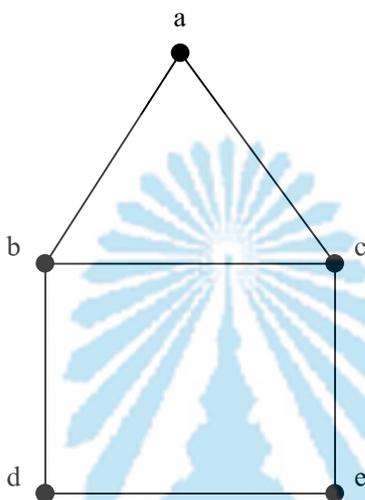
รูปที่ 3.4



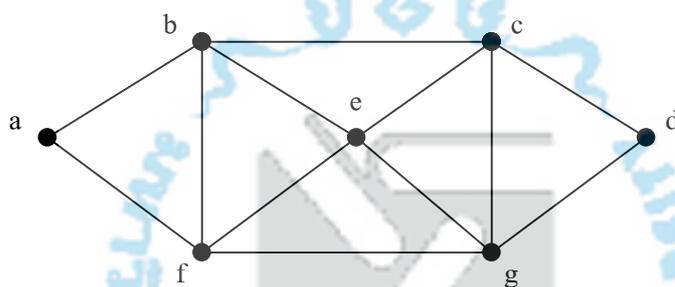
รูปที่ 3.5

ให้จุดยอด D และ E แทนบริเวณที่เป็นฝั่งและจุดยอด A, B, C แทนเกาะกลางแม่น้ำ ส่วนเส้นเชื่อมแทนสะพานที่เชื่อมระหว่างเกาะต่าง ๆ จะเห็นว่าเราสามารถเปลี่ยนแผนผังของสวนสาธารณะเป็นกราฟได้ดังรูปที่ 3.5 และพิจารณาได้ว่าไม่สามารถที่จะเดินที่ขั้วเกาะทุกเกาะ โดยข้ามทุกสะพานเพียงครั้งเดียวได้ เพราะว่าพิจารณากราฟรูป 3.5 ไม่เป็นกราฟออยเลอร์

ตัวอย่างที่ 3.4 จากกราฟในรูป 3.6, 3.7 ตามลำดับต่อไปนี้ สามารถเขียนกราฟให้ต่อเนื่องกัน โดยไม่ยกดินสอขึ้นจากกระดาษ และไม่ซ้ำเส้นเดิมได้หรือไม่



รูปที่ 3.6



รูปที่ 3.7

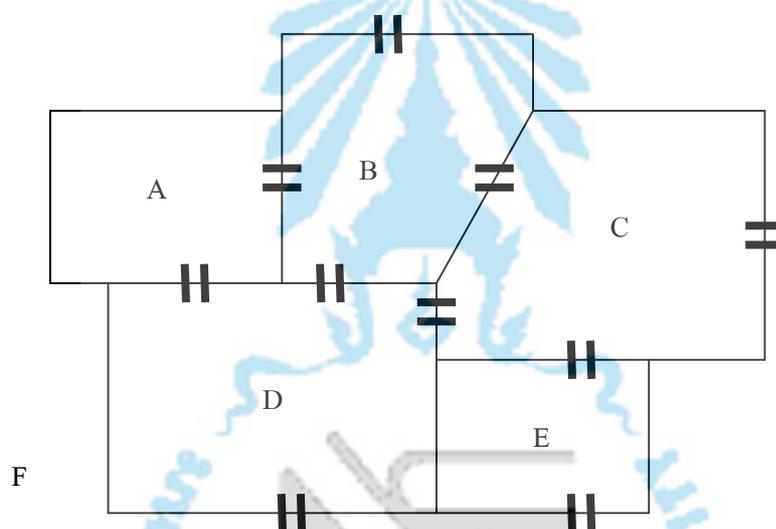
เราสามารถเขียนกราฟที่กำหนดให้ได้อย่างต่อเนื่องโดยไม่ยกดินสอขึ้นจากกระดาษและไม่ซ้ำเส้นได้ ถ้ากราฟนั้นเป็นกราฟออยเลอร์ หรือกราฟกึ่งออยเลอร์จะเห็นว่า

กราฟในรูปที่ 3.6 เป็นกราฟเชื่อมโยงที่มีจุดยอดคี่สองจุด คือจุดยอด b และจุดยอด c แสดงว่ากราฟในรูปที่ 3.6 เป็นกราฟกึ่งออยเลอร์ดังนั้นจึงสามารถเขียนกราฟนี้ได้อย่างต่อเนื่องโดยไม่ยกดินสอขึ้นจากกระดาษและไม่ซ้ำเส้นได้ แต่จุดเริ่มต้นต้องเป็นจุดยอด b และมีจุดสิ้นสุดที่จุดยอด c หรือจุดเริ่มต้นที่จุดยอด c และจุดสิ้นสุดที่จุดยอด b เท่านั้น

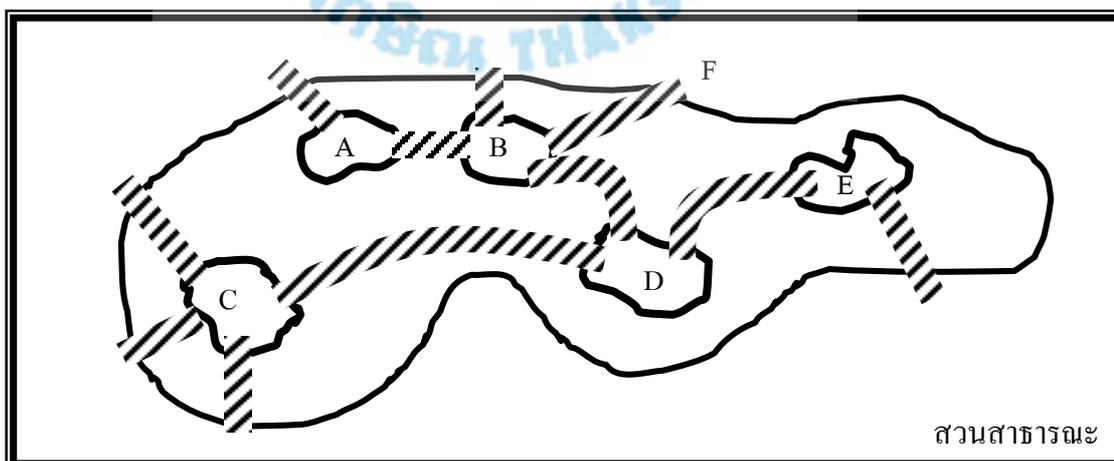
กราฟรูปที่ 3.7 เป็นกราฟเชื่อมโยงที่มีจุดยอดทุกจุดเป็นจุดยอดคู่ แสดงว่ากราฟรูปที่ 3.7 เป็นกราฟออยเลอร์ ดังนั้นสามารถเขียนกราฟนี้ได้อย่างต่อเนื่อง โดยไม่ยกดินสอขึ้นจากกระดาษและไม่ซ้ำเส้นได้ โดยจะเริ่มที่จุดยอดใดก็ได้แต่จุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดเป็นจุดเดียวกัน

แบบฝึกหัดที่ 3.1

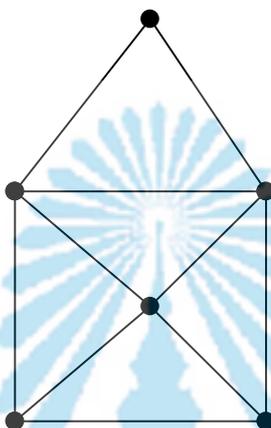
1. จงยกตัวอย่างปัญหาหรือสถานการณ์ ในชีวิตประจำวันที่สามารถใช้กราฟออยเลอร์ และ กิ่งออยเลอร์มาแก้ปัญหาอย่างละ 1 ตัวอย่าง
2. ในรูปแสดงถึงแผนผังบ้านแห่งหนึ่ง ถ้าเด็กคนหนึ่งยืนอยู่บริเวณข้างนอกบ้านและต้องการสำรวจทุกห้อง โดยผ่านประตูทุกประตูของบ้านหลังนี้ เพียงครั้งเดียวอยากทราบว่าตำแหน่งสุดท้ายเขาจะอยู่ ณ จุดใดของบ้าน



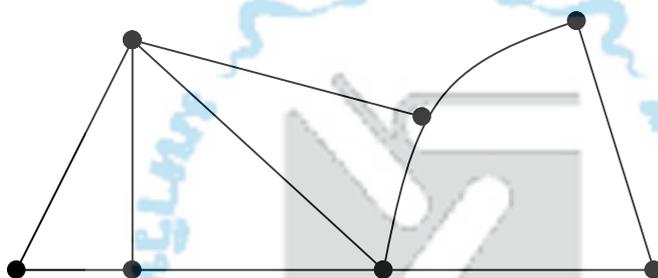
3. แผนผังของสวนสาธารณะแห่งหนึ่งซึ่งมีสระน้ำอยู่ในสวนสาธารณะ โดยในสระน้ำมีเกาะและ แต่ละเกาะจะมีสะพานเชื่อมดังรูป อยากทราบว่าถ้าเริ่มวิ่งออกกำลังกายที่ริมฝั่งแล้ววิ่งข้าม สะพานทุกสะพานเพียงครั้งเดียวจะได้หรือไม่ และถ้าได้จะสิ้นสุดที่จุดใดของแผนผังนี้



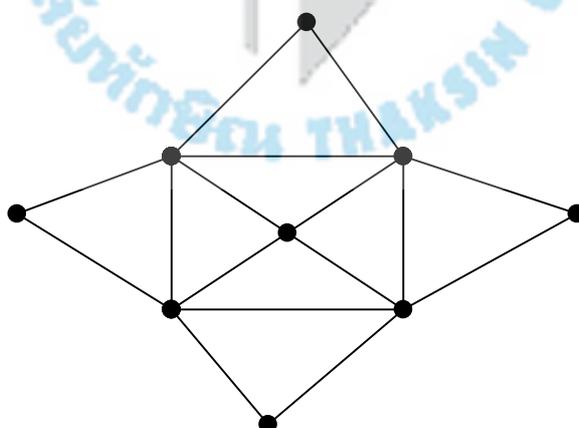
4. จากกราฟต่อไปนี้ จงหาว่ากราฟใดบ้างที่สามารถเขียนให้ต่อเนื่องกัน โดยไม่ยกดินสอขึ้นจากกระดาษและลากไม่ซ้ำเส้นเดิมได้



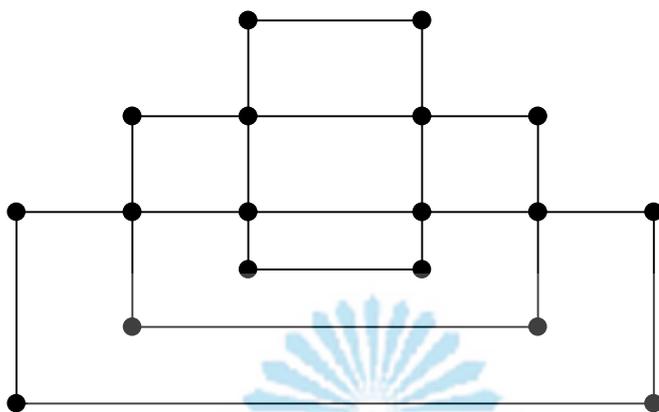
รูปที่ 1



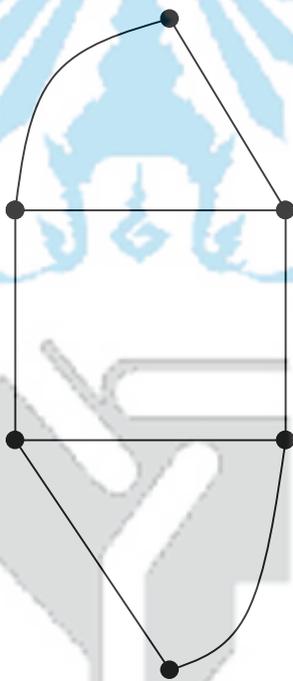
รูปที่ 2



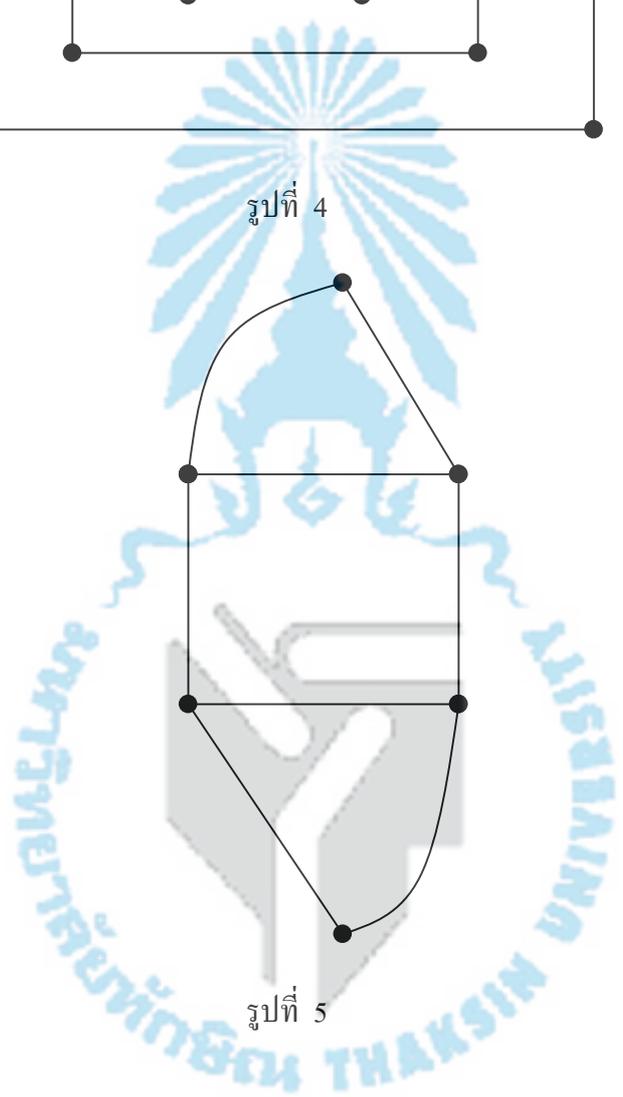
รูปที่ 3



รูปที่ 4



รูปที่ 5





ภาคผนวก ข

แผนการสอนเรื่องกราฟเบื้องต้น

แผนการสอน

เรื่อง กราฟเบื้องต้น

คาบที่ 1

เนื้อหา จุดยอด, เส้นเชื่อม, วงวน, เส้นหลายชั้น และนิยามของกราฟ

จุดประสงค์

1. สามารถหาเซตของจุดยอด และเส้นเชื่อมได้
2. สามารถเขียนกราฟ G เมื่อกำหนดเซตของจุดยอด และแฟมิลีของเส้นเชื่อมให้ได้
3. สามารถหาเส้นหลายชั้นและวงวนในกราฟ G ได้

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
2. อธิบายความรู้เรื่องกราฟ และยกสถานการณ์ในตัวอย่างที่ 1.1 เพื่ออธิบายความหมายของจุดยอดและเส้นเชื่อม
3. อธิบายความหมายของกลุ่มอันดับ และคู่ไม่อันดับพร้อมทั้งยกตัวอย่างประกอบ และให้นักเรียนยกตัวอย่างคู่อันดับ และคู่ไม่อันดับ
4. อธิบายนิยามของกราฟ วงวน และเส้นหลายชั้นพร้อมทั้งยกตัวอย่างที่ 1.2, 1.3 และ 1.4 ประกอบ
5. ยกตัวอย่างประกอบเพื่อให้นักเรียนหาเซตของจุดยอดของกราฟ และแฟมิลีของเส้นเชื่อมของกราฟ
6. แจกบทเรียนเรื่องกราฟเบื้องต้นให้นักเรียนทุกคน เพื่อจะได้ศึกษาตามหัวข้อที่ครูจะสอนในคาบต่อไป

สื่อและอุปกรณ์ บทเรียนเรื่องกราฟเบื้องต้น

การประเมินผล

1. สังเกตความสนใจและความตั้งใจในการตอบคำถาม

คาบที่ 2

เนื้อหา กราฟเชิงเดียว

จุดประสงค์

1. สามารถอธิบายความหมายของกราฟเชิงเดียวได้
2. สามารถแยกได้ว่ากราฟใดเป็นกราฟเชิงเดียว
3. สามารถกำหนดจุดยอดและเส้นเชื่อมของกราฟที่เหมือนกันได้

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ทบทวนความรู้เรื่องกราฟ, วงวน และเส้นหลายชั้น
2. แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
3. อธิบายความหมายของกราฟเชิงเดียว และดูตัวอย่างที่ 1.5 ประกอบ
4. ให้นักเรียนสร้างกราฟเชิงเดียว โดยกำหนดเซตของจุดยอดและแฟมิลีของเส้นเชื่อม

เมื่อทำเสร็จแล้วให้ตัวแทนนำมาเสนอ

5. อธิบายรูปของกราฟที่แตกต่างกันแต่กราฟทั้งสองมีเซตของจุดยอด และเซตแฟมิลีของ

เส้นเชื่อม

เชื่อมเหมือนกันแล้วยกตัวอย่างที่ 1.6 ประกอบ

6. ให้ทำแบบฝึกหัด 1.1 ในบทเรียน
7. แจกบทเรียนกราฟเบื้องต้นให้นักเรียนทุกคนเพื่อจะได้ศึกษาหัวข้อต่อไป

สื่อและอุปกรณ์ บทเรียนเรื่องกราฟเบื้องต้น

การประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถาม
2. สังเกตความสนใจ และความตั้งใจในการเรียน
3. ตรวจแบบฝึกหัด

คาบที่ 3

เนื้อหา อันดับ, ขนาด, จุดยอดประชิด และเส้นเชื่อมตกระทบ

จุดประสงค์

1. สามารถหาอันดับ และขนาดของกราฟได้
1. สามารถเขียนรูปของกราฟเมื่อกำหนดอันดับ และขนาดให้
2. สามารถหาจุดยอดประชิด และเส้นเชื่อมตกระทบได้

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ทบทวนความรู้เรื่องกราฟ, วงวน และเส้นหลายชั้น
2. แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
3. อธิบายความหมายของอันดับและขนาด พร้อมทั้งยกตัวอย่าง 1.7 ประกอบ
4. อธิบายจุดยอดประชิด และเส้นเชื่อมตกระทบ พร้อมทั้งยกตัวอย่างประกอบ
5. แจกบทเรียนกราฟเบื้องต้นให้นักเรียนทุกคนเพื่อจะได้ศึกษาหัวข้อต่อไป

สื่อและอุปกรณ์ บทเรียนเรื่องกราฟเบื้องต้น และใบงานที่ 2

การประเมินผล

1. สังเกตความสนใจ และความตั้งใจในการเรียน

คาบที่ 4

เนื้อหา ระดับชั้น และทฤษฎีบท 1.1

จุดประสงค์

1. สามารถหาระดับชั้นของกราฟได้
2. สามารถนำทฤษฎีบท 1.1 ไปใช้หาเส้นเชื่อมของกราฟได้

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ทบทวนความรู้เรื่อง จุดยอดประชิด และเส้นเชื่อมตกระทบ
2. แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
3. อธิบายความหมายของระดับชั้นของกราฟพร้อมทั้งยกตัวอย่างที่ 1.9 ประกอบ
4. อธิบายทฤษฎีบท 1.1 พร้อมทั้งยกตัวอย่างประกอบ
5. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1.2 ข้อ 1
6. แจกบทเรียนกราฟเบื้องต้นให้นักเรียนทุกคนเพื่อจะได้ศึกษาหัวข้อต่อไป

สื่อและอุปกรณ์ บทเรียนเรื่องกราฟเบื้องต้น และแบบฝึกหัด
การประเมินผล

1. สังเกตความสนใจ และความตั้งใจในการเรียน
2. ตรวจแบบฝึกหัด

คาบที่ 5

เนื้อหา จุดยอดเอกเทศ, จุดยอดปลาย, จุดยอดคู่, จุดยอดคี่ และทฤษฎีบท 1.2

จุดประสงค์

1. สามารถบอกลักษณะของจุดยอดแบบต่าง ๆ ได้
2. สามารถนำทฤษฎีบท 1.2 ไปพิจารณากราฟได้

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ทบทวนความรู้เรื่องระดับชั้นและทฤษฎีบท 1.1
2. แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
3. อธิบายความหมายของจุดยอดเอกเทศ, จุดยอดปลาย, จุดยอดคู่ และจุดยอดคี่ พร้อม

ทั้งยกตัวอย่าง 1.10 ประกอบ

4. อธิบายทฤษฎีบท 1.2 พร้อมทั้งยกตัวอย่างประกอบ
5. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1.2 ข้อ 2 และ 3
6. แจกบทเรียนกราฟเบื้องต้นให้นักเรียนทุกคนเพื่อจะได้ศึกษาหัวข้อต่อไป

สื่อและอุปกรณ์ บทเรียนเรื่องกราฟเบื้องต้น และแบบฝึกหัด 1.2

การประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถาม
2. ตรวจแบบฝึกหัด

คาบที่ 6

เนื้อหา กราฟแบบบริบูรณ์, รอยเดิน, วิถี และความยาว

จุดประสงค์

1. สามารถอธิบายลักษณะของกราฟแบบบริบูรณ์ได้
2. สามารถหารอยเดิน และวิถีของกราฟได้
3. สามารถหาความยาวของรอยเดิน และวิถีของกราฟได้

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. แจงจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
2. อธิบายความหมายของกราฟแบบบริบูรณ์ พร้อมทั้งยกตัวอย่างที่ 1.11 ประกอบ และให้นักเรียนสร้างกราฟ K_7
3. อธิบายความหมายของรอยเดิน และวิถี
4. ให้นักเรียนหารอยเดิน และวิถีของกราฟที่กำหนดให้
5. อธิบายความหมายของความยาว พร้อมทั้งยกตัวอย่างที่ 1.12 ประกอบ
6. ผู้สอนเขียนรูปกราฟแล้วให้นักเรียนหารอยเดิน และวิถีพร้อมความยาว
7. แจกบทเรียนกราฟเบื้องต้นให้นักเรียนทุกคนเพื่อจะได้ศึกษาหัวข้อต่อไป

สื่อและอุปกรณ์ บทเรียนเรื่องกราฟเบื้องต้น

การประเมินผล

1. สังเกตความสนใจ

คาบที่ 7

เนื้อหา วงจร, วัฏจักร, กราฟเชื่อมโยง, กราฟไม่เชื่อมโยง, กราฟถ่วงน้ำหนัก และน้ำหนักวิถี P

จุดประสงค์

1. สามารถหาวงจร และวัฏจักรของกราฟได้
2. สามารถอธิบายกราฟเชื่อมโยง, กราฟไม่เชื่อมโยง และกราฟถ่วงน้ำหนัก
3. สามารถหาน้ำหนักวิถีได้

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ทบทวนความรู้เรื่องรอยเดิน และวิถีของกราฟ G
2. แจงจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

3. อธิบายความหมายของวงจร และวัฏจักรพร้อมทั้งยกตัวอย่างที่ 1.13 ประกอบ และให้นักเรียนหาวงจร และวัฏจักรเพิ่มจากที่ยกตัวอย่างให้
 4. อธิบายความหมายของกราฟเชื่อมโยง และกราฟไม่เชื่อมโยงพร้อมทั้งยกตัวอย่างที่ 1.14 ประกอบ
 5. อธิบายความหมายของกราฟถ่วงน้ำหนัก และน้ำหนักวิถีพร้อมทั้งยกตัวอย่างที่ 1.15 ประกอบ แล้วให้นักเรียนหาน้ำหนักวิถีที่แตกต่างจากที่กล่าวมา
 6. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1.3
 7. แจกบทเรียนกราฟเบื้องต้นให้นักเรียนทุกคนเพื่อจะได้ศึกษาหัวข้อต่อไป
- สื่อและอุปกรณ์** บทเรียนเรื่องกราฟเบื้องต้น และแบบฝึกหัด

การประเมินผล

1. สังเกตความสนใจ
2. ตรวจสอบแบบฝึกหัด

คาบที่ 8

เนื้อหา ความเป็นมาของกราฟออยเลอร์, วงจรออยเลอร์ และกราฟออยเลอร์

จุดประสงค์

1. สามารถหาวงจรออยเลอร์ได้
2. สามารถอธิบายกราฟออยเลอร์ได้

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ทบทวนความรู้เรื่องวงจร
2. แจงจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
3. อธิบายความเป็นมาของกราฟออยเลอร์ และวงจรออยเลอร์พร้อมทั้งยกตัวอย่าง
4. อธิบายกราฟออยเลอร์พร้อมทั้งยกตัวอย่างที่ 2.1
5. แจกบทเรียนกราฟเบื้องต้นให้นักเรียนทุกคนเพื่อจะได้ศึกษาหัวข้อต่อไป

สื่อและอุปกรณ์ บทเรียนเรื่องกราฟเบื้องต้น

การประเมินผล

1. สังเกตความสนใจ

คาบที่ 9

เนื้อหา ทฤษฎีบท 2.1 และรอยเคินออยเลอร์

จุดประสงค์

1. สามารถอธิบายทฤษฎีบท 2.1 และนำไปใช้ได้
2. สามารถแยกประเภทของทั่วไปกับกราฟออยเลอร์ได้
3. สามารถสร้างกราฟออยเลอร์ได้
4. สามารถหารอยเคินออยเลอร์ได้

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ทบทวนความรู้เรื่องกราฟออยเลอร์
2. แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
3. อธิบายทฤษฎีบท 2.1 พร้อมทั้งยกตัวอย่างที่ 2.2 ประกอบ
4. ให้นักเรียนเขียนกราฟออยเลอร์เพื่อทบทวนความเข้าใจในทฤษฎีบท 2.1
5. อธิบายความหมายของรอยเคินออยเลอร์พร้อมทั้งยกตัวอย่างที่ 2.3
6. ให้นักเรียนฝึกหารอยเคินออยเลอร์จากกราฟที่กำหนดให้
7. แจกบทเรียนกราฟเบื้องต้นให้นักเรียนทุกคนเพื่อจะได้ศึกษาหัวข้อต่อไป

สื่อและอุปกรณ์ บทเรียนเรื่องกราฟเบื้องต้น

การประเมินผล

1. สังเกตความสนใจ

คาบที่ 10

เนื้อหา กราฟกึ่งออยเลอร์ และทฤษฎีบท 2.2

จุดประสงค์

1. สามารถแยกประเภทของกราฟออยเลอร์กับกราฟกึ่งออยเลอร์

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ทบทวนความรู้เรื่องรอยเคินและกราฟออยเลอร์
2. แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
3. อธิบายความหมายของกราฟกึ่งออยเลอร์ พร้อมทั้งยกตัวอย่างประกอบ
4. อธิบายความหมายของทฤษฎีบท 2.2 พร้อมยกตัวอย่างที่ 2.4 ประกอบ

5. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2.1

6. แจกบทเรียนกราฟเบื้องต้นให้นักเรียนทุกคนเพื่อจะได้ศึกษาหัวข้อต่อไป

สื่อและอุปกรณ์ บทเรียนเรื่องกราฟเบื้องต้น และแบบฝึกหัด 2.1

การประเมินผล

1. สังเกตความสนใจ
2. ตรวจสอบแบบฝึกหัด

ภาพที่ 11

เนื้อหา การประยุกต์ของกราฟ

จุดประสงค์

1. สามารถนำความรู้เรื่องกราฟไปใช้ประโยชน์ได้

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ทบทวนความรู้เรื่องกราฟกึ่งออยเลอร์ และกราฟออยเลอร์
2. แจกจุดประสงค์การเรียนให้นักเรียนทราบ
3. อธิบายตัวอย่างที่ 3.1 และ 3.2
4. ให้นักเรียนคิดสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่น่ากราฟมาแก้ปัญหาแล้วให้เลือกตัวแทน

ออกมาแสดง

5. ให้ทำแบบฝึกหัด 3.1 ข้อ 1 และ 2
6. แจกบทเรียนกราฟเบื้องต้นให้นักเรียนทุกคนเพื่อจะได้ศึกษาหัวข้อต่อไป

สื่อและอุปกรณ์ บทเรียนเรื่องกราฟเบื้องต้น และแบบฝึกหัด 2.1

การประเมินผล

1. สังเกตความสนใจ
2. ตรวจสอบแบบฝึกหัด

คาบที่ 12

เนื้อหา การประยุกต์ของกราฟ

จุดประสงค์

1. สามารถนำความรู้เรื่องกราฟใช้ประโยชน์ได้

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ทบทวนความรู้เรื่องกราฟกึ่งออยเลอร์ และกราฟออยเลอร์
2. แจงจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
3. อธิบายตัวอย่างที่ 3.3 และ 3.4
4. ให้ทำแบบฝึกหัด 3.1 ข้อ 3 และ 4
5. แจกบทเรียนกราฟเบื้องต้นให้นักเรียนทุกคนเพื่อจะได้ศึกษาหัวข้อต่อไป

สื่อและอุปกรณ์ บทเรียนเรื่องกราฟเบื้องต้น และแบบฝึกหัด

การประเมินผล

1. สังเกตความสนใจ
2. ตรวจสอบแบบฝึกหัด

คาบที่ 13

เนื้อหา การประยุกต์ของกราฟ

จุดประสงค์

1. สามารถนำความรู้เรื่องกราฟใช้ประโยชน์ได้

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ทบทวนความรู้เรื่องกราฟกึ่งออยเลอร์ และกราฟออยเลอร์
2. แจงจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
3. อธิบายตัวอย่างที่ 3.5
4. อธิบายสรุปความรู้เรื่องกราฟเบื้องต้น

สื่อและอุปกรณ์ บทเรียนเรื่องกราฟเบื้องต้น

การประเมินผล

1. สังเกตความสนใจ

คาบที่ 14 – 15

เนื้อหา

จุดประสงค์

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ใช้เวลา 90 นาที

สื่อและอุปกรณ์ แบบทดสอบ

การประเมินผล





ภาคผนวก ค

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่องกราฟเบื้องต้น

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เรื่อง กราฟเบื้องต้น

คำชี้แจง

- แบบทดสอบฉบับนี้มี 2 ตอน ให้นักเรียนทำทุกข้อทั้ง 2 ตอน ใช้เวลาในการทำทั้งหมด 60 นาที
ตอนที่ 1 แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ
ตอนที่ 2 แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ
- ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียน ชื่อ – สกุล เลขที่ ชั้นเรียน ให้ชัดเจนลงในกระดาษคำตอบ
- ตอนที่ 1 ในการทำแบบทดสอบ ให้นักเรียนอ่านข้อคำถามแล้วเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียวเท่านั้น โดยให้เขียนเครื่องหมายกากบาท (X) ลงในช่องที่เป็นตัวเลือกในกระดาษคำตอบ
- ตอนที่ 2 ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโดยเขียนตอบในกระดาษคำตอบที่แจกให้

ตัวอย่าง

ข้อ 0 ตัวเลือกใดเป็นจำนวนคู่

ก. 5

ข. 1

ค. 2

ง. 3

ถ้านักเรียนเห็นว่าคำตอบข้อ ง. ถูกต้อง ให้ทำเครื่องหมายในกระดาษคำตอบดังนี้

ข้อ 0

| | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| ก | ข | ค | ง |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

ถ้านักศึกษาต้องการเปลี่ยนคำตอบให้ทำเครื่องหมาย = ทับคำตอบเดิม แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (X) ลงในช่องคำตอบที่เลือกใหม่ เช่น เปลี่ยนจากข้อ ง. เป็นข้อ ค. ดังนี้

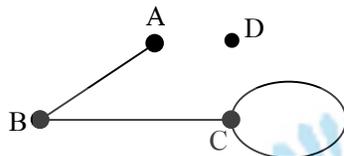
ข้อ 0

| | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| ก | ข | ค | ง |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

- ห้ามนักเรียนทำเครื่องหมายใดๆ ลงในแบบทดสอบนี้ ถ้านักเรียนต้องการทดให้ทดในกระดาษเปล่าที่แนบมาให้

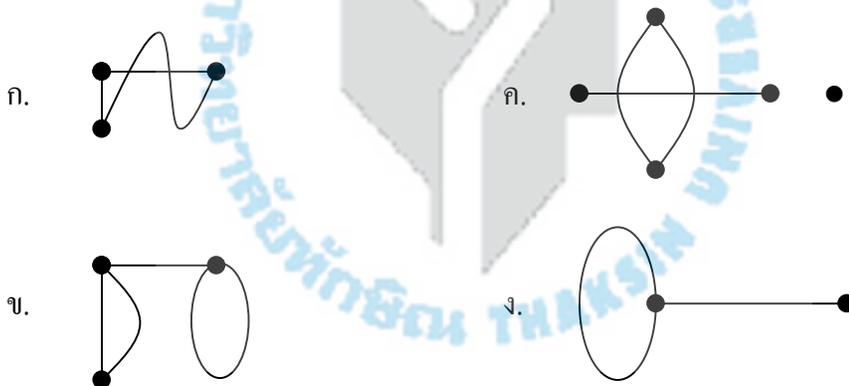
ตอนที่ 1

1. ข้อใดเป็นแฟมิลีของเส้นเชื่อมของกราฟ G ที่กำหนดให้

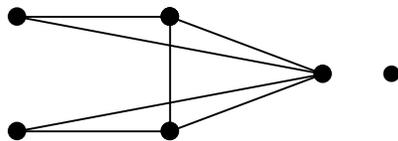


- ก. $E(G) = \{\{A, B\}, \{B, C\}\}$
 ข. $E(G) = \{\{A, B\}, \{C, C\}\}$
 ค. $E(G) = \{\{A, B\}, \{B, C\}, \{C, C\}\}$
 ง. $E(G) = \{\{A, B\}, \{B, C\}, \{C, C\}, \{D, D\}\}$
2. กราฟเชิงเดียวมีลักษณะเป็นอย่างไร

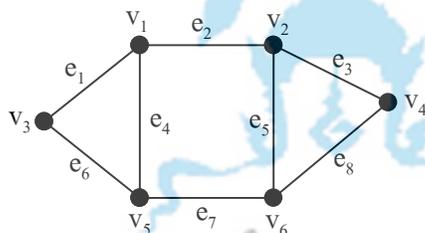
- ก. มีวงวนแต่ไม่มีเส้นหลายชั้น
 ข. ทุกจุดยอดในกราฟมีระดับชั้นเป็นจำนวนคู่
 ค. มีจุดยอดระดับชั้นเป็นจำนวนคี่สองจุด
 ง. ไม่มีวงวนและไม่มีเส้นหลายชั้น
3. รูปของกราฟในข้อใดเป็นกราฟเชิงเดียว



4. พิจารณากราฟในรูปต่อไปนี้ว่ามีอันดับและขนาดตามข้อใด



- ก. อันดับ 5 ขนาด 8
 ข. อันดับ 6 ขนาด 5
 ค. อันดับ 6 ขนาด 7
 ง. อันดับ 7 ขนาด 6
5. พิจารณากราฟในรูปต่อไปนี้ว่าจุดยอด v_1 ไม่เป็นจุดยอดประชิดกับจุดยอดใด

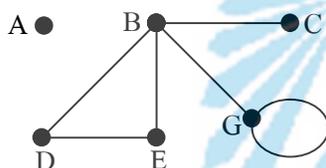


- ก. v_2
 ข. v_3
 ค. v_5
 ง. v_6
6. กราฟที่มีจุดยอด 24 จุด และแต่ละจุดมีระดับขั้นเท่ากับ 5 มีจำนวนเส้นเชื่อมทั้งหมดกี่เส้น
- ก. 50 เส้น
 ข. 60 เส้น
 ค. 70 เส้น
 ง. 120 เส้น

7. ผลรวมของระดับชั้นของทุกจุดยอดในกราฟเท่ากับกี่เท่าของจำนวนเส้นเชื่อม

- ก. 2
- ข. 3
- ค. 4
- ง. 5

8. พิจารณากราฟในรูปต่อไปนี้



ข้อใดเป็นจุดยอดเอกเทศและจุดยอดปลาย

- ก. A และ C
- ข. B และ G
- ค. C และ E
- ง. G และ D

9. กราฟบริบูรณ์มีลักษณะเป็นอย่างไร

- ก. กราฟเชื่อมโยงแต่ละจุดยอดมีระดับชั้นเป็นจำนวนคู่
- ข. กราฟเชิงเดียวแต่ละจุดยอดมีระดับชั้นเป็นจำนวนคี่
- ค. กราฟเชิงเดียวแต่ละจุดยอดสองจุดที่แตกต่างกันมีเส้นเชื่อมเพียงเส้นเดียว
- ง. กราฟเชื่อมโยงที่ประกอบด้วยเส้นหลายชั้นและวงวน

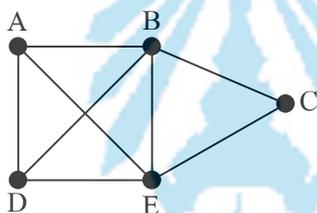
10. กราฟแบบบริบูรณ์อันดับ 10 แต่ละจุดยอดมีระดับชั้นเท่าไร

- ก. 7
- ข. 8
- ค. 9
- ง. 10

11. ลำดับอันดับของจุดยอดและเส้นเชื่อม เริ่มต้นที่จุดยอด u สิ้นสุดที่จุดยอด v โดยจุดยอดในลำดับแตกต่างกัน เป็นลักษณะของ

- ก. รอยเดิน $u - v$
- ข. วงจร $u - v$
- ค. วิธี $u - v$
- ง. วัฏจักร $u - v$

12. พิจารณากราฟในรูปต่อไปนี้

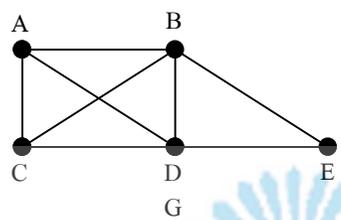


ข้อใดไม่เป็นวงจรของกราฟ

- ก. C, B, E, D, A, B, C
 - ข. B, D, E, C, B, A, E, B
 - ค. A, D, B, E, C, B, A
 - ง. D, A, B, C, E, B, D
13. ข้อใดเป็นความหมายของวัฏจักร

- ก. วงจรที่จุดยอดไม่ซ้ำกัน
- ข. วงจรที่จุดยอดซ้ำกัน
- ค. รอยเดิน $u - v$ ที่มี $u = v$
- ง. กราฟที่จุดยอดทุกจุดมีระดับชั้นเป็น 2

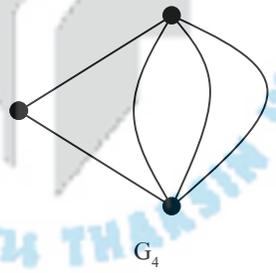
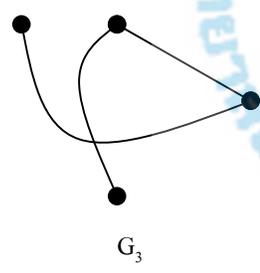
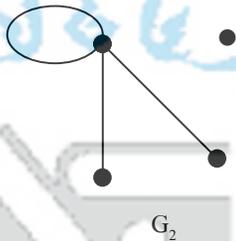
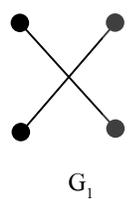
14. พิจารณารูปของกราฟ G ต่อไปนี้



ข้อใดเป็นวัฏจักรใน G

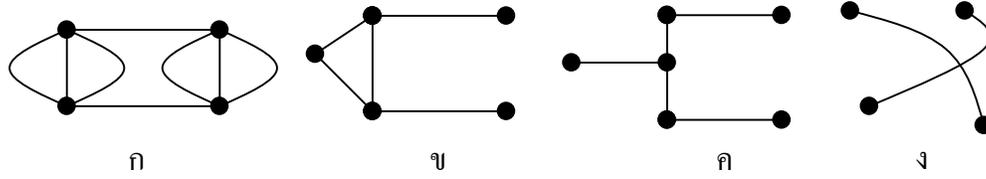
- ก. A, B, E, D, B, A
- ข. A, C, B, D, C, A
- ค. A, C, D, E, B, C, A
- ง. A, B, E, D, C, A

15. กราฟใดต่อไปนี้ เป็นกราฟเชื่อมโยง

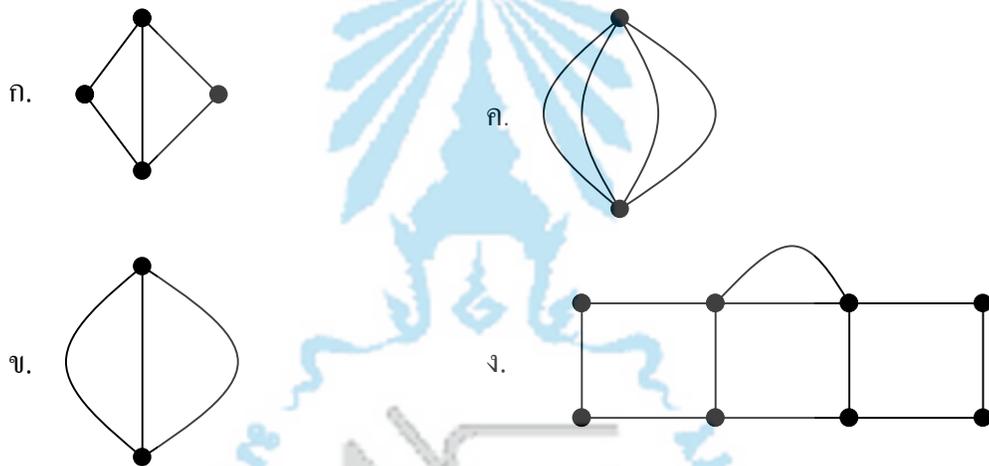


- ก. G_1 และ G_3
- ข. G_3 และ G_4
- ค. G_2 และ G_3
- ง. G_1 และ G_4

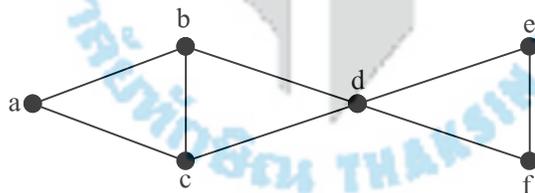
16. ข้อใดเป็นกราฟไม่เชื่อมโยง



17. ข้อใดเป็นกราฟออยเลอร์

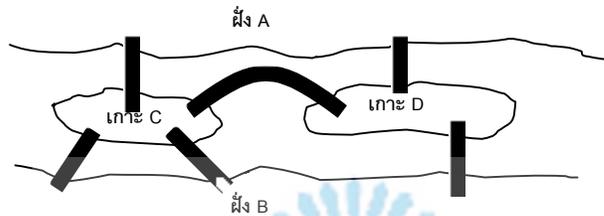


18. จากรูปเป็นกราฟกึ่งออยเลอร์เพิ่มเส้นเชื่อมใดจึงจะเป็นกราฟออยเลอร์

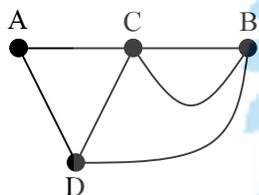


- ก. {a, b} ข. {b, d} ค. {e, f} ง. {b, c}

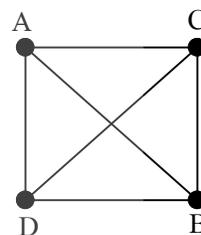
19. รูปต่อไปนี้ข้อใดเป็นกราฟจากการแปลงรูปต่อไปนี้



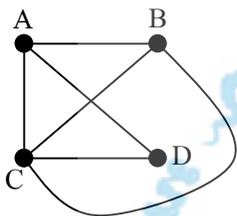
ก.



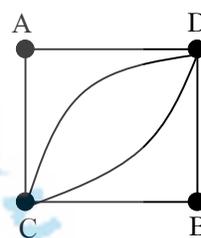
ข.



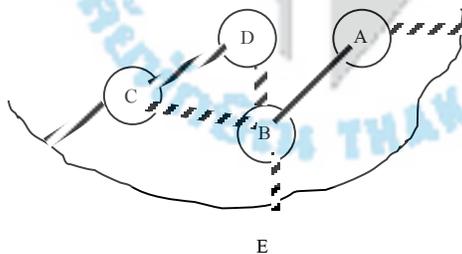
ค.



ง.



20. สถานที่พักผ่อนตากอากาศริมอ่าวแห่งหนึ่งมี A, B, C และ D เป็นศาลาพักผ่อนตั้งอยู่ในอ่าว และแต่ละศาลามีสะพานเชื่อมเข้าหากันด้วย ถ้านักทัศนารคนหนึ่งขึ้นอยู่ที่อ่าว (E) และต้องการเดินชมอ่าว โดยผ่านสะพานทุก ๆ สะพานเพียงครั้งเดียวเท่านั้นนักทัศนารจะเดินไปที่ศาลาใดเป็นจุดสุดท้าย



- ก. A
- ข. B
- ค. C
- ง. D

ตอนที่ 2

1. เมื่อกำหนดเซตของจุดยอดและเส้นเชื่อม จงเขียนรูปกราฟ G ต่อไปนี้

$$V(G) = \{a, b, c, d, e, f\}$$

และ

$$E(G) = \{\{a, b\}, \{b, c\}, \{a, d\}, \{d, b\}, \{d, c\}, \{b, b\}, \{e, f\}, \{e, f\}, \{f, e\}\}$$

2. จงเขียนรูปของกราฟ K_6





ภาคผนวก ง

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

1. อาจารย์อนุสรณ์ จิตมนัส
อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์
สถาบันราชภัฏนครศรีธรรมราช
อำเภอเมือง จังหวัดนครศรีธรรมราช
2. ผศ. สุรณ อ่องคณา
อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์
สถาบันราชภัฏสงขลา
อำเภอเมือง จังหวัดสงขลา
3. อาจารย์ประสาทพร ป่านทอง
อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์
สถาบันราชภัฏยะลา
อำเภอเมือง จังหวัดยะลา





ภาคผนวก จ

ค่าความยากง่าย (P) ค่าอำนาจจำแนก (r) และความเชื่อมั่นของ
แบบทดสอบวัดผลฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เรื่องกราฟเบื้องต้น

ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้น

ตอนที่ 1

| ข้อที่ | p | r |
|--------|------|------|
| 1 | 0.73 | 0.28 |
| 2 | 0.63 | 0.38 |
| 3 | 0.55 | 0.45 |
| 4 | 0.68 | 0.33 |
| 5 | 0.68 | 0.33 |
| 6 | 0.33 | 0.68 |
| 7 | 0.73 | 0.28 |
| 8 | 0.80 | 0.20 |
| 9 | 0.40 | 0.60 |
| 10 | 0.40 | 0.60 |
| 11 | 0.43 | 0.58 |
| 12 | 0.43 | 0.58 |
| 13 | 0.40 | 0.60 |
| 14 | 0.68 | 0.33 |
| 15 | 0.55 | 0.45 |
| 16 | 0.53 | 0.48 |
| 17 | 0.73 | 0.28 |
| 18 | 0.70 | 0.30 |
| 19 | 0.68 | 0.33 |
| 20 | 0.38 | 0.63 |

ตอนที่ 2

| ข้อที่ | p | r |
|--------|------|------|
| 1 | 0.53 | 0.48 |
| 2 | 0.40 | 0.60 |

ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับเท่ากับ 0.89



บทคัดย่อ



การศึกษาความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้น
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5



เสนอต่อมหาวิทยาลัยทักษิณ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์

พฤษภาคม 2547

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยทักษิณ

การศึกษาครั้งนี้ มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาความสามารถและเปรียบเทียบความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนนวมินทราชูทิศ ทักษิณ ตำบลพะวง อำเภอเมือง จังหวัดสงขลา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 โดยการสุ่มแบบอย่างง่าย ได้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 30 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 30 คน รวม 60 คน ใช้เวลาทำการสอนชั้นละ 15 คาบ ๆ ละ 50 นาที เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลครั้งนี้ประกอบด้วยบทเรียนเรื่องกราฟเบื้องต้น แผนการสอนเรื่องกราฟเบื้องต้น และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้น สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล คือการทดสอบด้วยที (t - test)

ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความสามารถเพียงพอที่จะเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้นได้ ส่วนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีความสามารถเพียงพอที่จะเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้นได้ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกราฟเบื้องต้นไม่แตกต่างกัน



A STUDY OF THE MATHEMATICS LEARNING ABILITY OF
MATHAYOMSUKSA IV AND V ON SELECTED TOPICS IN
INTRODUCTORY GRAPH

The image features a large, light blue watermark of the Thaksin University logo. The logo is circular and contains a central emblem with a book and a pen. Above the emblem is a stylized sunburst or fan-like shape. The text 'THAKSIN UNIVERSITY' is written in a circular path around the emblem, with Thai script also visible.

AN ABSTRACT

BY

SONGWIT RITTIGUN

Presented to Thaksin University in partial fulfillment of the requirements

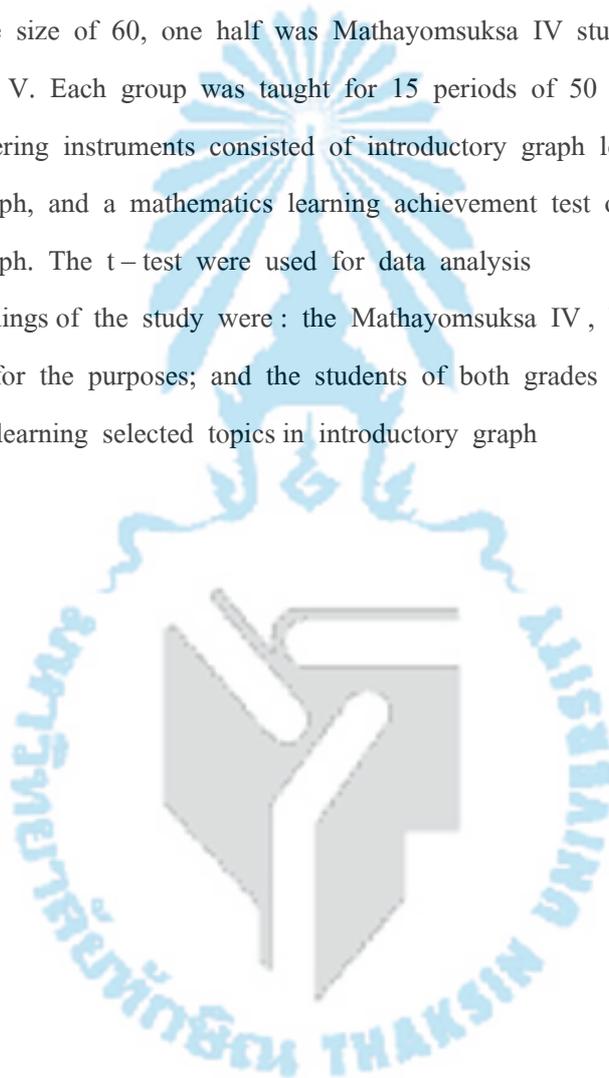
For the Master of Education degree in Mathematics

April, 2004

Copyrighted by Thaksin University

The purposes of the study were to describe and compare the mathematics learning ability of Mathayomsuksa IV and V students on selected topics in introductory graph. The sample group consisted of Mathayomsuksa IV and V students at Navaminrachuthit Thaksin School, Muang District, Songkhla Province, during the second semester of the B. E. 2546 (A. D. 2003) academic year. The stratified sampling were used to obtain with the total sample size of 60, one half was Mathayomsuksa IV students and the other half Mathayomsuksa V. Each group was taught for 15 periods of 50 minutes. The data – gathering instruments consisted of introductory graph lessons, a lesson plan for introductory graph, and a mathematics learning achievement test on the topic of introductory graph. The t – test were used for data analysis

The findings of the study were : the Mathayomsuksa IV , V students' competency were adequate for the purposes; and the students of both grades did not differ in their competency in learning selected topics in introductory graph



ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ นายทรงวิทย์ ชื่อสกุล ฤทธิกันท์

เกิด วันที่ 17 เดือนพฤศจิกายน พุทธศักราช 2519

สถานที่อยู่ปัจจุบัน

175/75 ซอยราชนิคม 5 ถนนราชนิคม ตำบลท่าวัง

อำเภอเมือง จังหวัดนครศรีธรรมราช 80000

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2543

ครุศาสตร์บัณฑิต (คณิตศาสตร์)

สถาบันราชภัฏนครศรีธรรมราช

อำเภอเมือง จังหวัดนครศรีธรรมราช

พ.ศ. 2547

การศึกษามหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์)

มหาวิทยาลัยทักษิณ

อำเภอเมือง จังหวัดสงขลา

